Übung macht den Meister!
Erfahrungen und Befunde

BLK-MODELLVERSUCHS PROGRAMM
Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts

SINUS
in Sachsen-Anhalt

„Sicherung von Basiswissen – Verständnisvolles Lernen auf unterschiedlichen Niveaus“

Modul 4

SACHSEN
ANHALT

Landesinstitut für Lehrerfortbildung,
Lehrerweiterbildung und Unterrichtsforschung

Übung macht den Meister!
Erfahrungen und Befunde

„Sicherung von Basiswissen – Verständnisvolles Lernen auf unterschiedlichen Niveaus“

Modul 4

Das BLK-Modellversuchs-Programm „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“ (SINUS) wird durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) und durch die Kultusminister der Länder gemeinsam gefördert.
Förderkennzeichen: A 6674
Der Modellversuch hat eine Laufzeit vom 01.04.1998 bis 31.03.2003

Herausgeber:	Sachsen-Anhalt Landesinstitut für Lehrerfortbildung, Lehrerweiterbildung und Unterrichtsforschung von Sachsen-Anhalt Kleine Steinstraße 7 06108 Halle (Saale)	
Projektleiter:	Lichtenberg, Willi Dr. Pruzina, Manfred	LISA Halle (bis 31.12.2000) LISA Halle (ab 06.08.2001)
Redaktion:	Dr. Pruzina, Manfred	LISA Halle
Layout:	Schoebbel, Christiane	
Arbeitsgruppe:	Eckhardt, Margit Grosch, Rolf Lange, Udo Pralow, Steffi Dr. Pruzina, Manfred	G.-Cantor-Gymnasium Halle IGS „W. Brandt” Magdeburg Sekundarschule „J. W. v. Goethe“ Stendal IGS „W. Brandt” Magdeburg LISA Halle
Druck:	RUPA-DRUCK DESSAU	

LISA HALLE 2003 – 1. Auflage – 900 Exemplare

Vorwort

Der Modellversuch „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“ (SINUS) wurde von der Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung (BLK) als eine Reaktion auf die 1997 veröffentlichten TIMSS-Ergebnisse aufgelegt.

Das Land Sachsen-Anhalt beteiligte sich mit einem Schulset (6 Schulen) daran, und zwar mit zwei Sekundarschulen, drei Gymnasien und einer Integrierten Gesamtschule.

Die Projektleitung wurde im Auftrage des Kultusministeriums von Mitarbeitern des Landesinstitut für Lehrerfortbildung, Lehrerweiterbildung und Unterrichtsforschung von Sachsen-Anhalt (LISA) wahrgenommen.

In einer überschulischen Arbeitsgruppe entwickelten Lehrkräfte der Modellversuchsschulen Ideen, Konzepte und Materialien für die Unterrichtspraxis, um die Qualität des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts zu verbessern. Diese wurden im Unterricht der Modellversuchsschulen erprobt, überarbeitet und zugehörige methodisch-didaktische Erfahrungen bilanziert.

Bei der Zusammenstellung der entwickelten Materialien, Ergebnisse und Erfahrungen in den vorliegenden Heften wurde großer Wert darauf gelegt, ausreichend Informationen für die Nachnutzung anzubieten.

Auf die Frage, welches ist die wichtigste Erfahrung der „SINUS-Lehrkräfte“ im Modellversuch, ergab sich in der Endphase des Modellversuches folgende Antwort:

„Die Arbeit im Modellversuch forderte und förderte die konkrete und ergebnisorientierte **Kommunikation und Kooperation der Lehrkräfte** verschiedener Schulen. Das Erproben der entwickelten Konzepte auf der Ebene der Schulen stimulierte wiederum das Auseinandersetzen mit inhaltlichen und methodischen Konzepten innerhalb der Schule.“

Die auf die praktische Unterrichtsarbeit zielende Kommunikation einschließlich verbindlicher Absprachen wird als wesentliche Bereicherung empfunden.

Dies ist sicher nicht neu, doch diese alte Erfahrung im schulischen Alltag umzusetzen, sie zu praktizieren, das ist immer wieder eine neue Herausforderung.

In diesem Sinne wünschen sich die Autorinnen und Autoren, dass das vorliegende Heft Anlass für Diskussionen in der Fachschaft ist und auf diesem Wege einen Beitrag zur Steigerung der Effizienz des Unterrichts leistet.

Dr. Siegfried Eisenmann
Präsident

Das Programm SINUS

Das BLK-Programm SINUS („Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“) hat zum Ziel, durch Förderung einer schulinternen und schulübergreifenden Kooperation und Zusammenarbeit von Lehrkräften und Mitarbeitern von Bildungseinrichtungen des Bundes und der jeweiligen Länder die Effizienz des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts zu verbessern. Bundesweit beteiligen sich 180 Schulen, die in regionale Schulsets gebündelt sind.
Das Programm wird jeweils zur Hälfte aus Mitteln des Bundes und des Landes Sachsen-Anhalt finanziert.

Für das gesamte Programm auf Bundesebene ist das Institut für die Praxis der Naturwissenschaften Kiel (http://www.ipn.uni-kiel.de/projekte/blk_prog/blkstefr.htm)
in Zusammenarbeit mit dem Staatsinstitut für Schulpädagogik und Bildungsforschung München (http://www.isb.bayern.de/) und dem Lehrstuhl für Mathematik und ihre Didaktik der Universität Bayreuth (http://blk.mat.uni-bayreuth.de/) verantwortlich.

Für Sachsen-Anhalt wurde das Landesinstitut für Lehrerfortbildung, Lehrerweiterbildung und Unterrichtsforschung von Sachsen-Anhalt (LISA) durch das Kultusministerium beauftragt, die Leitung und Koordination des Programms auf Landesebene zu übernehmen (http://www.modellversuche.bildung-lsa.de/).

Seit Beginn des Schuljahres 1998/99 beteiligen sich sechs Schulen aus Sachsen-Anhalt an diesem Programm, deren gemeinsame Arbeit sich auf 3 Module konzentriert:

Modul 2: „Naturwissenschaftliches Arbeiten“,

Modul 4: „Sicherung von Basiswissen – Verständnisvolles Lernen auf unterschiedlichen Niveaus“,

Modul 5: „Zuwachs von Kompetenz erfahrbar machen: Kumulatives Lernen“.

