



ANREGUNGEN ZUR SCHUL- UND UNTERRICHTSENTWICKLUNG 10/2017

**AUSWERTUNGSBERICHT
SCHRIFTLICHE REALSCHULABSCHLUSS-
PRÜFUNG MATHEMATIK**

Schuljahr 2016/2017

Grundschule
Sekundarschule
Gemeinschaftsschule
Gesamtschule
Gymnasium
Fachgymnasium
Förderschule
Berufsbildende Schule

ALLGEMEINES

Die Anforderungen der landeszentralen schriftlichen Realschulabschlussprüfung im Fach Mathematik orientieren sich an den durch die Kultusministerkonferenz der Länder beschlossenen bundesweit gültigen Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss /1/ und dem Fachlehrplan für die Sekundarschule /2/.

Die Prüfungsarbeit besteht aus zwei Pflichtteilen und einem Wahlpflichtteil. Im Pflichtteil 1 bearbeiten die Prüflinge ohne Taschenrechner und ohne Formelsammlung Aufgaben, die sicheres anwendungsbereites basales Wissen und Können repräsentativ abrufen. Insgesamt können mit dem Pflichtteil 1 acht Bewertungseinheiten erreicht werden. Die Arbeitszeit beträgt 20 Minuten. Im Pflichtteil 2 sowie in den Wahlpflichtaufgaben sind ein wissenschaftlicher Taschenrechner und eine Formelsammlung als Hilfsmittel zugelassen.

Die Aufgaben im Pflichtteil 2 haben insgesamt einen Umfang von 24 Bewertungseinheiten. Im Wahlpflichtteil wählen die Prüflinge genau eine von drei Wahlpflichtaufgaben aus. Die Wahlpflichtaufgaben haben je einen Umfang von acht Bewertungseinheiten. Für den Pflichtteil 2 und den Wahlpflichtteil stehen 20 Minuten Einlesezeit und 160 Minuten Arbeitszeit zur Verfügung.

In der komplex angelegten Prüfungsarbeit sind die Anforderungsbereiche I, II und III im Ganzen annähernd im Verhältnis BE (AFB I) : BE (AFB II) : BE (AFB III) = 30 : 50 : 20 realisiert. Die Überprüfung eines breiten Spektrums der allgemeinen mathematischen Kompetenzen *Probleme mathematisch lösen, mathematisch modellieren, mathematisch argumentieren und kommunizieren* sowie *mathematische Darstellungen und Symbole verwenden* ist den Aufgaben immanent.

ERGEBNISSE IM ÜBERBLICK

An den Schulen erfolgte die Erfassung der individuellen Ergebnisse der Prüflinge unter Nutzung einer elektronischen Auswertungshilfe, die auf dem Bildungsserver Sachsen-Anhalt bereitgestellt war. Die Aufnahme der schulbezogen aggregierten Ergebnisse wurde in einem Online-Verfahren durchgeführt. Grundlage für die vorliegenden Übersichten sind die Ergebnisse von 8.164 Prüflingen aus 188 Schulen.

Notenbezogene Ergebnisse

Die Tabelle 1 zeigt die prozentuale Verteilung der Jahresnoten im Schuljahrgang 10 und der Noten in der schriftlichen Realschulabschlussprüfung Mathematik.

Note	1	2	3	4	5	6
Jahresnote (in %)	4,3	27,4	35,6	26,7	5,9	0,2
Prüfungsnote (in %)	3,3	16,4	22,0	33,2	20,8	4,2

Tab. 1: Jahresnoten und Prüfungsnoten im Fach Mathematik im Überblick (gerundete Angaben)

Anhand des 90 %-Perzentilbandes in Abbildung 1 ist erkennbar, dass die Hälfte der Schulmittelwerte in den Prüfungsergebnissen zwischen 3,38 und 3,91 lag. Je 20 % aller erfassten Schulen erzielten Notendurchschnitte von 2,94 bis 3,38 (untere Antenne) beziehungsweise von 3,91 bis 4,39 (obere Antenne). Jeweils 5 % der Schulen lagen unterhalb des 5. Perzentils beziehungsweise oberhalb des 95. Perzentils.

