



## ANREGUNGEN ZUR SCHUL- UND UNTERRICHTSENTWICKLUNG 13/2017

**VERGLEICH SARBEIT MATHEMATIK  
SCHULJAHRGANG 3 –  
ERGEBNISSE IM ÜBERBLICK**

Schuljahr 2016/2017

Grundschule  
Sekundarschule  
Gemeinschaftsschule  
Gesamtschule  
Gymnasium  
Fachgymnasium  
Förderschule  
Berufsbildende Schule**ALLGEMEINES**

Mit der Vergleichsarbeit Mathematik wird untersucht, inwieweit Schülerinnen und Schüler des 3. Schuljahrganges die in den Bildungsstandards formulierten Kompetenzen erreicht haben. Anders als in zentralen Klassenarbeiten des Landes überprüfen Vergleichsarbeiten Mathematik nur zwei Kompetenzbereiche. Die höhere Aufgabenanzahl mit unterschiedlichen Anforderungsniveaus innerhalb eines Bereichs ermöglicht damit eine differenziertere Auswertung. Die Testaufgaben sind dem fünfstufigen Kompetenzstufenmodell /1/ zugeordnet. Der Schwierigkeitsgrad einiger Aufgaben kann dabei über den für den jeweiligen Schuljahrgang zu erreichenden Kompetenzen liegen, um damit das individuelle Leistungsvermögen der Schülerinnen und Schüler zu erfassen. Dies ist bei der Interpretation der Arbeitsergebnisse zu beachten. Die Vergleichsarbeit wird deshalb

nicht bewertet. Die schulinternen Ergebnisse sind in Hinblick auf die Unterrichts- und Schulentwicklung zu interpretieren. Daraus sind pädagogische Maßnahmen abzuleiten.

Im Schuljahr 2016/2017 nahmen 15 531 Schülerinnen und Schüler der Primarstufe an der Vergleichsarbeit teil. Das Testheft enthält im Teil I Aufgaben zum Kompetenzbereich *Muster und Strukturen*. Teil II beinhaltet Aufgaben zum Kompetenzbereich *Größen und Messen*.

Der Bereich *Muster und Strukturen* war bereits Gegenstand der Vergleichsarbeit im vergangenen Schuljahr. Durch die Wiederholung dieses Bereichs kann die Kompetenzentwicklung über einen längeren Zeitraum eingeschätzt werden. Nachfolgend werden die Ergebnisse der Kompetenzentwicklung für die genannten Bereiche vorgestellt.

**ERGEBNISSE IM ÜBERBLICK****Ergebnisse im Kompetenzbereich Muster und Strukturen**

Die Erfüllungsprozente der Aufgaben im Kompetenzbereich *Muster und Strukturen* im Schuljahr 2016/2017 (Abb. 1) liegen zwischen ca. 90 und 20 %. Während im Schuljahr 2015/2016 etwas mehr als 70 % der Schülerinnen und Schüler die Aufgaben der Kompetenzstufen 1 bis 3 richtig lösen konnten, waren es in diesem Schuljahr knapp 70 %. Damit zeigt sich ein leichter Rückgang der Lösungshäufigkeiten, jedoch kann eine kontinuierliche Umsetzung der kompetenzorientierten Lehrpläne in diesem Bereich festgestellt werden. Für die einzelnen Teilkompetenzen stellen sich die Ergebnisse wie folgt dar.

Etwa zwei Drittel der Kinder konnten **strukturierte Zahldarstellungen** richtig verstehen und zur Lösung nutzen (Aufg. 3, KS 3, 60 %; Aufg. 16, KS 2, 64 %). Es ist wahrscheinlich, dass

beim Erschließen des Zahlenraumes mit ähnlichen Darstellungen gearbeitet wurde. Die Kinder konnten sich gut im Hunderterfeld orientieren und somit den Ausschnitt des Tausenderbuches (Aufg. 16, KS 2, 64 %) richtig ergänzen. Beim **Erkennen, Fortsetzen und Beschreiben von Mustern** fällt auf, dass die Schülerinnen und Schüler höhere Lösungshäufigkeiten (Ø 57 %) erreichen, wenn es sich um geometrische Muster handelt (Aufg. 4, KS 3, 64 %, Aufg. 7, KS 3, 57 % und Aufg. 8, KS 3, 55 %). Arithmetische Muster hingegen ergänzten weniger als die Hälfte der Lernenden richtig. Es ist zu vermuten, dass die Schwierigkeiten beim Ergänzen des arithmetischen Musters (Aufg. 11, KS 4, 40 %) im Erkennen der Bildungsregel für die Zahlenpaare mit der ungewohnten Darstellung lagen.