Inhaltsverzeichnis

1 Ausgangslage, Untersuchungsfragen und Zielstellung

Die TIMS-Studie (vgl. z. B. /1/), das Gutachten zur Vorbereitung des Programms SINUS (/2/) und eigene Erfahrungen belegen, dass gerade grundlegende Kenntnisse und Fertigkeiten bei Schülerinnen und Schülern der Sekundarstufe I nicht in ausreichendem Maße vorhanden sind.

Vor diesem Hintergrund ist eine Untersuchung von methodischen und didaktischen Fragestellungen bei der Vermittlung von Grundkenntnissen und Basisqualifikationen im Mathematikunterricht der Sekundarstufe I notwendig.
Diese Untersuchung muss zum einen von den objektiv gegebenen Forderungen (i. w. in Rahmenrichtlinien fixiert) ausgehen. Zum anderen besteht aber nur dann eine Chance auf einen Erfolg (gemessen an einer veränderten Unterrichtspraxis), wenn diese Untersuchungen ihren **Ausgangspunkt in der Schulpraxis** nehmen und zu tatsächlichen, Veränderungen führen. Das wiederum setzt voraus, dass die Vorschläge auch **realisierbar** sind.
Die auf einer sehr allgemeinen Ebene zuweilen erhobenen Anforderungen, was und wie Lehrkräfte im Unterricht alles tun und beachten sollten, berücksichtigt oft nicht ausreichend, dass die Lehrkräfte zahlreiche Anforderungen zu erfüllen haben und dies innerhalb eines sehr komplexen Bedingungsgefüges.
Einiges sei zur Verdeutlichung hier aufgeführt:

Anforderungen, z. B.	**Bedingungen, z. B.**
– Unterricht soll problemorientiert sein. – Unterricht soll lebensverbunden sein. – Unterricht soll theoretisch anspruchsvoll sein, aber fasslich bleiben. – Es soll ein Prozess des entdeckenden Lernens gestaltet werden. – Der Unterricht soll ergebnisorientiert sein. – Der Unterricht soll allen Beteiligten Spaß machen. – Die Lehrkraft soll möglichst differenziert individuelle Besonderheiten der Schülerinnen und Schüler beachten (didaktische Differenzierung).	– Diskontinuitäten (z. B. Unterrichtsausfall, Lehrkraftwechsel) – Gute und schlechte Arbeit von Lehrkräften bleibt folgenlos. – Zeitmangel (...) – Ungünstige Lern- und Arbeitsatmosphäre in Klassen (z. B. wenn Schülerinnen und Schüler nicht lernen wollen) – z. T. keine, veraltete oder ungeeignete Lehrmaterialien – z. T. unzureichende Ausstattung in Bezug auf Computertechnik für Lehrkräfte und Schülerinnen und Schüler ...

Anforderungen, z. B.	Bedingungen, z. B.
- Im Unterricht soll das Wissen und Können auf vielfältige Art und Weise gefestigt werden. - Die Lehrkraft soll die Schülerinnen und Schüler motivieren. - Hausaufgaben wohlüberlegt stellen und gründlich auswerten. - Der Unterricht soll fächerübergreifend sein. - Der Unterricht soll einen Beitrag leisten zur Verkehrserziehung, zur Gesundheits-erziehung, zur Umwelterziehung ... - Im Unterricht sollen neue Medien sinnvoll integriert werden. ...	

Ein grundlegender Mangel vieler Vorschläge zur Verbesserung der Unterrichtsqualität besteht unseres Erachtens gerade darin, dass diese Aufgabenfülle und die realen Bedingungen kaum bedacht werden; vielmehr zielen Empfehlungen darauf, zusätzliche Anforderungen an Lehrkräfte zu stellen, ohne zu sagen, welche dafür wegfallen. Zugleich wird fast immer von optimalen Bedingungen ausgegangen.

So verwundert es nicht, dass, obwohl für die Gestaltung eines guten Mathematikunterrichts zahlreiche Vorschläge existieren (in Fachzeitschriften, Handreichungen für die Lehrkraft, MUED, Arbeitsmaterialien für Schülerinnen und Schüler, ...), letztlich scheinbar keine Breitenwirksamkeit erreicht wurde.

Vielmehr verwundert es, dass wissenschaftlich arbeitende Pädagoginnen und Pädagogen oder Fachdidaktikerinnen und Fachdidaktiker so wenig das „reale Lehrerhandeln im realen Unterricht“ berücksichtigen.

Warum eigentlich fragen wir uns?

Anspruchsvoll wäre es allein auf Grund der Komplexität der Fragestellung.

Besteht hier etwa eine Lücke in der Wissenschaftslandschaft?

Sind Pädagoginnen und Pädagogen nur für bildungstheoretische Grundsatzfragen zuständig?

Fühlen sich evtl. Fachdidaktikerinnen und Fachdidaktiker nicht angesprochen, weil das zu sehr ins „Methodische“ geht?

Wir wissen es nicht, meinen aber dass eine Zuwendung zu den realen Problemen der Unterrichtspraxis unabdingbar ist, und zwar auch von Wissenschaftlerinnen und Wissenschaftlern.

Es gehört u. E. einfach zur Implementation von didaktischen Vorschlägen in die Unterrichtspraxis, dass diese bis hin zur Schülerin/zum Schüler und zur Schulstube gedacht werden!

Wir sahen in dem Modellversuch SINUS darin eine Chance, dass von vornherein die realen Bedingungen bedacht sind, denn die Vorschläge für die Unterrichtsgestaltung resultieren aus einem <u>internen</u> Entwicklungsprozess.
Zusätzlich bestand das Vorhaben, die Widerstände und Schwierigkeiten bei der Umsetzung der Vorhaben zu reflektieren.
Unsere Ziele lagen also mit Blick auf den Schwerpunkt BASISWISSEN (Modul 4) auf zwei Ebenen.