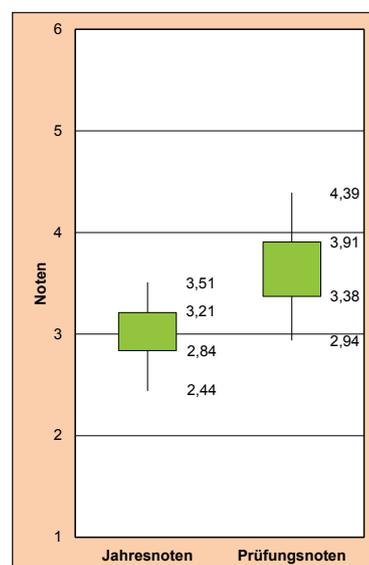


Abb. 1: 90 %-Perzentilbänder zu den Jahres- und Prüfungsnoten im Fach Mathematik (Schulmittelwerte)

Der Landesmittelwert für die Noten der schriftlichen Real-schulabschlussprüfung betrug 3,65. Damit weicht dieser kaum vom Mittelwert der letzten Jahre ab.

Der Tabelle 1 ist zu entnehmen, dass knapp ein Fünftel der Prüflinge sehr gute oder gute Prüfungsergebnisse erzielte. Ein Viertel der Prüflinge erreichte nicht mindestens ausreichende Ergebnisse in der schriftlichen Real-schulabschlussprüfung Mathematik.

Aufgabenbezogene Ergebnisse

Pflichtteil 1

Die in der Abbildung 2 in Klammern angegebenen Erfüllungssatzesätze geben eine erste Orientierung zur Einordnung der in der eigenen Klasse oder Schule erreichten Ergebnisse. Eine Verortung der klassen- bzw. schulbezogenen Ergebnisse in den unteren, mittleren und oberen Leistungsbereich erlauben im Unterschied zur isolierten Betrachtung der Erfüllungssatzesätze die auch dargestellten 90 %-Perzentilbänder.

Im Pflichtteil 1 schwanken die Erfüllungssatzesätze zwischen 25 % (Aufgabe 7b: Nullstelle widerlegen) und 94 % (Aufgabe 4a: Innenwinkel im Dreieck angeben). Die Aufgaben sind so gestellt, dass sie überwiegend dem An-

forderungsbereich I zuzuordnen sind. Neben elementaren Rechenaufgaben (z. B. Aufgabe 1) werden auch Aufgaben zur Überprüfung von konkreten inhaltsbezogenen und allgemeinen mathematischen Kompetenzen eingesetzt (z. B. Aufgabe 9). Es ist offenkundig, dass der durchschnittliche Erfüllungssatzesatz der Aufgaben, die im Inhaltsbereich *Zuordnungen und Funktionen* (Aufgaben 7 und 9) lokalisiert sind, niedriger als der durchschnittliche Erfüllungssatzesatz der Aufgaben ist, die in die Inhaltsbereiche *Raum und Form* (Aufgaben 4, 5, 6 und 10) beziehungsweise *Zahlen und Größen* (Aufgaben 1, 2, 3 und 8) eingeordnet werden.

Bei der Interpretation der Daten ist zu beachten, dass sich die Jahresnoten und die Prüfungsnoten auf unterschiedliche Kompetenzüberprüfungen beziehen.

forderungsbereich I zuzuordnen sind. Neben elementaren Rechenaufgaben (z. B. Aufgabe 1) werden auch Aufgaben zur Überprüfung von konkreten inhaltsbezogenen und allgemeinen mathematischen Kompetenzen eingesetzt (z. B. Aufgabe 9). Es ist offenkundig, dass der durchschnittliche Erfüllungssatzesatz der Aufgaben, die im Inhaltsbereich *Zuordnungen und Funktionen* (Aufgaben 7 und 9) lokalisiert sind, niedriger als der durchschnittliche Erfüllungssatzesatz der Aufgaben ist, die in die Inhaltsbereiche *Raum und Form* (Aufgaben 4, 5, 6 und 10) beziehungsweise *Zahlen und Größen* (Aufgaben 1, 2, 3 und 8) eingeordnet werden.