Die Ergebnisse weisen darauf hin, dass es den Schülerinnen und Schülern scheinbar leichter fällt, **funktionale Beziehungen in Tabellen** ( $\bar{x}$  70 %) darzustellen und zu untersuchen (Aufg. 6, KS 2, 70 % und Aufg. 15, KS 2; 70 %), als **funktionale Beziehungen in Sachsituationen** ( $\bar{x}$  49 %) zu erkennen, zu beschreiben und zu lösen (Aufg. 2, KS 2, 76 %, Aufg. 10, KS 5, 22 %, Aufg. 12, KS 4, 34 %, Aufg. 13, KS 3, 52 % und Aufg. 14, KS 3, 63 %).

## Ergebnisse im Kompetenzbereich Größen und Messen

Die landesweiten Ergebnisse im Kompetenzbereich *Größen und Messen* zeigen eine Streuung von ca. 30 bis 90 % (Abb. 2). Die Lösungshäufigkeiten nehmen mit höherer Kompetenzstufe ab. Durchschnittlich sind ca. 60 % der Schülerinnen und Schüler in der Lage, die in den Bildungsstandards und dem Fachlehrplan Mathematik geforderten Kompetenzen im Bereich *Größen und Messen* zu erreichen. Die landesweiten Erfüllungsprozente der getesteten Teilkompetenzen stellen sich wie folgt dar.

Die höchste Lösungshäufigkeit hat die Teilkompetenz **Repräsentanten für Standardeinheiten** kennen ( $\bar{x}$  70 %). Dies verdeutlicht einen zunehmend sichereren Umgang vieler Schülerinnen und Schüler mit den Standardeinheiten und deren Einordnung in geübte Lebensweltbezüge (Aufg. 17, KS 1, 73 % und Aufg. 20, KS 2, 68 %).

Etwas geringer fällt die Lösungshäufigkeit ( $\bar{x}$  66 %) bei der Teilkompetenz **Größen in unterschiedlicher Schreibweise darstellen** aus, da hier die Kenntnisse über Umwandlungszahlen zur Lösung der Aufgaben erforderlich waren (Aufg. 18, KS 1, 87 % und Aufg. 22, KS 1 u. 2, 61 %).

Das Lösen von **Sachaufgaben mit Größen** gelang  $\bar{x}$  58 % der Schülerinnen und Schüler (Aufg. 19, KS 1 u. 3, 65 %, Aufg. 27, KS 5, 27 %, Aufg. 30, KS 2, 64 % und Aufg. 32, KS 1, 73 %). Bei

Einfache **Sachaufgaben zur Proportionalität** (Aufg. 1, KS 1, 88 % und 5, KS 1, 80 %) konnten die Schülerinnen und Schüler sicher lösen. Steigt das Anforderungsniveau durch zunehmende Komplexität der Aufgabe und erhöhten Anspruch beim mathematischen Modellieren, sinkt die Lösungshäufigkeit erheblich (Aufg. 9, KS 5, 25 %).

dieser Teilkompetenz wurden Sachaufgaben zu den Größen Zeit, Längen und Geld geprüft, wobei die Kompetenzstufen 1 bis 5 vertreten waren. Hier sank die Lösungshäufigkeit erheblich, wenn Informationen einem komplexeren Text entnommen werden mussten (Aufg. 27, KS 5, 27 %).