- Die Schülerinnen und Schüler sollen
  - ein tieferes Verständnis grundlegender mathematischer Begriffe besitzen,
  - grundlegende Verfahren und Regeln der Mathematik sicher anwenden können,
  - Lösungskompetenzen erwerben, z. B. durch Beherrschen heuristischer Prinzipien.
  - Die Lehrerinnen und Lehrer analysieren das diesbezügliche didaktische und methodische Vorgehen detailliert; sie reflektieren ihr Lehrerhandeln, nehmen subjektive und objektive Störungen wahr. Auf diese Weise entwickeln sie realisierbare methodische Formen zur Sicherung des Basiswissens und vervollkommnen ihre diesbezügliche Lehrkompetenz.

Wir bearbeiteten folgende Untersuchungsfragen:

(F1)
Was gehört zum für den Mathematikunterricht grundlegendem Wissen und Können (Basiswissen)?

(F2)
Wie sind kontinuierliche Übungs- und Festigungsphasen zu gestalten, damit langfristig die Sicherung von Basiswissen auf unterschiedlichen Niveaustufen gelingt (unterschiedliche Übungsphasen, kurze Übungen, Erstfestigung, vielfältige Übungen, komplexe Übungen)?

(F3)
Welche Schwierigkeiten treten auf bei der Gestaltung kontinuierlicher Übungs- und Festigungsphasen und wie können diese ggf. verringert werden?

Folgende Teilziele wurden angestrebt:

(Z1)
Erstellen von Basiswissen – Katalogen für ausgewählte Themen bzw. Stoffgebiete

(Z2)
Erstellen und Erproben von Unterrichtsmaterialien für ausgewählte Stoffgebiete, die die Aneignung von Basiswissen unterstützen sollen einschließlich der Erarbeitung von Kontrollarbeiten zur Untersuchung des Leistungsniveaus der Schülerinnen und Schüler

(Z3)
Entwickeln und Erproben eines Übungskonzeptes mit den Schwerpunkten „regelmäßige, systematische Kurzübungen“ und „vielfältiges Üben und Anwenden“ mit bewusstem Reflektieren der Schwierigkeiten
(Zusammenfassung von Erfahrungsberichten)

2 Zur Sicherung von Basiswissen – aus theoretischer und unterrichtspraktischer Sicht

2.1 Ausgangspunkte

In den Rahmenrichtlinien Mathematik von Sachsen-Anhalt heißt es u. a.:
„Der Mathematikunterricht ... ist so zu gestalten, dass die Schülerinnen und Schüler durch vielfältige geistige und praktische Tätigkeiten mathematische Zusammenhänge entdecken, selbst formulieren, begründen und sicher anwenden können." (vgl. /3/, S. 18)

Das Ziel „Sicheres Anwenden-Können" wird vor allem immer wieder betont, wenn es um so genanntes grundlegendes Wissen und Können geht. Damit ist eine „echte Teilmenge" von Zielen und Inhalten des Mathematikunterrichts mit Blick in zwei Richtungen gemeint. Zum einen geht es um „Basiswissen"[1], das eine Grundlage für das weitere Lernen ist. Alle Lehrerinnen und Lehrer machen ja immer wieder die Erfahrung, dass das erfolgreiche Fortschreiten im Unterricht, das Aneignen neuer Stoffe nicht selten durch ein nicht oder nur unzureichend gesichertes Ausgangsniveau erschwert wird. Dies gilt sowohl innerhalb des Mathematikunterrichts als auch fächerübergreifend.
Zum anderen zählt man zu Basiswissen solche Ziele und Inhalte, die eine besonders hohe Relevanz beim Anwenden von Mathematik im Alltag oder in nahezu beliebiger Berufstätigkeit haben (man denke z. B. an Größen, die Prozentrechnung). Es handelt sich also um den Teil der mathematischen Allgemeinbildung, die unmittelbar benötigt wird, um alltägliche oder berufliche Anforderungen erfüllen zu können.
HEYMANN hat z. B. versucht, die mathematischen Inhalte und inhaltsbezogenen Qualifikationen für „Nichtmathematiker", auf die diese „nach Abschluss ihrer Schulzeit im privaten oder beruflichen Alltag bisweilen zurückgreifen", zu erfassen (im Folgenden gegliedert in arithmetischen und geometrischen Bereich aufgeführt) – vgl. /4/.

[1] Basiswissen wird hier in einem weiteren Sinne verstanden und schließt nicht nur Wissen, sondern auch Können ein.

<u>Arithmetischer Bereich:</u> *Anzahlbestimmungen; Beherrschung der Grundrechenarten (je nach Komplexität „im Kopf" oder schriftlich); Rechnen mit Größen; Kenntnis der wichtigsten Größen und Einheiten; Durchführung einfacher Messungen (vor allem Zeit und Längen); Rechnen mit Brüchen mit einfachen Nennern in anschaulichen Kontexten; Rechnen mit Dezimalbrüchen; Ausrechnen von Mittelwerten (arithmetisches Mittel); Prozentrechnung; Zinsrechnung; Schlussrechnung („Dreisatz"); Durchführung arithmetischer Operationen mit einem Taschenrechner; Grundfertigkeiten im Abschätzen und Überschlagen* *<u>Geometrischer Bereich:</u>* *Kenntnis elementarer regelmäßiger Figuren (Kreis, Rechteck, Quadrat etc.) und Körper sowie elementarer geometrischer Beziehungen und Eigenschaften (Rechtwinkligkeit, Parallelität etc.); Fähigkeit zur Deutung und Anfertigung einfacher graphischer Darstellungen von Größen und Größenverhältnissen (Schaubilder, Diagramme, Karten) sowie von Zusammenhängen zwischen Größen mittels kartesischer Koordinatensysteme*

Rahmenrichtlinien enthalten bezüglich eines so verstandenen Basiswissens durchaus Aussagen; diese sind notwendigerweise relativ allgemein gehalten und bedürfen der Konkretisierung, damit Lehrerinnen und Lehrer zielgerichtet in ihrem Unterricht das Basiswissen sichern können.

