



## ANREGUNGEN ZUR SCHUL- UND UNTERRICHTSENTWICKLUNG 2/2015

**DER KOMPETENZORIENTIERTE  
LEHRPLAN AM GYMNASIUM –  
FACHLEHRPLAN MATHEMATIK**Grundschule  
Sekundarschule  
Gemeinschaftsschule  
Gesamtschule  
Gymnasium  
Fachgymnasium  
Förderschule  
Berufsbildende Schule

„Voraussetzung für den Erwerb der Allgemeinen Hochschulreife ist eine aktive, auf Vernetzung mit dem Vorwissen aufbauende und verständnisorientierte Auseinandersetzung der Schülerinnen und Schüler mit den zentralen Ideen und Konzepten der Mathematik.“ /1/

**WIE IST DER FACHLEHRPLAN AUFGEBAUT?**

Die Entwicklung des Fachlehrplanes Mathematik Gymnasium/Fachgymnasium verfolgte zwei Hauptziele:

- curriculare Verankerung der Kompetenzorientierung, insbesondere durch nachdrückliches Orientieren auf die allgemeinen mathematischen Kompetenzen,
- Verknüpfung der sachsen-anhaltischen Lehrplantraditionen mit den neuen Anforderungen der Bildungsstandards im Fach Mathematik sowohl der des Mittleren Schulabschlusses als auch der der Allgemeinen Hochschulreife.

Grundlage des Fachlehrplanes Mathematik ist das in Anlehnung an die Bildungsstandards weiterentwickelte Kompetenzmodell für den Mathematikunterricht in Sachsen-Anhalt.

Im Ergebnis dieser Weiterentwicklung werden allgemeine mathematische Kompetenzen in vier Kompetenzbereichen und inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen in vier Inhaltsbereichen ausgewiesen.

**allgemeine mathematische  
Kompetenzen:**

- P** Probleme mathematisch lösen
- M** mathematisch modellieren
- A** mathematisch argumentieren und kommunizieren
- D** mathematische Darstellungen und Symbole verwenden

**inhaltsbezogene mathematische  
Kompetenzen:**

- Zahlen und Größen
- Raum und Form
- Zuordnungen und Funktionen
- Daten und Zufall

Da allgemeine und inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen immer im Verbund erworben werden, wird die Verflechtung der allgemeinen und inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen im Fachlehrplan in unterschiedlicher Weise verdeutlicht. Im Abschnitt 2.2 des Fachlehrplanes erfolgt eine Detaillierung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen, auf die im Abschnitt 3 des Fachlehrplanes in jedem Kompetenzschwerpunkt Bezug genommen wird. Es folgen Darstellungen im Längsschnitt, die eine Akzentsetzung und Orientierung bei der kumulativen Entwicklung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen geben. Auch die Verflechtungsmatrizen für die Schuljahrgänge 5/6, 7/8, 9, 10 und 11/12 sollen helfen, die allgemeinen mathematischen Kompetenzen planmäßig, bewusst und systematisch zu entwickeln.

Ein bewährtes Strukturmerkmal stellt das Aufgabenpraktikum dar, das pro Schuljahr mindestens einmal etwa im Umfang von zwei Unterrichtswochen zu gestalten ist. Das Aufgabenpraktikum unterstützt in besonderem Maße die Individualisierung von Lernprozessen, indem Schülerinnen und Schüler zunehmend selbstständig Lösungswege entwickeln, begründen und reflektieren.

**WELCHE INFORMATIONEN ENTHÄLT EIN „KOMPETENZSCHWERPUNKT“?**

Im Abschnitt 3 „Kompetenzentwicklung in den Schuljahrgängen“ sind die Aussagen zur Kompetenzentwicklung geordnet nach Schuljahrgängen und Kompetenzschwerpunkten dargestellt. Jeder Kompetenzschwerpunkt wird

strukturiert in inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen, allgemeine mathematische Kompetenzen und grundlegende Wissensbestände.