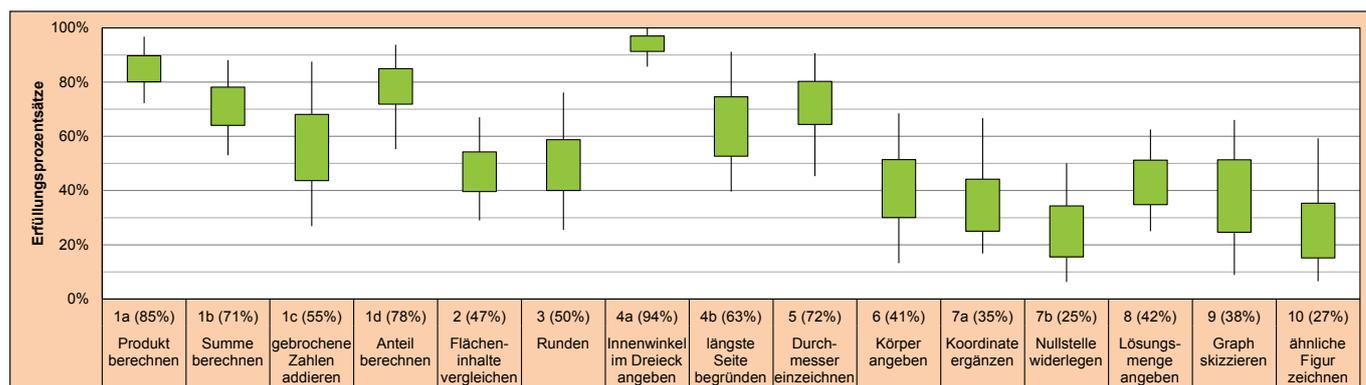


Abb. 2: 90 %-Perzentilbänder und Erfüllungssatzesätze im Pflichtteil 1

Pflichtteil 2

Der Abbildung 3 sind die Ergebnisse und die Einordnung der Aufgaben in die Anforderungsbereiche im Pflichtteil 2 zu entnehmen. Die Erfüllungssatzesätze schwanken im Pflichtteil 2 zwischen 18 % (Aufgabe 1d, AFB III: fachsprachliche Formulierung sachgerecht mithilfe einer Gleichung darstellen) und 76 % (Aufgabe 1c-1, AFB II: Seitenlänge im Dreieck konstruktiv ermitteln). Auch innerhalb der Anforderungsbereiche treten Schwankungen in den Erfüllungssatzesätzen (AFB I: 51 % bis 65 %, AFB II: 19 % bis 76 %, AFB III: 18 % bis 36 %) auf. Es zeigt sich, dass ein höherer Anforderungsbereich nicht per se mit einem niedrigen Erfüllungssatzesatz einhergeht und umgekehrt. Vielmehr sind niedrige und hohe Erfüllungssatzesätze in allen Anforderungsbereichen zu finden.

derungsbereiche treten Schwankungen in den Erfüllungssatzesätzen (AFB I: 51 % bis 65 %, AFB II: 19 % bis 76 %, AFB III: 18 % bis 36 %) auf. Es zeigt sich, dass ein höherer Anforderungsbereich nicht per se mit einem niedrigen Erfüllungssatzesatz einhergeht und umgekehrt. Vielmehr sind niedrige und hohe Erfüllungssatzesätze in allen Anforderungsbereichen zu finden.