Die Mathematiklehrerinnen und -lehrer haben in diesem Zusammenhang zwei Aufgaben zu bewältigen:

(1) Basiswissen für das Fach Mathematik „diagnostizieren",
(2) Methodische Wege entwickeln und in der Praxis umsetzen, um das sichere Beherrschen von Basiswissen durch unterrichtliche Maßnahmen zu erreichen.

Zu (1):

Die Lehrkräfte können auf Grund langjähriger Erfahrungen das Basiswissen in ihrem Fach beschreiben, verschiedene Lehrkräfte kommen dabei zu sehr ähnlichen Ergebnissen.
Es wäre nun eine große Hilfe, wenn solche Kataloge von Basiswissen von Praktikern für Praktiker für die verschiedenen Themen des Unterrichts bereitgestellt werden.
Im Rahmen dieses Arbeitsvorhabens ist dies für die Themen „Prozentrechnung", „Planimetrie" und „Gleichungen" geschehen (siehe entsprechende Materialien).

Zu (2)

Für das Erreichen eines soliden und anwendungsbereiten Wissens und Könnens ist eine systematische und kontinuierliche Gestaltung von Phasen der Festigung[2] erforderlich.

[2] Festigung wird hier als Oberbegriff für die didaktischen Funktionen Üben, Anwenden, Wiederholen, Vertiefen und Systematisieren verstanden.

Dabei wird vorausgesetzt, dass beim Erarbeiten von neuem Stoff ein erstes Verständnis erreicht und somit eine Grundlage für das Festigen gelegt wurde.[3]

Lehrerinnen und Lehrer haben dabei eine Fülle von z. T. auch widersprüchlichen Anforderungen zu bewältigen.

- Unter anderem müssen sie stets verschiedene Zielstellungen im Blick behalten. So haben sie den laufenden Stoff zu festigen und müssen zugleich dafür sorgen, dass der bereits behandelte Stoff (aus anderen Stoffgebieten, aus vorangegangenen Jahrgangsstufen) nicht in Vergessenheit gerät.
- Im Zusammenhang mit dem themengebundenen Wissen und Können (z. B. Berechnen von Nullstellen) sollen die Schülerinnen und Schüler Kompetenzen erwerben, die themen-unabhängig sind, z. B. solche Fähigkeiten wie Argumentieren, Begründen und Beweisen oder das Aufstellen von mathematischen Modellen.
- Die Lehrkräfte sollten dazu ein hohes Maß an Schülerselbstständigkeit gewährleisten, sie sollten ferner den unterschiedlichen Lernvoraussetzungen entsprechen (didaktische Differenzierung) und das ganze muss in einem eher knapp bemessenen Zeitrahmen geschehen.

Somit spielen Fragen der methodischen und organisatorischen Bewältigung dieser Anliegen im Unterricht eine große Rolle.

Als Mittel wird dabei in der Regel ein am jeweiligen Ziel orientiertes Arbeiten mit Aufgaben gesehen. Das <u>Arbeiten mit Aufgaben</u> umfasst dabei eine sehr komplexe Tätigkeit der Lehrkraft. Sie beginnt bei der Aufgabenauswahl bzw. der „Konstruktion“ von Aufgaben oder Aufgabenfolgen (!), geht über die Planung ihres Einsatzes im Unterricht und des Auslösens und Stimulieren von Schüleraktivitäten zur Lösung derselben bis hin zur gemeinsamen Auswertung der Ergebnisse.

Für die Gestaltung dieses komplexen Prozesses beim Sichern von Basiswissen sollen Hilfen bereitgestellt und erprobt werden.

[3] In dieser Betrachtung wird das Erarbeiten und das Festigen getrennt gesehen, obwohl in der Unterrichtspraxis diese didaktischen Anliegen ineinander greifen.

2.2 Didaktische und methodische Aspekte der Sicherung von Basiswissen

Sicheres und anwendbares Wissen und Können ist gewiss ein Ziel, das in jedem Unterrichtsfach verfolgt wird. Im Mathematikunterricht hat dies jedoch noch eine besondere Bedeutung. Dies liegt vor allem am Charakter des mathematischen Bildungsgutes und am Aufbau des Mathematiklehrganges in der Schule, in dem sich jedes Stoffgebiet auf Vorangehendes stützt: So ist z. B. ohne sicheres Können im Rechnen und im Umformen von Termen ein sicheres Können beim Lösen von linearen Gleichungen nicht zu erreichen, und ohne Können im Lösen von linearen Gleichungen kann das Lösen linearer Gleichungssysteme nicht angeeignet werden, und ohne das Lösen von Gleichungen bzw. Gleichungssystemen ist das erfolgreiche Lösen von Anwendungsaufgaben kaum denkbar und so weiter und so weiter... Diese mathematikspezifische „Vertikalstruktur" des Stoffes macht das Beherrschen von Vorleistungen zur unverzichtbaren Voraussetzung für das Lernen im Fach Mathematik überhaupt. Ist bei einer Schülerin/einem Schüler der „Faden gerissen", dann sind seine Bemühungen, „neuen" Stoff zu verstehen, auf „Sand gebaut"! Erst wenn es gelingt, die betreffenden Lücken zu erkennen (!) und zu schließen, dann sind notwendige Bedingungen für das Weiterlernen gegeben.

Folglich kommt der didaktischen Funktion **Festigen** im Mathematikunterricht eine besondere Bedeutung zu.

Festigen kann man natürlich erst etwas „Vorhandenes". Festigen von Wissen und Können beginnt mit der Erarbeitung desselben!

> „Sinnvolles Lernen ist ... auf individuelle und soziale Sinnkonstruktion, auf Zielorientierung und auf Offenhalten der Komplexität des Lerngegenstandes angewiesen. Vermittlung ist daher ... nicht einfach Transport stabiler Informationen, sondern Aufnahme, Verarbeitung, Einordnung und Weiterentwicklung von Vorwissen und Erfahrungen. ... Die inhaltliche und methodische Unterrichtsgestaltung ist ... als Gesamtaufgabe aufzufassen. Die Änderung einzelner Elemente muss wirkungslos bleiben, wenn nicht die Unterrichtskultur insgesamt mit bedacht wird. ..." (s. /2/, S. 39 f.)