	<b>Raum und Form</b>								
<b>Kompetenzschwerpunkt: Trigonometrie</b>									
<b>Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen</b> - trigonometrische Beziehungen an rechtwinkligen Dreiecken anwenden - Stücke in geometrischen Figuren mit maßstäblicher Konstruktion ermitteln - Seitenlängen, Winkelgrößen und Flächeninhalte von Dreiecken berechnen - inner- und äußermathematische Anwendungsaufgaben, die auf trigonometrische Berechnungen führen, lösen									
<b>Allgemeine mathematische Kompetenzen</b> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 25%;"><b>P</b></td> <td style="width: 25%;"><b>M</b></td> <td style="width: 25%;"><b>A</b></td> <td style="width: 25%;"><b>D</b></td> </tr> <tr> <td>1, 2, 3</td> <td>1, 3</td> <td>3</td> <td>1, 4</td> </tr> </table>		<b>P</b>	<b>M</b>	<b>A</b>	<b>D</b>	1, 2, 3	1, 3	3	1, 4
<b>P</b>	<b>M</b>	<b>A</b>	<b>D</b>						
1, 2, 3	1, 3	3	1, 4						
<b>Grundlegende Wissensbestände</b> - Ankathete, Gegenkathete - Sinus, Kosinus und Tangens eines Winkels im rechtwinkligen Dreieck $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ ; $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ ; $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ - Sinussatz, Kosinussatz, Flächeninhaltssatz - Anstiegswinkel einer Geraden									
<b>Kompetenzschwerpunkt aus dem Schuljahrgang 9</b>									

Die formulierten inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen sind verbindlich im Hinblick auf die erwartete Kompetenzentwicklung und somit abprüfbar. Schwerpunkt-mäßig sind allgemeine mathematische Kompetenzen ausgewiesen, an deren Entwicklung im Kontext der genannten inhaltsbezogenen Kompetenzen gezielt gearbeitet werden soll. Die grundlegenden Wissensbestände konkretisieren hierbei die inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen. Zu beachten ist, dass in die grundlegenden Wissensbestände jeweils Bestände hineinzudenken sind, die bereits in früheren Schuljahrgängen genannt werden.

Die Kompetenzschwerpunkte im Fachlehrplan folgen in ihrer Strukturierung dem Gedanken des kumulativen Lehrens und Lernens. Dies soll die planmäßige und systematische Entwicklung der mathematischen Kompetenzen unterstützen. Nebenstehend wird dieser kumulative Aufbau am Beispiel ausgewählter Kompetenzen des Inhaltsbereiches Zuordnungen und Funktionen der Schuljahrgänge 7/8, 9 und 10 aufgezeigt.

Kompetenzschwerpunkt	Sjg.	Inhaltsbezogene mathematische Kompetenz
Lineare Funktionen	7/8	- Eigenschaften linearer Funktionen sowie Einfluss der Parameter m und n auf den Graphen erläutern
Quadratische Gleichungen und quadratische Funktionen	9	- Eigenschaften quadratischer Funktionen ermitteln und beschreiben - Einfluss von Parametern auf Lage und Form der Graphen quadratischer Funktionen untersuchen und beschreiben
Funktionsklassen	10	- Eigenschaften von Potenz- und Wurzelfunktionen sowie Exponential- und Logarithmusfunktionen ermitteln und beschreiben sowie Zusammenhänge unter dem Aspekt von zueinander inversen Funktionen herstellen - Einfluss von Parametern auf Lage und Form der Graphen von Funktionen untersuchen und beschreiben

Der vorliegende Fachlehrplan beschreibt fachbezogene Kompetenzerwartungen, formuliert klare Ergebniserwartungen ohne Wahlmöglichkeit, trifft jedoch keine Aussage über *didaktisch-methodische Wege und Verfahren*, die so beschriebenen Ziele zu erreichen.

## WAS KENNZEICHNET DEN KOMPETENZORIENTIERTEN FACHLEHRPLAN IM FACH MATHEMATIK?

Die Rahmenrichtlinien Gymnasium Mathematik aus dem Jahr 2003 beschreiben, welches Lernangebot den Lernenden verpflichtend zu unterbreiten ist, also was im Unterricht zu lehren ist. Dabei sind Könnenserwartungen fest gebunden an bestimmte Gegenstände des Unterrichts.

Im Fachlehrplan Mathematik werden Kompetenzen beschrieben, über die die Schülerinnen und Schüler am Ende der ausgewiesenen Schuljahrgänge verfügen sollen. Durch die Aufschlüsselung der verbindlich zu erreichenden Kompetenzen zeigt sich die veränderte Perspektive auf den Unterricht.

Neben der Fähigkeit, eine begrenzte Anzahl vergleichbarer Aufgaben und Probleme zu bewältigen und zu lösen, bedeutet Kompetenzorientierung im Fach Mathematik auch ein mehr oder weniger klar abgrenzbares, einübbares und erlernbares Können, das sich unabhängig von Situationen auf eine Vielzahl von inhaltlichen Aufgaben und Themen übertragen lässt.

