



ANREGUNGEN ZUR SCHUL- UND UNTERRICHTSENTWICKLUNG 8/2016

**VERGLEICH SARBEIT MATHEMATIK
SCHULJAHRGANG 3 –
ERGEBNISSE IM ÜBERBLICK**

Schuljahr 2015/2016

Grundschule
Sekundarschule
Gemeinschaftsschule
Gesamtschule
Gymnasium
Fachgymnasium
Förderschule
Berufsbildende Schule**ALLGEMEINES**

Die Durchführung der Vergleichsarbeit Mathematik im Schuljahrgang 3 (VERA 3), die von Experten in einer länderübergreifenden Arbeitsgruppe am Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB) entwickelt wurde, ist Teil der 2009 verabschiedeten und 2015 überarbeiteten Gesamtstrategie der Kultusministerkonferenz zum Bildungsmonitoring.

Zentrale Funktion der Vergleichsarbeit ist die Unterrichts- und Schulentwicklung. Es wird untersucht, inwieweit die Schülerinnen und Schüler die in den Bildungsstandards formulierten Kompetenzen im Fach Mathematik erreicht haben. Im Schuljahr 2015/2016 nahmen in Sachsen-Anhalt ca. 15.100 Schülerinnen und Schüler an der Vergleichsarbeit Mathematik teil. Die Ergebnisse der Teilnehmenden wurden zentral erfasst und ausgewertet. Die Leistungsrückmeldung aus der Vergleichsarbeit soll als zentraler Bestandteil eines datengestützten Entwicklungskreislaufs an einer Schule fungieren. In diesem Zusammenhang lassen sich die pädagogischen Potentiale von VERA wie folgt zusammenfassen /1/:

- durchgängige Kompetenzorientierung der Testaufgaben,
- Feststellung des Lern- und Unterstützungsbedarfs in den überprüften fachlichen Bereichen,
- Vergleichsmöglichkeiten zum Lernstand der eigenen Klasse bzw. Lerngruppe für eine schulübergreifende Qualitätssicherung,
- Stärkung der diagnostischen Kompetenz von Lehrkräften,
- Unterstützung der Umsetzung der Lehrpläne und der nationalen Bildungsstandards,
- Modifizierung der Testaufgaben für einen kompetenzorientierten und lernwirksamen Unterricht,
- Nutzung der Ergebnisrückmeldung für kooperative Unterrichtsentwicklung im Lehrerteam.

Die Vergleichsarbeit unterscheidet sich in der Gesamtkonzeption, der Bearbeitungszeit (Testteil I und II umfassen jeweils 30 Minuten) und der prozentualen Zuordnung der

Anforderungsbereiche von den Vorgaben des Leistungsbewertungserlasses für Klassenarbeiten.

Sie wird auch deshalb nicht bewertet. Anders als in der zentralen Klassenarbeit werden nur zwei Kompetenzbereiche geprüft, um für diese aussagekräftige Ergebnisse zu erhalten. Die Testaufgaben sind dem fünfstufigen Kompetenzstufenmodell /2/ zugeordnet. Dies ist bei der Interpretation der Aufgabenergebnisse zu beachten.

Im Schuljahr 2015/2016 enthält Teil I Aufgaben zum Kompetenzbereich Muster und Strukturen und überprüft folgende Bildungsstandards:

- strukturierte Zahldarstellungen analysieren und in Beziehung setzen,
- Gesetzmäßigkeiten in geometrischen und arithmetischen Mustern nutzen,
- funktionale Beziehungen in Sachsituationen nutzen,
- einfache Sachaufgaben zur Proportionalität lösen.

Teil II beinhaltet Aufgaben zum Kompetenzbereich Zahlen und Operationen und überprüft folgende Bildungsstandards:

- Zahldarstellungen und Zahlbeziehungen verstehen,
- sich im Zahlenraum bis 1 000 000 orientieren,
- Grundrechenarten mündlich sowie schriftlich anwenden, ihre Zusammenhänge verstehen und auf analoge Aufgaben übertragen,
- Rechengesetze erkennen, nutzen und erklären,
- Rechenfehler finden, erklären und korrigieren,
- in Kontexten rechnen,
- Ergebnisse auf Plausibilität überprüfen.