So gesehen kann das FESTIGEN[4] im Mathematikunterricht als Grundprozess angesehen werden, da das Erarbeiten ja stets auch eine innermathematische Anwendung des vorher Erlernten ist!

[4] Synonym zu Festigen wird oft der Terminus **Üben** gebraucht. Dies ist gerechtfertigt, wenn das Üben in weitem Sinne verstanden wird und nicht nur auf das „Training" von Fertigkeiten (also „automatisierten" Handlungsabläufen) zielt, sondern auch das Einprägen von Kenntnissen, das Gewöhnen an Arbeitsweisen, das Verinnerlichen von Problemlösestrategien u. Ä. beinhaltet.

Das **zielgerichtete, systematische und beharrliche** Festigen von Wissen und Können im Mathematikunterricht ist also ein wesentlicher Ansatzpunkt für die Gestaltung eines effizienten und gehaltvollen Unterrichts.[5]

Obwohl für das Festigen hinreichend viel Zeit eingeplant werden muss, allein die Quantität ist für die Effizienz von Festigungsphasen nicht entscheidend. Es kommt ganz wesentlich darauf an, qualitative Gestaltungsforderungen zu beachten, so dass das Festigen im Mathematikunterricht möglichst einem Gesamtkonzept folgt und mithin den weiter oben verwendeten Attributen

- zielgerichtet,
- systematisch,
- beharrlich

genügt.

Welche Forderungen sollten also Beachtung finden?

1. Übungsschwerpunkte in den Gesamtprozess einordnen

Es hat sich bewährt, in diesem Zusammenhang folgende Übungsphasen zu unterscheiden:

Erste Übungen

Diese Übungsphase ist ganz eng mit der Erarbeitung von neuem Stoff verbunden. Das Beispielmaterial sollte so gewählt werden, dass die Schülerinnen und Schüler sich auf das inhaltlich Neue konzentrieren können und nicht durch andere Aspekte oder besondere Schwierigkeiten abgelenkt werden (also z. B. einfaches Zahlenmaterial, keine Sonderfälle).

Es erfolgt somit eine **Fokussion der Aufmerksamkeit auf das Wesentliche**.

Beispiel: Löse die quadratischen Gleichungen:

a) $x^2 + 6x + 8 = 0$ (Lösungen: -4; -2)

b) $x^2 + 10x + 21 = 0$ (Lösungen: -7; -3)

c) $x^2 - 6x + 8 = 0$ (Lösungen: 2; 4)

d) $x^2 - 10x + 21 = 0$ (Lösungen: 3; 7)

e) $x^2 - 2x - 8 = 0$ (Lösungen: -2; 1)

Erläuterung: Die Aufgaben haben den Übungsschwerpunkt: „Anwenden der Lösungsformel“. Das Zahlenmaterial ist so gewählt, dass nur ganzzahlige Lösungen auftreten (dadurch ist auch die Probe einfach!), dass die „Nebenrechnungen“ einfach sind (keine Bruchrechnung) und dass nur der Lösungsfall „zwei Lösungen“ auftritt.

[5] Die Zuwendung zum Schwerpunkt Festigen bedeutet keine Geringschätzung anderer Ansätze für eine verbesserte Unterrichtskultur im Mathematikunterricht wie z. B. Verstärkung der Realitätsbezüge.

Die ersten Übungen zielen also auf eine Stabilisierung des Wissens und Könnens bezogen auf einen typischen Fall des neu behandelten Stoffs.
Was für die Schülerinnen und Schüler in den ersten Übungen „verkraftbar" ist, hängt natürlich letztlich von der konkreten Lerngruppe ab.

Vielfältige Übungen

Beim vielfältigen Üben treten im Aufgabenmaterial weitere Aspekte auf, die vorher bewusst vermieden wurden. Bezogen auf das obige Beispiel könnten das sein:

- Lösungen sind auch Brüche,
- p und q sind auch Brüche,
- Gleichung hat genau eine oder keine Lösung,
- Gleichung wird nicht in der Normalform gegeben,
- Als Variable wird nicht x gewählt,
- Sonderfälle wie $x^2 - 4 = 0$ oder $x^2 - 4x = 0$ oder $(x-3)(x+5)=0$.

Vielfältiges Üben sollte einsetzen, wenn die ersten Übungen zu einer gewissen Sicherheit geführt haben. Ziel des vielfältigen Übens ist es, das Wissen und Können zu flexibilisieren.
Es kommt also gerade darauf an, die richtige „Mischung" zu finden zwischen dem Bearbeiten von Serien gleichartiger Aufgaben und dem Einbeziehen andersartiger Aufgaben, so dass die Schülerinnen und Schüler vorab auch die Aufgaben analysieren müssen (also bewusstes Entgegenwirken einem unüberlegten schematischen Arbeiten).
Es sollten somit rechtzeitig anders formulierte Aufgaben einbezogen werden, damit die Konzentration der Schülerinnen und Schüler und ihre geistige Aktivität gefordert wird:

Komplexe Übungen

Dies ist die anspruchsvollste Form, denn hier umfasst das Üben eben nicht nur Stoff aus einem relativ eng umrissenen Gebiet, sondern es geht um das Verknüpfen von Wissen und Können aus verschiedenen Gebieten, um das selbstständige Finden von Lösungswegen usw.
Die in den Rahmenrichtlinien von Sachsen-Anhalt ausgewiesenen eigenständigen „Themen" *Aufgabenpraktikum* (s. /3/, S. 41 ff. und S. 64 bzw. in /5/, S. 67) stellen dabei die höchste Form der komplexen Übungen dar.
Das komplexe Üben darf sich aber darauf nicht beschränken. Auch in die kontinuierliche Unterrichtsarbeit sollten Aufgaben mit komplexen Charakter einbezogen werden.

> „Komplexität kann je nach Zielstellung mit Blick auf verschiedene Leistungsniveaus auf verschiedenen Ebenen verwirklicht werden, z. B. durch Variation der Anforderungen innerhalb vielfältig vorgegebener Teilaufgaben („entfaltete Komplexaufgaben") bis hin

zu Problemaufgaben, in deren Lösungsprozess erst Teilaufgaben herauszuarbeiten sind („nichtentfaltete Komplexaufgaben“).“ s. /3/, S. 41

Wertvolle Anregungen für das komplexe Üben findet man z. B. in /7/ und /8/.