Kompetenzen haben über kognitive Dimensionen hinaus auch volitive und emotive Anteile und sind so mit sozialen und gesellschaftlichen Ansprüchen verwoben. Eine Kompetenz ist demnach eine Disposition, die dazu befähigt, variable Anforderungssituationen in einem bestimmten Lern- oder Handlungsbereich erfolgreich und verantwortungsvoll zu bewältigen. Am einsichtigsten erscheint dies für praktische Bereiche, wie berufliche, technische, handwerkliche oder sportliche Kompetenzen. So kann man Autofahren als eine Kompetenz bezeichnen, die unabhängig von der Beschaffenheit des Fahrzeuges, des Fahrweges oder des Zweckes (Fortbewegung, Transport, Rennen) geübt und praktisch eingesetzt werden kann. Zwar kann man diese Tätigkeit in viele kleinere Einheiten zerlegen (Anfahren, Anhalten, etc.), doch wird man diese kleineren Einheiten kaum schon Kompetenzen nennen wollen. Ähnlich verhält es sich etwa mit den Kompetenzbeschreibungen bezüglich des Mathematikunterrichtes. Begriffe, Sätze oder Verfahren zu erläutern, Allaussagen zu widerlegen, können z. B. als vereinzelte Realisierungsformen geübt werden, prägen allein für

sich jedoch noch nicht die allgemeine Kompetenz mathematischen Argumentierens und Kommunizierens. Somit können Kompetenzen, bezogen auf den Mathematikunterricht

im Besonderen die allgemeinen mathematischen Kompetenzen, nicht im klassischen Sinne gelehrt, sondern müssen von den Schülerinnen und Schülern aktiv erworben werden.

## WELCHE AUSWIRKUNGEN HAT DIE KOMPETENZORIENTIERUNG DES FACHLEHRPLANES AUF DIE LEHR- UND LERNKULTUR IM FACH MATHEMATIK?

Kompetenzorientierter Mathematikunterricht verlangt von den Lehrkräften ein tiefes Verständnis für die Ziele des Mathematikunterrichtes einerseits und das Berücksichtigen der Bedürfnisse der Schülerinnen und Schüler andererseits. An die Stelle bisheriger Inputsteuerung und Stofforientierung entlang einer Zeitachse (Was soll am Ende eines Schuljahrganges behandelt worden sein?) tritt mit der Kompetenzorientierung eine Ergebnis- bzw. Outputsteuerung (Was sollen Schülerinnen und Schüler am Ende eines Schuljahrganges können?). Orientierungen für sinnstiftende Akzentuierungen im Spektrum allgemeiner mathematischer Kompetenzen vermittelt der Fachlehrplan bezüglich der einzelnen ausgewiesenen inhaltsbezogenen Kompetenzen. Diese durch Ausschärfung, im Idealfall durch abgestimmtes Handeln aller an diesem Prozess Beteiligten, weiterzuentwickeln sowie mit einer Sicht auf Alltagsbewältigung phasenweise neu zu bewerten oder gar zu hinterfragen, ist Anliegen schulin-

terner Unterrichtsplanung. Somit lassen sich verbindliche Vorgaben des Fachlehrplanes auf die Situation der einzelnen Schulen zuschneiden und bieten gleichzeitig Möglichkeiten, Freiräume auszugestalten.

Daraus resultierende Erwartungen an die Entwicklung der Schülerpersönlichkeiten sind getragen von:

- erhöhter Selbstständigkeit und Verantwortung für individuelle Lernprozesse,
- kumulativen und systematisch vernetzten Denkweisen,
- der Entwicklung von Entscheidungs- und Problemlösekompetenzen für ein erfolgreiches Bewältigen lebensweltbezogener und komplexer Anforderungssituationen,
- dem zunehmenden Vermögen der Beurteilungs- und Bewertungsfähigkeit inner- und außermathematischer Zusammenhänge.