Etwas mehr als die Hälfte der Schülerinnen und Schüler konnte **Größen vergleichen, schätzen und messen** (Aufg. 24, KS 3, 47 %, Aufg. 26, KS 4, 34 % und Aufg. 31, KS 1, 85 %). Weniger als die Hälfte ( $\bar{x}$  45 %) war in der Lage, **mit geeigneten Einheiten und unterschiedlichen Messgeräten sachgerecht zu messen**. Auffallend ist hier, dass gerade sehr lebensnahe und handlungsorientierte Aufgaben (Aufg. 23, KS 3, 48 %, Aufg. 25, KS 4, 29 % und Aufg. 28, KS 2, 58 %) von vielen Kindern nicht erfüllt werden konnten. Damit zeigen sich unzureichende Erfahrungen mit Messgeräten in verschiedenen Anwendungssituationen.

**In Sachsituationen angemessen mit Näherungswerten rechnen** (Aufg. 21, KS 3, 50 % und Aufg. 29, KS 3, 35 %), fiel den Kindern schwerer ( $\bar{x}$  42 %). Eventuell waren sie hier bestrebt, exakte Ergebnisse zu berechnen. So gaben beispielsweise nur ein Drittel der Schülerinnen und Schüler in Aufgabe 29 die richtige Lösung an, die relativ schnell durch das Runden des Preises zu finden gewesen wäre.

## Ergebnisse bei den prozessbezogenen Kompetenzen Problemlösen, Modellieren, Kommunizieren und Argumentieren

Zahlreiche Aufgaben der Vergleichsarbeit verdeutlichen die enge Verknüpfung zwischen prozessbezogenen und inhaltsbezogenen Kompetenzen. Die Entwicklungsstände der einzelnen prozessbezogenen Kompetenzen weisen teilweise erhebliche Unterschiede auf (Streuung von ca. 30 bis 70 %). Während beim *Problemlösen* in beiden Testbereichen Erfüllungsprozentsätze von durchschnittlich 58 % erreicht werden, zeigt sich beim *Modellieren* eine um ca. 20 % niedriger liegende Erfüllungsrate ( $\bar{x}$  39 %), damit scheint das Modellieren den Kindern noch Schwierigkeiten zu bereiten. Dabei schwanken die Ergebnisse zwischen den Testbereichen auffällig. Die Unterschiede in beiden Bereichen sind möglicherweise auf die Zusammensetzung der Aufgaben und deren verschiedenen Kompetenzstufen zurückzuführen. Die landesweiten Ergebnisse der prozessbezogenen Kompetenzen in den Testbereichen stellen sich wie folgt dar. Im Bereich *Muster und Strukturen* liegt der höchste Erfüllungsprozentsatz beim Problemlösen ( $\bar{x}$  63 %). Das lässt auf eine kontinuierliche Entwicklung der Problemlösekompetenz schließen. Ähnlich positive Ergebnisse sind

beim Kommunizieren ( $\bar{x}$  60 %) erkennbar. Abnehmende Lösungshäufigkeiten sind beim Argumentieren ( $\bar{x}$  42 %) und Modellieren ( $\bar{x}$  27 %) zu sehen. Im Vergleich zum Vorjahr sanken die Erfüllungsprozente von 47 % (2016/2017) auf 27 % (2016/2017). Eine Ursache liegt in diesem Jahr im erhöhten Anforderungsniveau der Aufgaben (KS 4 und 5). Im Bereich *Größen und Messen* erreichten die Schülerinnen und Schüler beim Modellieren eine höhere Erfüllung ( $\bar{x}$  50 %). Die Auswertung der Daten zeigt, dass die Ergebnisse beim Problemlösen ( $\bar{x}$  54 %) und Argumentieren ( $\bar{x}$  47 %) ähnliche Werte wie im Bereich Muster und Strukturen erreichen.

