

- a) Berechne die Werte der Terme  $T_1 = n^2$  bzw.  $T_2 = (n + 1)^2$  für  $n = 1; 2; 3; 4; 5$  sowie die Differenz  $T_2 - T_1$ .  
 Welche Regelmäßigkeit ist bei der Folge der Differenzen zu erkennen? Setze die Folge der Differenzen um zwei weitere Glieder fort und prüfe durch Nachrechnen.
- b) Berechne den Wert des Terms  $2m^4 - m^2 + 15$  für  $m = 1; 2$  und  $3$ .  
 Welche Zahl ist für  $m$  jeweils zu wählen, damit der Wert des Terms 1240; 4768 bzw. 19915 ist?
- c) Gib zwei weitere Gleichungen an, die die Regelmäßigkeit der gegebenen vier Gleichungen fortsetzen.

$$1^2 + 2 = 2^2 - 1$$

$$2^2 + 3 = 3^2 - 2$$

$$3^2 + 4 = 4^2 - 3$$

$$4^2 + 5 = 5^2 - 4$$

.....

Schreibe die Gesetzmäßigkeit mithilfe der Variablen  $n$  auf.

EINORDNUNG IN DAS KOMPETENZMODELL

Inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen				Allgemeine mathematische Kompetenzen			
				<b>P</b>	<b>M</b>	<b>A</b>	<b>D</b>
x				2	2		3

Kompetenz	AFB I	AFB II	AFB III
a) Termwerte und -differenzen berechnen eine Gesetzmäßigkeit erkennen und überprüfen	x	x	
b) Termwerte berechnen Variablenbelegungen ermitteln	x	x	
c) Regelmäßigkeit erkennen und die Gesetzmäßigkeit mit Variablen angeben		x	x

## HINWEISE ZUR LÖSUNG

a)

n	1	2	3	4	5		6	7
$T_1$	1	4	9	16	25		36	49
$T_2$	4	9	16	25	36		49	64
$T_2 - T_1$	3	5	7	9	11		13	15

Die Differenzen sind aufeinanderfolgende ungerade Zahlen.

b)

m	1	2	3		5	7	10
T	16	43	168		1240	4768	19915

c)  $5^2 + 6 = 6^2 - 5$  ;  $6^2 + 7 = 7^2 - 6$   
 $n^2 + (n + 1) = (n + 1)^2 - n$  für  $n > 0$

## KOMMENTAR

Die Aufgabe zielt insbesondere auf die Entwicklung von Kompetenzen im Umgang mit Termen ab, wobei nicht etwa technisch aufwändige Termumformungen im Fokus der Aufgabe stehen. Vielmehr wird elementares Berechnen von Termwerten verknüpft mit Aufträgen zum Beurteilen des Verhaltens elementarer Zahlenfolgen (hier soll der Schüler gedanklich das rekursive Fortschreiben der vorliegenden Folge vollziehen und dann überprüfen) wie auch dem Darstellen expliziter Bildungsvorschriften unter Verwendung von Variablen.

Im Aufgabenteil b) geht es nach dem Berechnen der ersten drei Termwerte nicht um Fortsetzen des Berechnens, um auf diesem Wege schließlich die Lösung zu finden. Vielmehr sollten die Schüler überlegt „Startwerte“ auswählen. So wird für den Termwert 19915 zum einen eine Variablenbelegung in Frage kommen, die „etwas ferner“ von der 3 liegt und zum anderen in Beziehung zu einer durch fünf oder zehn teilbaren Zahl steht.

Bei c) sollte darauf geachtet werden, dass je nach „Startwert“ für  $n$  die Beschreibung der Gesetzmäßigkeit unterschiedlich sein kann, z. B. für  $n > 1$ :  $(n - 1)^2 + n = n^2 - (n - 1)$ .

## AUFGABENVARIATIONEN

Mögliche Variationen innerhalb des isolierten Berechnens von Termwerten leiten sich aus folgenden Überlegungen ab:

- *Struktur des Terms*

nur Grundrechenoperationen  $1,5m - 15$  ;  $1,5(m - 7) - 2(m + 7) + 15$

Komplexität der Potenzbildungen  $2m^3 - m + 15$  ;  $-(m - 7)^4 - (m - 7)^2 + 15$

Anzahl der Variablen  $0,015(a - 7)^4 - (b - 7)^2 + 15$

- *verwendetes Zahlenmaterial* (N, Q+, Q, R)

- *Ausweiten des Umkehrens von Denkoperationen*

Prüfe, für welche natürlichen Zahlen gilt:  $n \cdot n = 10$ ,  $n \cdot n = 1$ ,  $(n + 2) \cdot (n - 3) = 0$ , ...

Mögliche Variationen innerhalb des isolierten Aufstellens von Termen oder Gleichungen:

- *„gängige“ Übersetzungen häufig auftretender Redewendungen (AFB I)*

die Hälfte, ein Viertel, ... von

gerade Zahl, ungerade Zahl, Vorgänger, Nachfolger

etwas vermehren bzw. vermindern

- *Verwenden „gängiger“ Übersetzungen beim Aufstellen von Gleichungen (AFB I/II)*

Von welcher natürlichen (gebrochenen, ganzen, ...) Zahl ist das Doppelte genauso groß wie ihr Quadrat?

Die Summe aus einer ungeraden Zahl und ihrem Nachfolger beträgt 23. Wie heißt die Zahl?

Daniel kauft vier Flaschen Limonade zu einem Preis von je 1,20 € und zwei Flaschen Bananensaft. Dafür muss er an der Kasse 7,80 € bezahlen. Wie teuer ist eine Flasche Bananensaft?