Der Bereich Zahlen und Operationen war bereits Gegenstand des Testverfahrens im vergangenen Schuljahr. Durch die Wiederholung dieses Testbereichs kann die Kompetenzentwicklung über einen längeren Zeitraum eingeschätzt werden.

Nachfolgend werden die auf die getesteten Kompetenzbereiche bezogenen Ergebnisse vorgestellt.

ERGEBNISSE IM ÜBERBLICK

Ergebnisse im Kompetenzbereich Muster und Strukturen

Abbildung 1 verdeutlicht die Erfüllungsprozentsätze, die zwischen 93 Prozent (Aufgabe 1, Kompetenzstufe 1) und 27 Prozent (Aufgabe 6, Kompetenzstufe 5) liegen. Es wird der Zusammenhang zwischen der Lösungshäufigkeit und der Einordnung einzelner Aufgaben in die entsprechende Kompetenzstufe deutlich.

Vor dem Hintergrund der wirksamen Umsetzung der kompetenzorientierten Lehrpläne sind die Ergebnisse insgesamt als gut einzustufen. 71 Prozent der Schülerinnen und Schüler konnten Aufgaben in den Kompetenzstufen 1 bis 3 richtig lösen. Fast die Hälfte aller Teilnehmerinnen und Teilnehmer war in der Lage, *funktionale Beziehungen in den dargestellten Sachverhalten* zu erkennen, damit entsprechende Aufgaben zu lösen und *Sachaufgaben zur Proportionalität* zu bearbeiten (Aufgaben 4, 5, 9 und 10).

Ergebnisse im Kompetenzbereich Zahlen und Operationen

In Abbildung 2 wird die Streuung von 90 Prozent (Aufgaben 17a und 22, Kompetenzstufe 1) und 21 Prozent (Aufgabe 23, Kompetenzstufe 5) deutlich. Auch hier gibt es einen klaren Zusammenhang zwischen Aufgabenerfüllung und der Klassifizierung der Aufgaben. Die Ergebnisse zeigen, dass durchschnittlich 60 Prozent der Schülerinnen und Schüler in der Lage sind, die in den Bildungsstandards und Lehrplänen formulierten Kompetenzen im Bereich Zahlen und Operationen zu erreichen.

Die hohe Lösungshäufigkeit in der Teilkompetenz *Zahlen darstellen und zueinander in Beziehung setzen* (Aufgaben 20 und 22) verdeutlicht sehr gute Kenntnisse der Grundlagen und deren Anwendung.

Aufgaben der Kompetenzstufen 4 und 5 wurden aufgrund höherer Komplexität erwartungsgemäß von etwa einem Drittel der Teilnehmenden gelöst.

Der Bereich Zahlen und Operationen war letztmalig im Schuljahr 2014/2015 Gegenstand der Vergleichsarbeit. Die durchschnittlichen Lösungshäufigkeiten sind nahezu gleich geblieben. Unterschiede gab es aber durchaus in bestimmten Teilkompetenzen: *Grundrechenarten und ihre Zusammenhänge verstehen* (2015: 55 Prozent; 2016: 44 Prozent Lösungshäufigkeit) oder *das Ergebnis auf Plausibilität prüfen* (2015: 61 Prozent; 2016: 45 Prozent Lösungshäufigkeit). Auch innerhalb der Aufgaben einer Kompetenzstufe sind auffällige Differenzen bei der Lösungshäufigkeit erkennbar. Deutlich wird dies bei näherer Betrachtung der Aufgaben 15, 24 und 26, die der Kompetenzstufe 2 zugeordnet sind. So gelang es 71 Prozent der Schülerinnen und Schüler, in Aufgabe 15 den Sachsituationen passende Aufgabenterme zuzuordnen. Noch zwei Drittel der Lernenden konnten

mehrere unterschiedliche Multiplikationsaufgaben zu einem Ergebnis bilden (Aufgabe 24).