## WIE WIRD DER FACHLEHRPLAN DEM ANSPRUCH DER SCHULFORM GERECHT?

Besonderes Anliegen des Unterrichtes auf der Grundlage des Fachlehrplanes Mathematik Gymnasium/Fachgymnasium ist es, Schülerinnen und Schüler den Zugang zum Studium an einer Hochschule sowie einer vergleichbaren beruflichen Ausbildung zu ermöglichen. Zur Erfüllung dieses Auftrages hat der Unterricht in allen Schuljahrgängen beizutragen. Im Fachlehrplan bilden die Schuljahrgänge 5/6 und 7/8 jeweils eine organisatorische Einheit. Die Schuljahrgänge 9 und 10 sind separat zu sehen, wobei der Schuljahrgang 10 (als Einführungsphase in die gymnasiale Oberstufe) eng an die Schuljahrgänge 11/12 (die Qualifikationsphase der gymnasialen Oberstufe) gebunden ist. Dies zeigt sich ab dem Schuljahrgang 10 in der Vernetzung von inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen und den drei klassischen Bereichen Analysis, Analytische Geometrie und Stochastik sowie der zunehmend wissenschaftsorientierten Ausrichtung der Kompetenzschwerpunkte.

Die Entwicklung der angestrebten mathematischen Kompetenzen ist schuljahrgangsübergreifend und kumulativ angelegt. Dies ermöglicht die Einführung in Denk- und Arbeitsweisen der Wissenschaft. So sind beispielsweise

Ungleichungen im gymnasialen Mathematikunterricht ab den Schuljahrgängen 5/6 durchgängig einzubeziehen. Sie bilden u. a. eine wesentliche Voraussetzung für das Verstehen sachadäquater Intervallangaben und für die Kompetenzentwicklung zu Punkt- und Intervallschätzungen in den Schuljahrgängen 11/12.

Der gymnasiale Unterricht ist durch eine große inhaltliche Tiefe und Komplexität sowie eine breite inhaltliche Vernetzung geprägt. Beispielsweise sollen Schülerinnen und Schüler Lösungsverfahren nicht nur situationsbezogen anwenden, sondern über ein großes Repertoire an heuristischen Strategien und Prinzipien diese auch selbst entwickeln, was eine erheblich größere Vielfalt im Reflektieren und Übertragen von Vorgehensweisen erfordert als bei einer Beschränkung auf das Auswählen und Anwenden geeigneter Lösungsverfahren. Über das Erkennen von Strukturen und Beziehungen und deren Beschreiben hinausgehend wird auch ein Überführen in mathematische Modelle gefordert. Vierecksarten zum Beispiel können auf induktivem Wege, ausgerichtet am Erkenntnisprozess vom Einzelnen zum Allgemeinen erarbeitet werden. Die Schülerinnen und

### Impressum

Herausgeber: Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (LISA)

Autoren: Petra Behling, Dr. Wolfram Eid, Ardito Messner

© ⓘ ⓘ Sie dürfen das Material weiterverbreiten, bearbeiten, verändern und erweitern. Sie müssen den Urheber nennen und kennzeichnen, welche Änderungen sie vorgenommen haben. Sie müssen das Material und Veränderungen unter den gleichen Lizenzbedingungen weitergeben.

Alle bisher erschienenen Informationsblätter finden Sie auch auf dem Bildungsserver Sachsen-Anhalt unter: [www.bildung-lsa.de/lisa-kurz-texte](http://www.bildung-lsa.de/lisa-kurz-texte)

Schüler ordnen Repräsentanten und Nichtrepräsentanten des zu erarbeitenden Begriffswortes nach gegebenen bzw. zu findenden Merkmalsausprägungen und kommen über das Umgehen mit konkreten Realisierungsformen zum mathematischen Begriff. Zielt man jedoch auf frühzeitige Vernetzung der Begriffswelt der Schülerinnen und Schüler ab, wäre eine deduktive Vorgehensweise für den Unterricht vom Allgemeinen zum Besonderen am Gymnasium der betreffenden Altersstufe zumindest zu hinterfragen. Das

Erschließen eines Begriffsinhaltes etwa aus einem Oberbegriff (hier Viereck) durch zunächst formales Hinzufügen einschränkender Eigenschaften stellt eine weitaus höhere geistige Anforderung dar. Dieser Aspekt der Vernetzung käme an anderer Stelle noch einmal zum Tragen, wenn (etwa in systematisierenden Betrachtungen) die Entwicklung der Inhaltsformeln spezieller Vierecke durch Diskussion der in der Trapezformel vorkommenden Größen (im Sinne von Parametern) betrieben würde.