Weitere Diagramme zu landesweiten Ergebnissen finden Sie auf dem Bildungsserver Sachsen-Anhalt unter: <http://www.bildung-lsa.de/lisa-kurztexte>



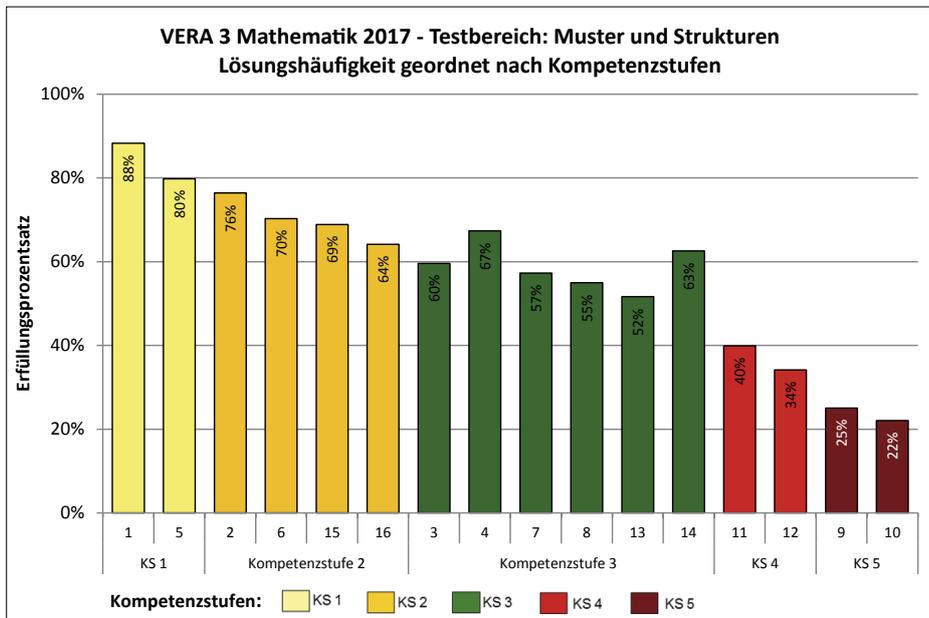


Abb. 1: Landesergebnisse im Kompetenzbereich Muster und Strukturen

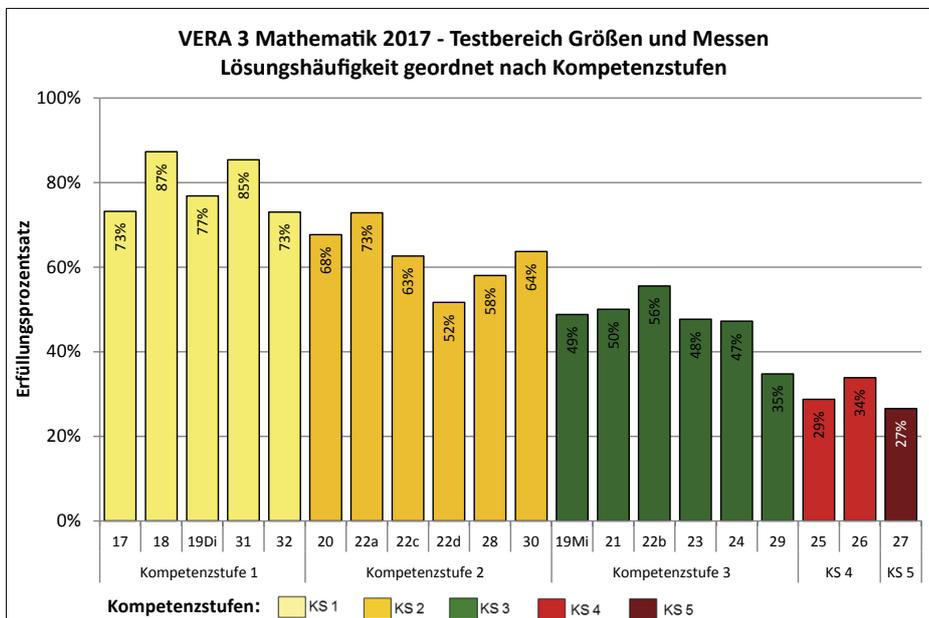


Abb. 2: Landesergebnisse im Kompetenzbereich Größen und Messen

## HINWEISE ZUR WEITERARBEIT

Im Folgenden werden Möglichkeiten zur Ausprägung unzureichend entwickelter Kompetenzen aufgezeigt. Dabei stehen neben der Ausbildung inhaltsbezogener Kompetenzen auch die prozessbezogenen Kompetenzen im Fokus der Entwicklung des Mathematikunterrichts.