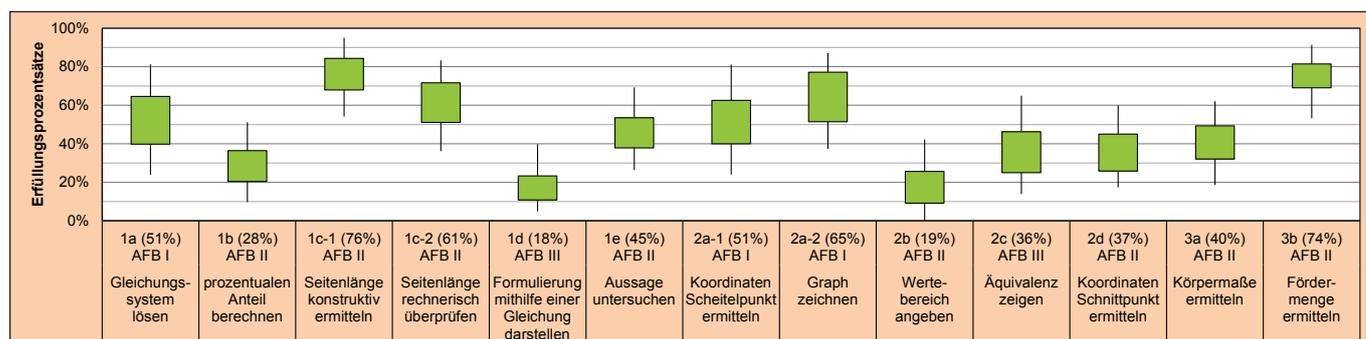


Abb. 3: 90 %-Perzentilbänder, Erfüllungssatzesätze und Anforderungsbereiche im Pflichtteil 2

Wahlpflichtaufgaben

Die Abbildung 4 zeigt das Wahlverhalten der Prüflinge in den Wahlpflichtaufgaben (WPA) und die kumulierten Erfüllungsprozentsätze. Es ist zu erkennen, dass sich die kumulierten Erfüllungsprozentsätze im Wahlpflichtteil nicht wesentlich voneinander unterscheiden, d. h. im Durchschnitt konnten zwischen 51 % und 60 % der erreichbaren Bewertungseinheiten im Wahlpflichtteil erteilt werden.

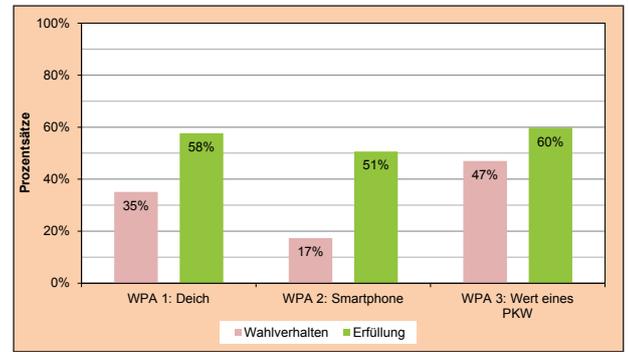


Abb. 4: Wahlverhalten und kumulierte Erfüllungsprozentsätze im Wahlpflichtteil (gerundete Werte)