Die Lösungshäufigkeit sank weiter, wenn zu einer Aufgabe unterschiedliche Rechenwege nachzuvollziehen waren und passende Strategien zum Erkennen des korrekten Rechenwegs angewandt werden mussten (Aufgabe 26).

Bemerkenswert ist das landesweite Ergebnis der Aufgabe 21, die bezogen auf die Anforderungen der Kompetenzstufe 5 eines Leistungsbereichs, der die Erwartungen der Bildungsstandards weit übertrifft, im Durchschnitt bereits von fast jedem zweiten Kind gelöst werden konnten. Es wird selbstverständlich nicht erwartet, dass ein Großteil der Schülerinnen und Schüler im dritten Schuljahrgang diese Aufgaben bewältigt.

Ergebnisse der prozessbezogenen Kompetenzen Problemlösen, Modellieren, Darstellen, Kommunizieren und Argumentieren

Eine große Anzahl von Aufgaben dieser Vergleichsarbeit zeigt deutlich die enge Verknüpfung zwischen der Entwicklung der im Lehrplan ausgewiesenen inhaltsbezogenen und prozessbezogenen Kompetenzen.

Der Entwicklungsstand der prozessbezogenen Kompetenzen weist teils starke Unterschiede auf (Abbildung 3). Während beim *Argumentieren* Erfüllungsprozentsätze von 32 Prozent (Muster und Strukturen) bzw. 54 Prozent (Zahlen und Operationen) erreicht wurden, zeigt sich beim *Darstellen* eine höher liegende Erfüllungsrate (bis zu 60 Prozentpunkte, Muster und Strukturen 88 Prozent; Zahlen und Operationen 90 Prozent). Dies könnte einerseits an der Verteilung der Schwierigkeitsgrade der Aufgaben liegen, aber auch an der Schwerpunktsetzung im Unterricht.

Aufgaben zum *Problemlösen* haben nahezu gleiche Erfüllungsraten wie im Vorjahr, wobei im Bereich Zahlen und Operationen der Wert leicht sank. Auch hier ist ein möglicher Grund darin zu sehen, dass diese Aufgaben vor allem den Kompetenzstufen 4 und 5 zugeordnet sind. Insgesamt entsprechen die Erfüllungsprozente über alle allgemeinen mathematischen Kompetenzen hinweg weitestgehend den Erwartungen. So sollten z. B. Aufgaben der Kompetenzstufe 5 vorwiegend von Kindern gelöst werden können, die überdurchschnittliche mathematische Leistungen erbringen.

Die Abbildungen 1 und 2 finden Sie auf dem Ergänzungsblatt sowie online unter: <http://www.bildung-lsa.de/lisa-kurz-texte>