## WELCHE ASPEKTE WURDEN IN DER VORANHÖRUNG GEHÄUFT ANGESPROCHEN?

„Die im Mathematikunterricht behandelten Inhalte unterliegen – wie die Ausrichtung der Fachmathematik selbst – stetem gesellschaftlichen Wandel. Interessant und wirklich unentbehrlich für die Allgemeinbildung sind Anwendungen der Mathematik erst, wenn in Beispielen aus dem gelebten Leben erfahren wird, wie mathematische Modellbildung funktioniert und welche Art von Aufklärung durch sie zustande kommen kann.“ /2/

### Änderung des inhaltlichen Schwerpunktes in der beurteilenden Statistik

Im Ergebnis der Voranhörung gab es zum Kompetenzschwerpunkt „Beurteilende Statistik“ zahlreiche Rückmeldungen. Viele Lehrkräfte bzw. schulische Fachschaften wünschten die komplette Streichung des Testens von Hypothesen. In den Bildungsstandards im Fach Mathematik für die Allgemeine Hochschulreife wird jedoch ein „Einblick in die Methoden der beurteilenden Statistik“ verbindlich gefordert. Zudem gab es zu diesem Kompetenzschwerpunkt verstärkt Rückmeldungen aus Universitäten. Unabhängig voneinander wird in den universitären Rückmeldungen ein Ersetzen des Testens von Hypothesen durch das Schätzen von Parametern empfohlen. Neben der Argumentation mit Blick auf die zunehmende gesamtgesellschaftliche Bedeutung des Arbeitens mit großen Datensätzen und der damit einhergehenden Verschiebung der Verfahren der beurteilenden Statistik von den Hypothesentests hin zu Konfidenzintervallen aufgrund sich verändernder gesellschaftlicher Prozesse wird vor allem auf die für Schülerinnen und Schüler lernpsychologisch einfachere Situation beim Schätzen von Parametern hingewiesen.

Während beim Testen von Hypothesen Aussagen über einen interessierenden Sachverhalt auf indirektem Weg (Inklusionsschluss) getroffen werden, wird beim Schätzen ein direkter Weg (Rückschluss) eingeschlagen. Der Prozess des Schätzens greift unmittelbar Methoden und Inhalte des vorhergehenden Unterrichts, insbesondere auch aus der Sekundarstufe I (z. B. arithmetisches Mittel, relative Häufigkeit) auf. Damit ist die Verbindung zwischen beschreibender und beurteilender Statistik stärker ausgeprägt und für Schülerinnen und Schüler besser wahrzunehmen.

### Einsatz digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht

Etwa zwei Drittel der Rückmeldungen enthielten Hinweise und Meinungen sowie Erwartungen zum Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge. Neben Anfragen zu technischen Realisierungen enthielten die Rückmeldungen auch Anfragen zum didaktisch-methodischen Einsatz der digitalen Werkzeuge.

Im Grundsatzband ist die Entwicklung der Medienkompetenz als gemeinsame Aufgabe aller Unterrichtsfächer ausgewiesen. In diesen Kontext ist auch der Einsatz digitaler Werkzeuge im Mathematikunterricht an Gymnasien/Fachgymnasien einzuordnen. Aus fachdidaktischer Sicht sind digitale Werkzeuge ein unverzichtbares Hilfsmittel für einen zeitgemäßen Mathematikunterricht.

Im Abschnitt 2.4 des Fachlehrplans ist der verbindliche Einsatz digitaler Mathematikwerkzeuge im Unterricht ab Schuljahrgang 5 festgelegt. Sehr ausführlich werden in diesem Abschnitt das Potential dieser Werkzeuge und deren Einsatzmöglichkeiten beschrieben. Es geht also nicht mehr um das „Dafür“ oder „Dagegen“ und es geht auch nicht um technische Realisierungen. Zu den digitalen Mathematikwerkzeugen gehören neben dynamischer Geometriesoftware, Tabellenkalkulation und dem wissenschaftlichen Taschenrechner auch Computeralgebra-Systeme (CAS). Damit sind nicht „Geräte/Hardware“ (also technische Realisierungen) sondern entsprechende Anwenderprogramme/Software ... etc. gemeint.

Zielstellung des Mathematikunterrichtes ist u. a. auch die situationsgerechte, sinnvolle und verständige Nutzung von digitalen Werkzeugen, unabhängig von der technischen Realisierung.

#### Quellen:

/1/ Kultusministerium Sachsen-Anhalt (2014): Fachlehrplan Gymnasium/ Fachgymnasium Mathematik

/2/ Winter, H.: Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. In: Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik 61 (1995), S. 37-46