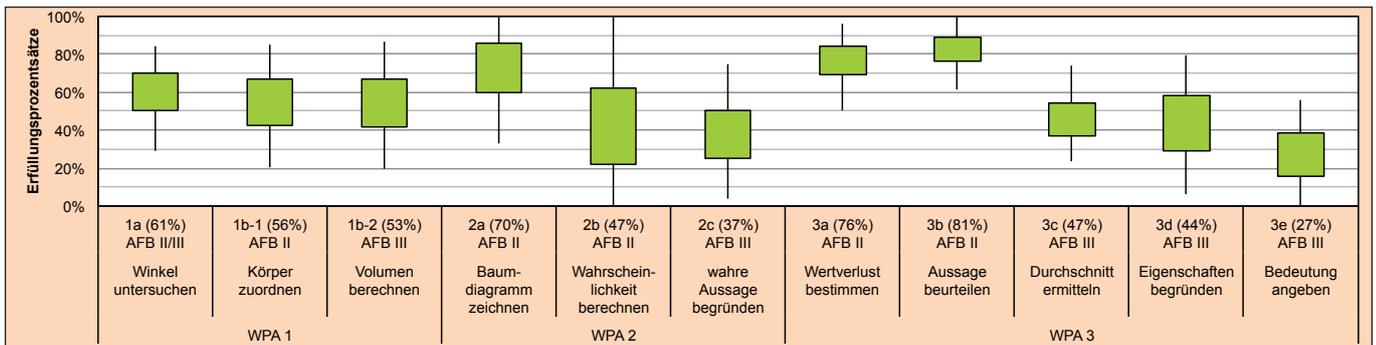


Abb. 5: 90 %-Perzentilbänder, Erfüllungsprozentsätze und Anforderungsbereiche in den Wahlpflichtaufgaben

Die Abbildung 5 stellt die Ergebnisse und die Einordnung der Aufgaben in die Anforderungsbereiche im Wahlpflichtteil dar. Es ist zu erkennen, dass die schulischen Erfüllungsprozentsätze in der Wahlpflichtaufgabe 1 – im Unterschied zu den Wahlpflichtaufgaben 2 und 3 – im mittleren und oberen Leistungsbereich oberhalb von 40 % liegen und etwa gleich stark streuen.

HINWEISE ZUR WEITERARBEIT

Die Analyse der mit diesem Auswertungsbericht vorliegenden Landesergebnisse ermöglicht die Einordnung der Ergebnisse zur Lokalisierung von Stärken und Schwächen auf Schul-, Klassen- und Individualebene. Dabei muss die Einordnung der Leistungen der Prüflinge vor dem Hintergrund der schul- und klassenspezifischen Gegebenheiten (z. B. schulinterne Planung, Zusammensetzung der Schülerschaft, Schulorganisation, eigene Unterrichtsarbeit) geschehen, um über mögliche Ursachen diskutieren und Ansatzpunkte für entsprechende Maßnahmen herausarbeiten zu können. Die in der schriftlichen Realschulabschlussprüfung Mathematik vorkommenden Aufgaben bieten Anknüpfungspunkte für die Gestaltung und Weiterentwicklung eines kompetenzorientierten Mathematikunterrichts. Sie sollen Anstoß für eine fachliche und fachdidaktische Diskussion und Kooperation in den Kollegien und Fachschaften vor Ort geben. Die Auswertungen der dem Inhaltsbereich *Zuordnungen und Funktionen* zugehörigen Aufgaben belegen partiell, dass die Prüflinge in einigen Bereichen noch über Reserven hinsichtlich ihres Standes der Kompetenzentwicklung verfügen. Auf Basis einer Auswahl der bereits in den Ergebnissen im Überblick genannten Befunde werden deshalb im Folgenden exemplarisch Möglichkeiten aufgezeigt, wie die Aufgaben zu einer kompetenzfördernden und lernwirksamen Gestaltung des Mathematikunterrichts beitragen können.

Den drei komplex angelegten Aufgaben des Wahlpflichtteils ist gemeinsam, dass sie ausschließlich in den Anforderungsbereichen II und III zu verorten sind. Eine Besonderheit der Aufgaben im Wahlpflichtteil ist in dieser Prüfung auch, dass vergleichbare allgemeine mathematische Kompetenzen an unterschiedlichen Inhaltsbereichen überprüft wurden.