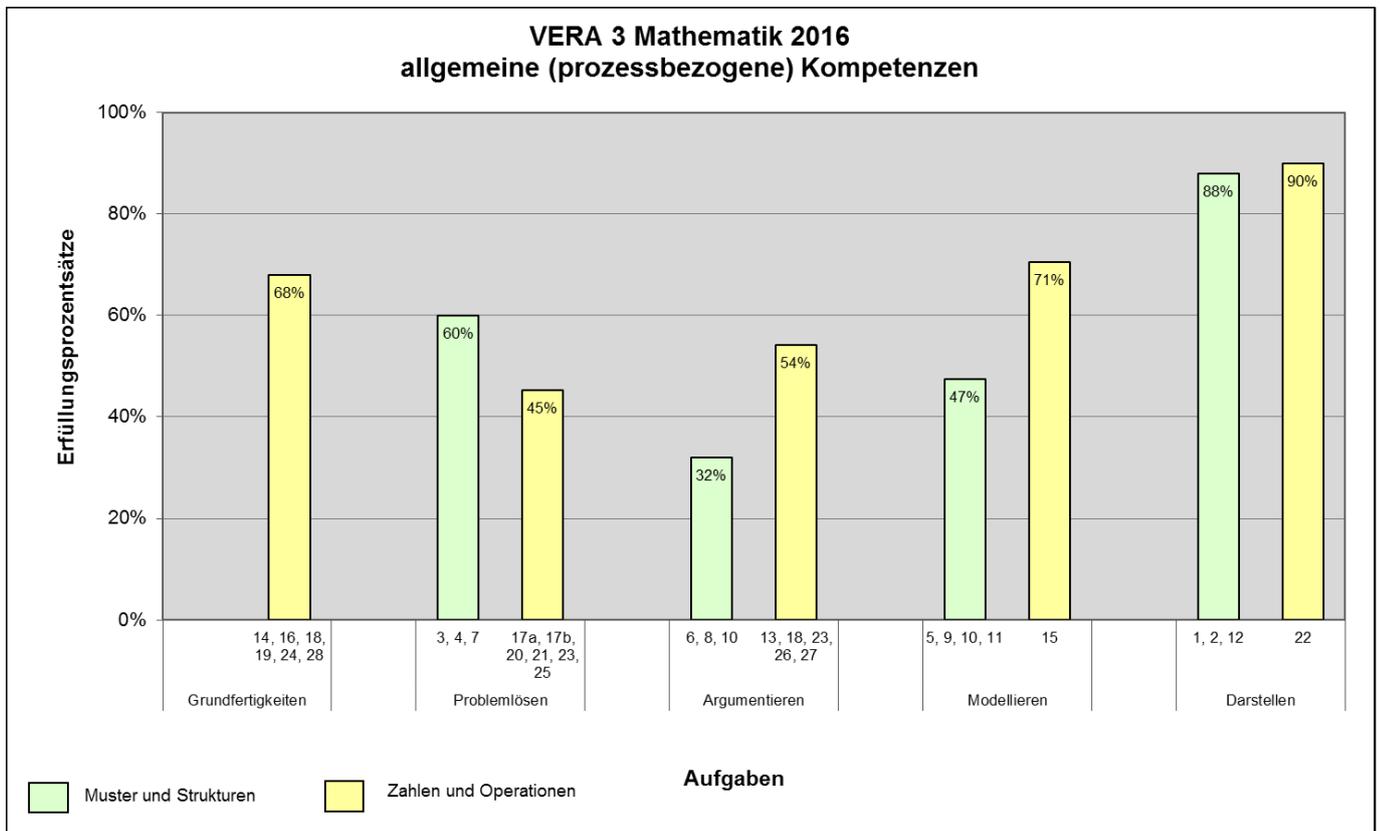


Abbildung 3: Landesergebnisse zu den prozessbezogenen Kompetenzen

HINWEISE ZUR WEITERARBEIT

Neben der verstärkten Fokussierung auf komplexe Aufgaben im Mathematikunterricht der Primarstufe sollten die Schülerinnen und Schüler auch immer wieder zur Kommunikation ihrer Denkprozesse und Lösungswege angeregt werden. Die Herausforderung für die Lehrkraft liegt darin, unterschiedliche Rechenwege, Rechenideen und Rechenkompetenzen der Kinder zu erkennen und weiterzuentwickeln. Ziel ist es, ausgehend von eigenen Rechenwegen neue kennenzulernen, sie zu verstehen und flexibel nutzen zu können, ohne dass diese vorgegeben werden.

Mit der folgenden Beispielaufgabe sollen mögliche Vorgehensweisen zum „flexiblen Rechnen“ (Selter 1999, S. 8) im Unterricht verdeutlicht werden:

Bilde möglichst geschickt die Summe der vier Zahlen eines Ausschnitts aus dem Tausenderbuch.

| | |
|-----|-----|
| 281 | 282 |
| 291 | 292 |

Möglich wären verschiedene Vorgehensweisen, die mit den Schülerinnen und Schülern thematisiert werden sollten, zum Beispiel:

- Zahlen in ihre Stellenwerte zerlegen und einzeln addieren,
- Zahlen einer Zeile geschickt addieren, z. B. Verdopplung +1,
- Zahlen einer Spalte addieren (insgesamt wird die Summe der zweiten Spalte um 2 größer),

- Ausnutzen der gleich großen Diagonalsummen,
- Ergebnis mit Hilfe des schriftlichen Verfahrens ermitteln.