2. *Festigung muss den unterschiedlichen Übungsbedarf der Schülerinnen und Schüler berücksichtigen (didaktische Differenzierung)*

Gerade beim Festigen zeigen sich unterschiedliche Lernbedarfe besonders stark; während die einen Schülerinnen und Schüler deutlich mehr „erste Übungen“ benötigen, kann bei anderen relativ schnell zu vielfältigen Übungen übergegangen werden.

Die Lehrkraft sollte sich also gezielt einen Einblick in den Leistungsstand seiner Schülerinnen und Schüler verschaffen. Möglichkeiten der didaktischen Differenzierung bieten z. B. das Arbeiten in Gruppen oder differenzierte Hausaufgaben.

3. *Regelmäßiges Üben auch von zurückliegendem Stoff*

Hier haben sich in der Unterrichtspraxis im Wesentlichen zwei sich gegenseitig ergänzende Formen bewährt. Das sind zum einen so genannte **Wiederholungsstunden** und zum anderen **regelmäßige Kurzübungen** (zum Teil in jeder Unterrichtstunde), oft als „Tägliche Übungen“ oder „Stündliche Übungen“ bezeichnet (wertvolle Anregungen findet man dazu in /9/, S. 225 ff.).

<u>Wiederholungsstunden</u> werden in der Regel in größeren Abständen gestaltet. Je nach Einbettung in den Gesamtprozess können unterschiedliche Anliegen verfolgt werden, i. w.:

- Zur Sicherung des Ausgangsniveaus (vor Beginn eines neuen Themas),
- Zum Abschluss der Behandlung eines Themas (z. B. als Systematisierung),
- Zum „Lebendighalten“ von Stoff, zu dem es aktuell keine inhaltlichen Querverbindungen gibt.

Damit Wiederholungsstunden effektiv werden, sollten folgende „Faustregeln“ beachtet werden:

- Wiederholung ist <u>nicht</u> als verkürzte Neuerarbeitung zu gestalten.
- Kein formales Wiederholen im Sinne des Abfragens von Sätzen, Definitionen, Regeln usw.
  (Nicht: „Was ist eigentlich eine „Funktion“?“
  Sonder etwa: „Gegeben sind folgende Zuordnungen ... Welche davon sind Funktionen?“)
- Konzentration auf Wesentliches (also z. B. Basiswissen)
- Wiederholungen sollten für die Schülerinnen und Schüler nicht unvorbereitet sein (z. B. vorbereitende Hausaufgabe stellen).

Auch bei der Gestaltung von regelmäßigen Kurzübungen (im Folgenden als tägliche Übungen bezeichnet) sollten Qualitätsansprüche beachtet werden.

Unter <u>täglichen Übungen</u> versteht man einen besonderen Stundenabschnitt (meist am Anfang einer Unterrichtsstunde) von etwa 5 bis höchstens 10 Minuten Dauer, der auf die Festigung von *Basiswissen* zielt.

Die Inhalte stellen in der Regel eine „Mischung“ dar, die aus folgenden Anliegen resultieren:

- Üben von aktuell behandelten Stoff,
- Sicherung von Wissen und Können, das für die erfolgreiche Behandlung von neuem Stoff notwendig ist,
- Reaktivierung von Wissen und Können aus zurückliegenden Stoffgebieten, zu dem der aktuelle Stoff keine inhaltlichen Bezüge hat.

Die Erfahrungen zeigen, dass tägliche Übungen nur dann den gewünschten Erfolg bringen, wenn ihre Gestaltung qualitativen pädagogischen und fachdidaktischen Ansprüchen genügt. Die u. E. wichtigsten seien hier stichwortartig benannt:

- planmäßig und regelmäßig,
- klassenspezifische und altersgerechte Gestaltung,
- besondere Beachtung leistungsmäßig schwacher Schülerinnen und Schüler,
- rationelle Formen für das Stellen der Aufgaben,
- rationelle Formen der Auswertung der Schülerlösungen (aber nicht auf Kosten des Verständnisses);
- Schülerinnen und Schüler angemessen in die langfristige Planung einbeziehen (z. B. Themen verabreden, zum selbstständigen Schließen von Lücken anregen),
- kontinuierliches Festigen sollte von den Schülerinnen und Schülern als persönlich bedeutsam erlebt werden (z. B. durch Erfolgserlebnisse, Bewertung, angemessene Zensierung).

2.3 Ein Handlungskonzept für die Gestaltung täglicher Kurzübungen

Die vorstehenden grundsätzlichen Überlegungen und die während des Modellversuches gesammelten Erfahrungen haben uns zu folgendem „Handlungskonzept“ geführt.

(1) Langfristige Planung

Die langfristige Sicherung von Basiswissen wird nur dann gelingen, wenn der Übungs- und Festigungsprozess fester und integrierter Bestandteil des Unterrichts ist, d. h. Übungs- und Festigungsphasen müssen systematisch und regelmäßig durchgeführt werden. Dies setzt eine präzise Planung voraus, die freilich offen für aktuelle Erfordernisse ist.

Wie bereits dargelegt, sind bei täglichen Kurzübungen folgende Anliegen bzw. Ziele zu berücksichtigen:

A) Sicherung des Ausgangsniveaus für die Vermittlung neuen Unterrichtsstoffes,

B) Konsolidierung des aktuell vermittelten Unterrichtsstoffes,

C) Auffrischen von Stoffthemen, deren Behandlung länger zurückliegt.

Die Schwerpunkte für die täglichen Kurzübungen sollten bereits in die Grobplanung für das Schuljahr (Stoffgebiete, Zeitraum) integriert werden.

Ausgehend von den Vorgaben in den Rahmenrichtlinien können aus den einzelnen Stoffgebieten die Schwerpunkte für Ziel A abgeleitet werden. Danach können die Schwerpunkte für das Ziel C eingefügt werden, da diese zeitlich unabhängig von anderen Stoffgebieten sind.

Die Schwerpunkte bezogen auf das Ziel B ergeben sich bei der Feinplanung des jeweiligen Stoffgebietes.