Aspekte des funktionalen Denkens

Funktionen gehören zu den wichtigsten mathematischen Objekten überhaupt. Der Mathematikunterricht hat die Aufgabe, die Lernenden zu befähigen, in unterschiedlichen Situationen Zusammenhänge funktional zu erfassen, sie zu beschreiben und auf Fragestellungen, die sich mit Funktionen modellieren lassen, Antworten zu finden. Bei der Entwicklung des funktionalen Denkens stehen bis zum Schuljahrgang 10 die drei Aspekte

- (1) Zuordnungscharakter,
- (2) Änderungsverhalten und
- (3) Funktionen als Ganzes

im Fokus des Mathematikunterrichts. Diese Aspekte werden in der schriftlichen Realschulabschlussprüfung Mathematik 2017 repräsentativ überprüft: In der Pflichtaufgabe 3b des Pflichtteils 2 stehen der Zuordnungscharakter und das Änderungsverhalten von Funktionen im Vordergrund. Die Sicht auf Funktionen als Ganzes ist in den Aufgaben 9 des Pflichtteils 1 und der Aufgabe 2 im Pflichtteil 2 notwendig. Schließlich werden durch die Wahlpflichtaufgabe 3 alle drei Aspekte des funktionalen Denkens thematisiert.

Arbeiten am Begriffsverständnis: Funktionen im Kontext von innermathematischen Aufgaben

Der niedrige Erfüllungsprozentsatz von 25 % beim Nachweis, dass mit $x_0 = 4$ keine Nullstelle der gegebenen Funktion ist, soll den Anlass geben, die bisweilen verfahrensorientierte Berechnung oder grafische Ermittlung von Nullstellen von Funktionen zu durchbrechen. Dazu ist eine Verinnerlichung des Begriffs der Nullstelle als Eigenschaft von Funktionen nötig, die nicht ausschließlich auf ein Kalkül zur Ermittlung von Nullstellen abzielt. Die Bearbeitung der Aufgabe aus dem Kompetenzschwerpunkt *Lineare Funktionen* bietet sich in besonderer Weise an, um zum einen über häufig auftretende Fehler zu diskutieren und zum anderen in einfachen Zusammenhängen auch auf die Erkenntnissicherung einer gegebenen Aussage abzielen, wie dies beim Begründen, Nachweisen, Zeigen oder Beweisen nötig ist.

Nutzen von unterschiedlichen Darstellungsformen

Betrachtet man die Erfüllungsprozentsätze der Aufgabe 2a im Pflichtteil 2, so ist erkennbar, dass die Ermittlung der Scheitelpunktkoordinaten aus einer Funktionsgleichung und das Zeichnen des Graphen einer quadratischen Funktion überwiegend beherrscht wird. Die Aufgabe 2 zeigt aber auch, dass deutlich weniger Prüflinge in der Lage sind, bei dieser innermathematischen Aufgabe die Eigenschaft des Wertebereichs der Funktion f zu entnehmen. Diese gehört neben dem Definitionsbereich, den Nullstellen, der Monotonie und Symmetrie sowie der Periodizität zu den in den grundlegenden Wissensbeständen genannten Eigenschaften. Im Mathematikunterricht sollen diese in den unterschiedlichen Funktionsklassen herausgearbeitet und der Zusammenhang in der jeweiligen Darstellungsart veranschaulicht werden. Für die Gestaltung des Mathematikunterrichts ist es deshalb von erheblicher Bedeutung, dass verschiedene Darstellungsformen genutzt werden und der damit verbundene Tätigkeitswechsel verstärkt berücksichtigt wird. Einfache Übungen wie das Überführen einer Darstellungsform in andere Darstellungsformen müssen integraler Bestandteil des Mathematikunterrichts sein. Dabei ist es auch wichtig, Eigenschaften der Funktion und Eigenschaften des Graphen klar zu unterscheiden.