Um die verschiedenen Vorgehensweisen der Schülerinnen und Schüler zu erkennen, ihre Ideen aufzugreifen und ihre Lösungsstrategien untereinander auszutauschen bieten, sich im Unterricht z. B. Rechenkonferenzen an.

Weitere Aufgabenbeispiele und Informationen zum flexiblen Rechnen findet man unter folgenden Links:

- Material zur Entwicklung flexiblen Rechnens: <http://kira.dzlm.de/141> (Stand: 20.07.2016)
- „Ich-Du-Wir“ - Halbschriftliches und schriftliches Rechnen: <http://pikas.dzlm.de/material-pik/themenbezogene-individualisierung/haus-5-unterrichts-material/ich-du-wir-flexibles-rechnen-im-kopf-oder-schriftlich/index.html> (Stand: 20.07.2016)
- E. Rathgeb-Schnierer: Warum noch rechnen, wenn ich die Lösung sehen kann? Hintergründe zur Förderung flexibler Rechenkompetenzen bei Grundschulkindern. http://www.mathematik.tu-dortmund.de/ieem/bzmu2011/_BzMU11_1_Einfuehrungen-Hauptvortraege/BzMU11_RATHGEB_Elli_Flexibel.pdf (Stand: 20.07.2016)

Ein Teil der Aufgaben in der Vergleichsarbeit repräsentierte die Auseinandersetzung mit außermathematischen Anforderungssituationen aus dem Vorstellungsbereich der Kinder. Die Schülerinnen und Schüler sollten hier ihre mathematischen Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten zur Problemlösung einsetzen. Viele Aufgaben erforderten das Darstellen

mathematischer Sachverhalte und deren Zusammenhänge auf unterschiedliche Art und Weise. Darstellungen unterstützen in allen Bereichen der Mathematik u. a. die Begriffsbildung, veranschaulichen Sachprobleme und dienen so als strategisches Hilfsmittel. Während der Umgang mit verschiedenen Darstellungsformen /3/ offenbar zu einem festen Bestandteil des Mathematikunterrichts gehört, sollten verstärkt Anlässe geplant werden, die den Schülerinnen und Schülern erlauben, ihre Argumentationskompetenz – mündlich sowie schriftlich – zu entwickeln.

Als „grundschulspezifische Komponenten des Argumentierens“ (Bezold 2010, S.3) versteht man folgende vier Bausteine:



Diese Bausteine stellen zentrale argumentative Aktivitäten im Mathematikunterricht dar.

Diese können meist durch einfache zusätzliche Fragen initiiert werden. Fragen wie: „Was kannst du entdecken?“ oder „Warum ist das so?“ können das Argumentieren anregen. Auch die Aufforderungen „Beschreibe deine Entdeckung.“, „Erkläre deinem Mitschüler den Rechenweg.“ oder „Begründe.“ eröffnen Raum, um im Unterricht anhand der alltäglichen Aufgaben mit den Schülerinnen und Schülern über Mathematik zu kommunizieren.

Folgende Aufgabe ließe sich auch einfach nur ausrechnen:

| | |
|-----------|----------|
| Rechne. | |
| 91 – 19 = | 90 – 9 = |
| 92 – 29 = | 80 – 8 = |
| 93 – 39 = | 70 – 7 = |

Die Zusammenstellung dieser Aufgaben ist jedoch nicht beliebig, sondern folgt einem bestimmten mathematischen Prinzip.

Durch das Hinzufügen von „Forscherfragen“ können die prozessbezogenen Kompetenzen gefördert und somit die gewünschte neue Unterrichtskultur unterstützt werden.