In den höheren Klassenstufen (ab Klasse 8) bietet es sich an, die Schülerinnen und Schüler in die Auswahl der Schwerpunkte einzubeziehen. Sie schätzen u. E. bereits recht gut ein, was sie können und wo sie Wiederholungsbedarf haben.

In den im Rahmen des Modellversuches SINUS erarbeiteten **Materialien zur Sicherung von Basiswissen zu den Themen Prozentrechnung, Planimetrie und Gleichungen** sind im Kapitel 3 jeweils solche Vorplanungen enthalten.

(2) Vorinformation der Schülerinnen und Schüler

Die Schülerinnen und Schüler sollten die Wiederholungsschwerpunkte vorab kennen. Folgende Varianten haben sich ab Klasse 7 bewährt:

- Aushang der Wiederholungsschwerpunkte im Fachraum,
- Übersicht über Wiederholungsschwerpunkte als Kopie für die Schülerinnen und Schüler, die im Arbeitshefter aufbewahrt wird (in jedem Monat gibt es einen Wiederholungsschwerpunkt oder Zuordnung des Schwerpunktes zu den jeweiligen Stoffgebieten),
- mündliche Information durch die Fachlehrkraft.

Unabhängig von diesen drei Varianten werden die Schülerinnen und Schüler etwa eine Woche vor Beginn mit einem neuen Übungsschwerpunkt von der Fachlehrkraft entsprechend informiert. Sie erhalten die Aufgabe, grundlegende Begriffe, Sätze und Verfahren zu wiederholen (zu den Stoffen entsprechend den Schwerpunktsetzungen).

(3) Auswahl der Aufgaben und Erstellen von Serien für Kurzübungen

Um einen Schwerpunkt erfolgreich zu üben und zu festigen, sollten im Vorfeld alle Übungsfolgen erstellt werden. Selbstverständlich kann man auch auf Übungsfolgen aus Übungsheften zurückgreifen, die von verschiedenen Verlagen angeboten werden, z. B.

„Meine täglichen Übungen in Mathematik“ vom Paetec-Verlag (siehe dazu ein Beispiel aus /10/, S. 6 – auf der folgenden Seite).
Erfahrungsgemäß sind aber diese „vorgefertigten“ Serien oft zu umfangreich und in ihrer Gesamtheit meist nicht kompatibel mit der Klassensituation. Deshalb sollte die Lehrkraft für ihre Klasse und für ihre spezielle Situation eigene Serien zusammenstellen. Die im Rahmen des Modellversuches SINUS erarbeiteten **Materialien zur Prozentrechnung, Planimetrie und Gleichungen** enthalten dazu ein umfangreiches Aufgabenmaterial.

Beim Erstellen der Übungsfolgen sollte darauf geachtet werden, dass das Basiswissen des jeweiligen Schwerpunktes im Mittelpunkt steht, dass alle typischen Grundaufgaben bzw. Aufgabenstellungen enthalten sind und dass der Schwierigkeitsgrad der Aufgaben systematisch gesteigert wird. Zu beachten ist, dass nur ein begrenztes Zeitvolumen zur Verfügung steht.

Beispiel:

Vermischte Übungen
Wiederholung aus den Klassenstufen 1 bis 7

1. Berechne!

a) $32 : (+4) =$ ____ d) $(-54) : (-9) =$ ____ g) $|+49| : (-7) =$ ____

b) $(-42) : 7 =$ ____ e) $|56| : |-8| =$ ____ h) $(-5)^2 : 5 =$ ____

c) $48 : (-6) =$ ____ f) $|-15| : (-3) =$ ____ i) $(-2)^3 : 2^3 =$ ____

2. a) 5 gleichartige Bücher wiegen 1 500 g. Wie viel Gramm wiegen dann 7 solcher Bücher?

5 Bücher ≙ 1 500 g

1 Buch ≙ ____

7 Bücher ≙ ____

b) 3 Stück Butter kosten 2,70 €. Wie teuer sind dann 5 Stück Butter?

3 Stück ≙ ____

1 Stück ≙ ____

5 Stück ≙ ____

3. Ergänze die fehlenden Angaben in der Tabelle!

Grundwert	1 100	70	6,5	80	3000
Prozentsatz	3 %	7 %	200 %	75 %	41 %
Prozentwert					

4. Es sei $g_1 \parallel g_2$.

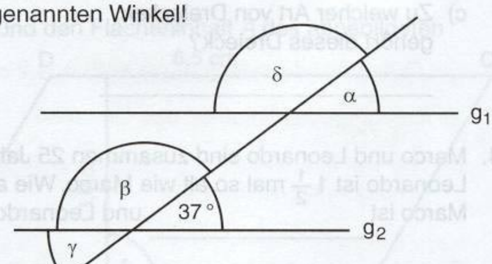
Ermittle die Größen der genannten Winkel!

$\alpha =$ ____

$\beta =$ ____

$\gamma =$ ____

$\delta =$ ____



Z. Wenn 2 Eier in 4 Minuten gekocht werden können, wie lange braucht man dann, um 3 Eier zu kochen?

____

Seite 6

(4) Effektive Gestaltung

Tägliche Kurzübungen dürfen von der Aufgabenstellung bis einschließlich Auswertung 10 Minuten nicht überschreiten.

Es hat sich bewährt, dass die Aufgaben per Folie gestellt werden. Andere Vorgabeformen sind auch möglich, meist aber aufwändiger. Sofern Aufgabenhefte zur Verfügung stehen wie die bereits erwähnten, kann die Lehrkraft daraus eine Auswahl treffen.

Damit die Auswertung gründlich und zeiteffektiv erfolgt, ist der Bezug zu Schülerlösungen sehr günstig. Dies kann vor allem dadurch erreicht werden, indem ein oder zwei

Schülerinnen bzw. Schüler die Aufgaben auf Folie lösen; die Lehrkraft kann entscheiden, welche der gemeinsamen Auswertung zu Grunde gelegt wird.
In unteren Klassenstufen eignet sich auch das Arbeiten an der verdeckten Tafel.
Die Arbeitszeit beträgt etwa 5 Minuten. Unabhängig vom Arbeitsstand der Schülerinnen und Schüler muss danach abgebrochen werden!
Die Auswertung auf der Grundlage einer für alle Schülerinnen und Schüler sichtbaren Schülerlösung kann effektiv gestaltet werden. Wenn die Schülerinnen und Schüler daran gewöhnt sind, begründen sie den Lösungsweg kurz selbst.
Diese Übungen müssen ein hohes Maß an selbstständiger Schülerarbeit garantieren.