Funktionen zum Beschreiben von außermathematischen Sachverhalten gebrauchen

In der Wahlpflichtaufgabe 3 wurde eine Exponentialfunktion genutzt, um den außermathematischen Sachverhalt *Wertverlust eines PKW* mathematisch zu beschreiben. Dabei ist die Funktion ausschließlich durch ihren Graphen gegeben. In der Aufgabe 3a müssen die Prüflinge Informationen aus graphischen Darstellungen entnehmen und sachgerecht anwenden. Die Bewältigung der Aufgabe bedarf mehrerer Schritte, sodass diese Aufgabe aufgrund der Komplexität dem Anforderungsbereich II zugeordnet ist. Diese Schritte sind

- das Ablesen von Funktionswerten an zwei Stellen,
- die Ermittlung der Differenz der Funktionswerte und
- die Interpretation der Funktionswerte im Kontext.

Das Verknüpfen verschiedener Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten ist damit der Aufgabe inhärent und verhilft, den kognitiven Anspruch der Aufgabe zu erfassen.

Diese Aufgabe zeigt aber auch sehr eindrücklich

- die mögliche Diskrepanz zwischen Erfüllungsprozentsatz und der Einordnung in den Anforderungsbereich und
- sehr hohe Erfüllungsprozentsätze bei einer Aufgabe, die im Vergleich zur Aufgabe 2 im Pflichtteil 2 nicht an einem mathematischen Kalkül orientiert ist sowie
- das Erfordernis vielfältiger allgemeiner mathematischer Kompetenzen.

Das in Aufgabe 3a verwendete Signalwort *Bestimmen* fordert die Prüflinge gleichwohl auf, ihre Ergebnisse unter Darstellung des Vorgehens bei freier Wahl des Lösungsverfahrens zu dokumentieren. Dies eröffnet in der Unterrichtsarbeit die Möglichkeit, die mathematische Kompetenz des Argumentierens und Kommunizierens zu fördern, indem die Lernenden ihr Lösungsverfahren erläutern.

Die Wahlpflichtaufgabe 3 eignet sich gut zur Weiterarbeit im Mathematikunterricht, um auch den unterschiedlichen Potenzialen der Lernenden gerecht zu werden. So können Schülerinnen und Schüler zum Beispiel

- zunächst Funktionswerte anhand des Graphen ablesen,
- über die Eignung des Modells reflektieren oder
- zu einem gegebenen Graphen selbst verschiedene Sachsituationen herleiten.

Diese Aufgabe bietet schließlich auch die Möglichkeit, den mathematischen Steigungsbegriff im Unterricht ohne die Verwendung einer Funktionsgleichung einzuführen. Der auf dem Verständnis fußende Steigungsbegriff kann dann Ausgangspunkt zu einer tiefergehenden Beschäftigung mit der mittleren Änderungsrate sein.

Quellen:

- /1/ Sekretariat der Ständigen Konferenz der Kultusminister der Länder in der Bundesrepublik Deutschland (Hrsg.): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss. Beschluss vom 4.12.2003. URL: http://www.kmk.org/fileadmin/Dateien/veroeffentlichungen_beschluesse/2003/2003_12_04-Bildungsstandards-Mathe-Mittleren-SA.pdf (22.06.2017)
- /2/ Kultusministerium des Landes Sachsen-Anhalt (Hrsg.): Fachlehrplan Sekundarschule Mathematik. Magdeburg (2012). URL: https://www.bildung-lsa.de/pool/RRL_Lehrplaene/Endfassungen/lp_sks_mathe.pdf?rl=69 (22.06.2017)

Impressum

Herausgeber: Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (LISA)

Autor: Thomas Gyöngyösi

© ⓘ ⓘ Sie dürfen das Material weiterverbreiten, bearbeiten, verändern und erweitern. Sie müssen den Urheber nennen und kennzeichnen, welche Änderungen sie vorgenommen haben. Sie müssen das Material und Veränderungen unter den gleichen Lizenzbedingungen weitergeben. Die Rechte für Fotos, Abbildungen und Zitate für Quellen Dritter bleiben bei den jeweiligen Rechteinhabern.

Alle bisher erschienenen Informationsblätter finden Sie auch auf dem Bildungsserver Sachsen-Anhalt unter: www.bildung-lsa.de/lisa-kurz-texte