Folgende Forscherfragen können die Bearbeitung im oben genannten Sinn unterstützen:

- Rechne die Aufgaben aus und untersuche die Ergebnisse. Was fällt dir auf?
- Schau dir die Zahlen genau an. Wie hängen die Startzahlen zusammen? Finde weitere Aufgaben nach dieser Regel.
- Wie hängen Aufgaben und Ergebnisse zusammen? Achte dabei auf die Stellenwerte und ihre Differenz.
- Finde weitere Aufgaben zum Muster. Bilde die Quersumme der Differenz. Was fällt dir auf? Warum ist das so? Begründe.

Die Förderung des sinnverstehenden Lesens mathematischer Texte bzw. Aufgaben und der Aufbau eines entsprechenden Repertoires an (heuristischen) Hilfsmitteln und Strategien, um erfolgreich an die Lösung solcher Aufgaben

heranzugehen, sollten kontinuierlich im Mathematikunterricht thematisiert und Lernangebote mit entsprechenden Anforderungen unterbreitet werden.

In diesem Zusammenhang wird darauf verwiesen, dass Problemlöseaufgaben - in allen inhaltsbezogenen Kompetenzbereichen - eine Möglichkeit darstellen, die Entwicklung heuristischer Kompetenz zu fördern.

Alle prozessbezogenen Kompetenzen müssen natürlicher Bestandteil jeder Unterrichtsstunde sein – egal mit welchem mathematischen Inhalt sich beschäftigt wird. Kinder müssen erfahren, dass das Begründen und Argumentieren, das Modellieren und das Lösen von Problemen genauso zur Mathematik dazugehören wie die Aufgaben des kleinen Einmaleins. Gefördert werden sollte eine Kultur des Erforschens, Entdeckens und Erklärens – auch außerhalb von Förderstunden, Mathe-AGs oder speziellen Knobelangeboten.

Weitere Aufgabenbeispiele und Informationen zum Thema findet man unter folgenden Links:

- A. Bezold: Mathematisches Argumentieren in der Grundschule Fördern. Handreichungen des Programms SINUS an Grundschulen. IPN, Kiel (2010). http://www.sinus-an-grundschulen.de/fileadmin/uploads/Material_aus_SGS/Handreichung_Mathe_Bezold.pdf (Stand: 20.07.2016)
- A. Bezold: Förderung von Argumentationskompetenzen auf der Grundlage von Forscheraufgaben. In: *mathematica didactica* 35 (2012). http://mathdid.ph-freiburg.de/documents/md_2012/md_2012_Bezold_Argumentieren.pdf (Stand: 20.07.2016)
- Aufgabenbeispiele zur Förderung prozessbezogener Kompetenzen: <http://kira.dzlm.de/155> (Stand: 20.07.2016)
- Entdecken, Beschreiben, Begründen. Empfehlungen des Projekts PikAs: <http://pikas.dzlm.de/material-pik/mathematische-bildung/index.html> (Stand: 20.07.2016)

Quellen:

- /1/ <https://www.iqb.hu-berlin.de/vera/faq> (Stand: 20.07.2016)
- /2/ vgl. Kompetenzstufenmodell zu den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4), auf Grundlage des Ländervergleichs 2011 überarbeitete Version in der Fassung vom 11. Februar 2013, <http://www.iqb.hu-berlin.de/bista/ksm> (Stand: 22.07.2014)
- /3/ http://www.sinus-an-grundschulen.de/fileadmin/uploads/Material_aus_SGS/Handreichung_Dedekind.pdf (Stand: 20.07.2016)

Impressum

Herausgeber: Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (LISA)

Autorin: Sabine Schmidt

© ⓘ ⓘ Sie dürfen das Material weiterverbreiten, bearbeiten, verändern und erweitern. Sie müssen den Urheber nennen und kennzeichnen, welche Änderungen sie vorgenommen haben. Sie müssen das Material und Veränderungen unter den gleichen Lizenzbedingungen weitergeben.