### Bereich Muster und Strukturen

Im Bereich *Muster und Strukturen* sank die Lösungshäufigkeit im Vergleich zum vergangenen Schuljahr beim *Modellieren* um 20 Prozentpunkte. Das sollte Anlass sein, sich mit dieser prozessbezogenen Kompetenz im Unterricht verstärkt zu beschäftigen.

Sachaufgaben mit Realitätsbezug haben in der Grundschule einen hohen Stellenwert, um das erlernte Grundwissen in konkreten, realistischen Situationen anzuwenden sowie um

im Kontext dieser, weitere Kenntnisse zu erwerben. Wird dies durch zu viele Aufgaben nach dem Schema: Frage-Rechnung-Antwort vernachlässigt, entsteht „träges Wissen“, das dann in realen Alltagssituationen nicht oder nur unzureichend zur Anwendung kommt. Modellieren bedeutet in diesem Zusammenhang, „komplexe, realistische Probleme mithilfe von Mathematik zu lösen“. /2/

Für folgende Überlegungen zur individuellen Bearbeitung im Unterricht können solche Hinweise und Aufgaben Anlass bieten:

- Erweiterung der Fragestellung (Wie viele Fahrkarten muss die Lehrerin kaufen, wenn zwei Klassen/ die ganze Schule/ ... mitfährt; ... wenn jedes dritte/ siebte/ ... Kind kostenlos fährt? ...)
- Übertragen auf einen anderen Kontext (Es gibt ein Angebot in der Eisdiele: „Kaufe drei Kugeln – bezahle nur

zwei!“ Eine Kugel kostet 1,10 €. Wie viel müssen Mia und ihre zwei Freunde insgesamt bezahlen, wenn jeder drei Kugeln essen will? ...)

- Vermittlung von Bearbeitungsstrategien zur Lösung solcher Aufgaben (Unterstreicht alle wichtigen Informationen. Formuliert die Aufgabe neu. Spielt die Situation nach. ...)

Um eine mathematische Vertrautheit und die nötige Abstraktionsfähigkeit bei solchen Aufgaben zu erlangen, sollten diese regelmäßig mit allen Kindern thematisiert werden. Weitere Beispiele für Modellierungsaufgaben, die funktionales Denken erfordern /3/:

- Frau Maier kauft für ihre 2 Katzen Katzenfutter. Das reicht normalerweise 8 Tage. Jetzt versorgt sie die beiden Nachbarskatzen mit.  
Für wie viele Tage reicht das Futter nun?
- 4 Hefte kosten 2,00 Euro.  
6 Hefte kosten \_\_\_\_ Euro.
- 30 Gummibärchen wiegen ungefähr 50 g.  
Wie viele Gummibärchen sind ungefähr in einer 250 g-Tüte?

## Bereich Größen und Messen

Auch im Bereich *Größen und Messen* fiel auf, dass es für viele Kinder schwierig war, vorhandenes Grundwissen in handlungsnahen Situation anzuwenden.

Um problemhaltige Sachverhalte im Unterricht zu verdeutlichen und den aktiven Umgang mit Messgeräten zu erlernen, kann das Beispiel der Balkenwaage (Aufg. 25, KS 4, 29 %) entsprechende Handlungskompetenzen aufbauen, um *fehlende Erfahrungen im Umgang mit Größen und beim Messen* auszugleichen.

Zur Bearbeitung im Unterricht bietet sich der handelnde Umgang mit einer realen Balkenwaage an. Folgende Aufgabenbeispiele geben entsprechende Anregungen und fördern logische Denkprozesse:

- Welche Lösung(en) findest du, wenn du jeden Gewichtsstein mehrfach hast?
- Das „Neun-Kugel-Problem“ - Wie ist es mit einer Balkenwaage bei nur zweimaligem Wiegen möglich, aus neun gleich aussehenden Kugeln die eine herauszufinden, die etwas leichter ist? /4/

Beim *Vergleichen, Messen und Schätzen von Größen* spielt der sichere Aufbau von sogenannten Stützpunktvorstellungen eine entscheidende Rolle. Damit ist es möglich, ohne den Einsatz von Messwerkzeugen zu angemessenen Schätzergebnissen zu gelangen (Aufg. 17, KS 1, 73 % und Aufg. 24, KS 4, 47 %), um begründet zu schätzen.

Durch folgende Aktivitäten lässt sich dies fördern:

- Größenvorstellungen durch Repräsentanten festigen (Breite des Daumens: 1 cm,...)

- Beschäftigung mit verschiedenen Rekorden im Bereich der Größen (z. B. Rekorde im Tierreich erforschen und darstellen: Tiere wandern um die halbe Welt, ...)
- Größenvergleiche anstellen (Unser Klassenraum ist so lang wie ...)
- Fehler in Größenangaben finden und begründen (Die Lehrerin der 3b sagt: Tony ist 1,45 m, Tom 1,27 m und Leo 19,1 m groß. Kann das stimmen?)

Im Unterricht müssen Wissen und Handeln zusammengebracht und so die Entwicklung von Handlungskompetenz angeregt und gefördert werden. Wenn Schülerinnen und Schüler lernen sollen, verantwortungsbewusst zu denken und zu handeln, Probleme allein und mit anderen selbstständig zu lösen und nicht nur reproduzierbares Faktenwissen auswendig zu lernen, muss der Unterricht dafür sorgen, dass die Lernenden die behandelten Inhalte auch verstehen, d.h. Vorwissen sinnvoll integrieren. Sie müssen Strukturen aufbauen, die verschiedene Inhalte vernetzen und Zusammenhänge zwischen diesen herstellen, um das Gelernte in realen Situationen flexibel anwendbar zu machen. Dies kann zum Beispiel durch die verstärkte Gestaltung problemorientierter Lernumgebungen gelingen. /5/

Landesweite Fortbildungen zu den nachfolgenden Themen finden Sie auf dem Bildungsserver Sachsen-Anhalt ([www.bildung-lsa.de](http://www.bildung-lsa.de)):

- Keine Angst vor Text- und Sachaufgaben
- Neue Aufgaben mit didaktischen Anregungen zur Vorbereitung, Gestaltung und Auswertung schriftlicher Leistungserhebungen im Fach Mathematik der Schuljahrgänge 1 bis 6

Quellen:

- /1/ Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (Hrsg.) (2013): Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4), auf Grundlage des Ländervergleichs 2011 überarbeitete Version in der Fassung vom 11. Februar 2013, <http://www.iqb.hu-berlin.de/bista/ksm> (Stand: 03.07.2017)
- /2/ Renkl, A. (1996): Träges Wissen: Wenn Erlerntes nicht genutzt wird. In: Psychologische Rundschau, 47/2, S. 78-92
- /3/ Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (Hrsg.) (2013): Beispielaufgaben Mathematik Primarstufe: <https://www.iqb.hu-berlin.de/vera/aufgaben/map> (Stand: 03.07.2017)
- /4/ Thielbeer, R. (2013): Problemhaltige Sachaufgaben. Herausforderungen und Chancen im jahrgangsübergreifenden Unterricht. In: Praxis Grundschule, Heft 5/2013, Westermann.
- /5/ Reinmann-Rothmeier, G./ Mandl, H. (2001): Unterrichten und Lernumgebungen gestalten. In: Weidenmann, B./ Krapp, A./ Hofer, M./ Huber, L./ Mandl, H. (Hrsg.): Pädagogische Psychologie, 4. Aufl., Weinheim u. Basel, S. 603 - 648

### Impressum

Herausgeber: Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (LISA)  
Redakteurin: Sabine Schmidt

© © © Sie dürfen das Material weiterverbreiten, bearbeiten, verändern und erweitern. Sie müssen den Urheber nennen und kennzeichnen, welche Änderungen Sie vorgenommen haben. Sie müssen das Material und Veränderungen unter den gleichen Lizenzbedingungen weitergeben.

Alle bisher erschienenen Informationsblätter finden Sie auch auf dem Bildungsserver Sachsen-Anhalt unter: [www.bildung-lsa.de/lisa-kurz-texte](http://www.bildung-lsa.de/lisa-kurz-texte)