Alle bisher erschienenen Informationsblätter finden Sie auch auf dem Bildungsserver Sachsen-Anhalt unter: www.bildung-lsa.de/lisa-kurz-texte

Ergänzungsblatt: Anregungen zur Schul- und Unterrichtsentwicklung 8/2016
 Vergleichsarbeit Mathematik im Schuljahrgang 3 – Schuljahr 2015/2016

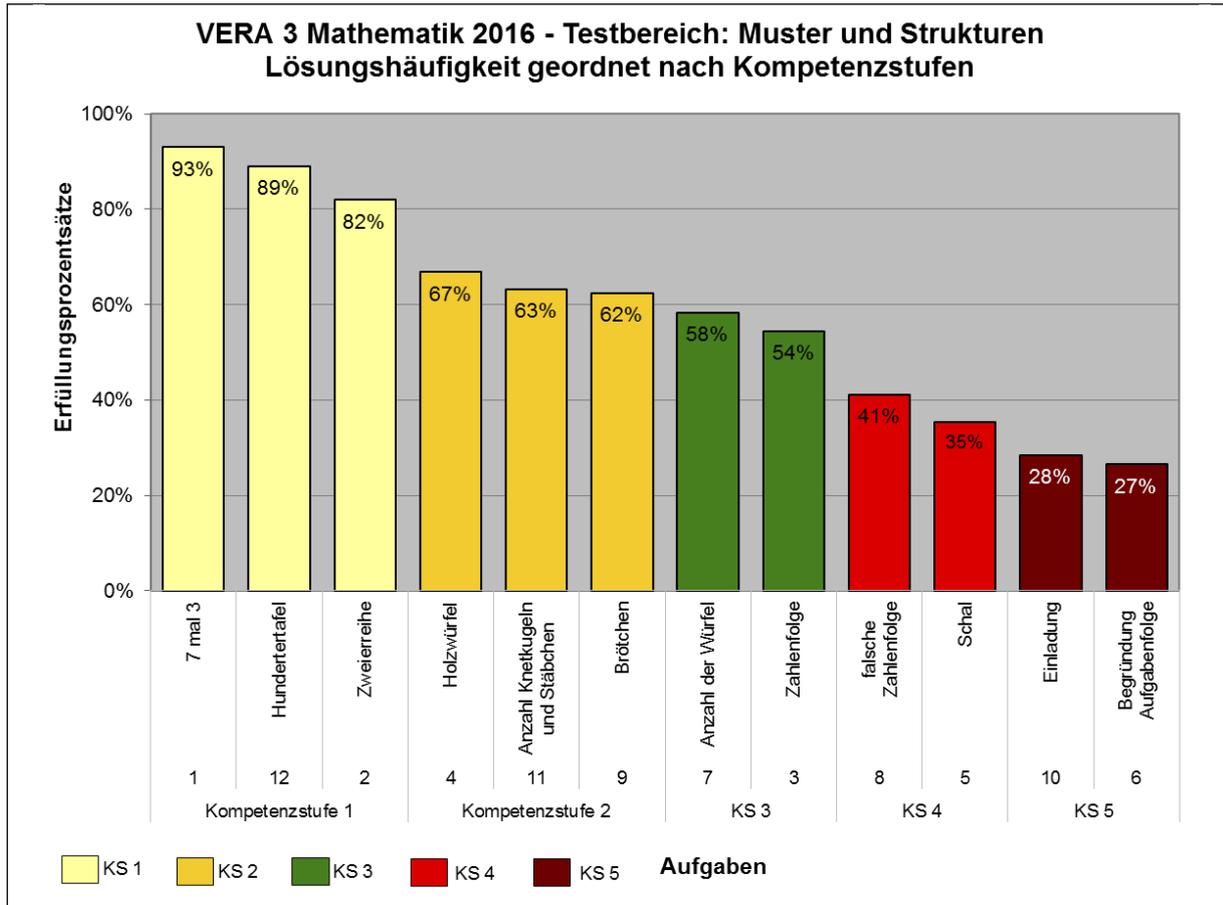


Abbildung 1: Landesergebnisse im Bereich Muster und Strukturen

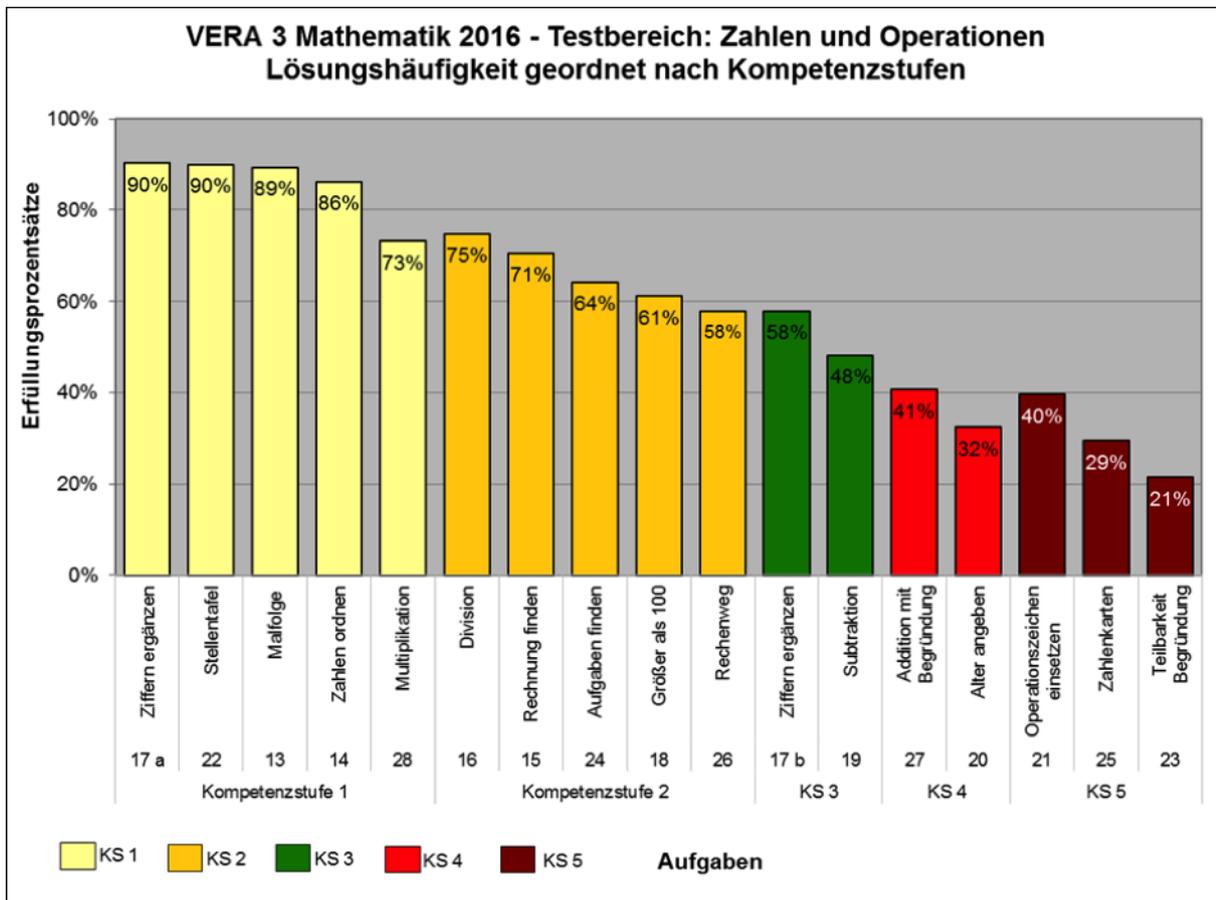


Abbildung 2: Landesergebnisse im Bereich Zahlen und Operationen