Die Organisationsformen sollten immer altersgerecht ausgewählt werden.
In den Klassen 5 und 6 hat es sich bewährt, diese Übungen in fast jeder Unterrichtsstunde durchzuführen.
In den oberen Klassenstufen ist es günstiger, die Kurzübungen nicht so häufig (etwa ein bzw. zwei Mal pro Woche) durchzuführen und evtl. mit einer monatlichen Wiederholungsstunde zu kombinieren. Die Zeitabstände sollten aber nicht zu groß sein, da erst die Regelmäßigkeit einen Übungseffekt bringt („Die Wiederholung ist die Mutter der Weisheit.“).

Das Verwenden eines dafür angelegten „Übungsheftes“ bringt Vorteile. Zum einen können Schülerinnen und Schüler sehr gut erkennen, wo sie Übungsbedarf haben, und gezielt in häuslicher Arbeit Lücken schließen. Zum anderen kann auch die Lehrkraft sehr schnell einen Eindruck vom Leistungsstand ihrer Schülerinnen und Schüler bekommen.
Das Übungsheft muss dazu in regelmäßigen Abständen kontrolliert werden.

(5) Leistungsstand und Übungsbedarf der Schülerinnen und Schüler analysieren
Die Lehrkraft benötigt möglichst detaillierte Kenntnisse über den Leistungsstand der Klasse bzw. der Schülerinnen und Schüler.
Dies ist besonders wichtig, bei Übernahme einer neuen Klasse. So kann es zu Beginn des Schuljahres sinnvoll sein, mit einer Kontrollarbeit das Basiswissen (evtl. ohne Bewertung) zu testen. Aus der Analyse dieses Tests können Schwerpunkte für die kontinuierliche Übung und Festigung abgeleitet werden, die in die Grobplanung aufgenommen werden.
Die analytische Tätigkeit dient auch dazu, in den Wiederholungsphasen differenziert arbeiten zu können.
Es hat sich bewährt, auch die Schülerinnen und Schüler selbst ihre Stärken und Schwächen einschätzen zu lassen. Dazu sind auch Übungsangebote geeignet, aus denen Schülerinnen und Schüler selbst auswählen.

(6) Ergebnisse in die Leistungsbewertung einbeziehen

Die kontinuierliche Sicherung von Basiswissen verlangt, dass dies auch für die Schülerinnen und Schüler persönlich bedeutsam ist.

Dazu sind u. E. zwei Maßnahmen unverzichtbar.

Zum einen sollte in jeder Klassenarbeit eine entsprechende Aufgabe enthalten sein, die sich auf das Basiswissen bezieht.

Zum anderen sollten auch die Leistungen bei den täglichen Kurzübungen bewertet werden. Das muss freilich altersgemäß und auch angemessen erfolgen, damit die Verhältnismäßigkeit zu anderen Leistungsbewertungen gewahrt ist.

3 Erfahrungen aus der Unterrichtspraxis

3.1 Ergebnisse aus Befragungen

Die Schwerpunkte für die Arbeit im Modul 4 haben die unmittelbar beteiligten Lehrkräfte auf Grund ihrer Erfahrungen gesetzt. Im Verlauf der vielfältigen Diskussionen und beim Zusammenstellen von Materialien für den Unterricht entstand das Bedürfnis, die Situation über den eigenen unmittelbaren Erfahrungsbereich zu analysieren und auch Fremdeinschätzungen zu den entwickelten Materialien von Kolleginnen und Kollegen einzuholen sowie auch zu erkunden, wie Schülerinnen und Schüler bestimmte Aspekte des Mathematikunterrichtes wahrnehmen.

<u>Befragung von Lehrkräften zum Thema „Üben“</u>
Dazu wurde u. a. eine schriftliche Befragung mit einem Fragebogen (s. Anlage 1) an den 6 Modellversuchsschulen im Dezember 2001 durchgeführt (17 Lehrkräfte).
Bezogen auf den Themenkomplex „**Üben im Mathematikunterricht**“ ergaben sich folgende Ergebnisse:

- Die Selbstreflexion der Lehrkräfte über den Anteil des **Übens** im Mathematikunterricht bezogen auf die gesamte Unterrichtszeit in der Sekundarstufe 1 zeigt, dass im Mittel etwa **zwei Drittel der Unterrichtszeit** dafür genutzt werden.
- Wenn man beim Üben die Schwerpunkte
  (1) Sicherung von Ausgangsniveau,
  (2) Üben des jeweils aktuellen Stoffs,
  (3) Üben von bereits behandeltem Stoff (Wiederholen)
  unterscheidet, dann teilt sich die verwendete Gesamtübungszeit im Mathematikunterricht auf diese Schwerpunkte etwa wie folgt auf:
  (1) : (2) : (3) = 25 % : 55 % : 15 %.
- Wenn man beim Üben die inhaltlichen Schwerpunkte
  (1) Mathematische Begriffe,
  (2) Sätze,
  (3) Verfahren
  unterscheidet, dann teilt sich die verwendete Gesamtübungszeit im Mathematikunterricht auf diese Schwerpunkte etwa wie folgt auf:
  (1) : (2) : (3) = 15 % : 20 % : 60 %.

Man kann feststellen, dass rein quantitativ das Üben im Mathematikunterricht im Bewusstsein der Lehrkräfte eine große Rolle spielt und sie sich auch didaktisch und methodisch verschiedener notwendiger Schwerpunktsetzungen bewusst sind.

Diese Fragen (Frage 1 der Anlage 1) wurden im März 2002 im Rahmen einer landesweiten Fortbildung (19 Fachmoderatoren[6]) des Landes Sachsen-Anhalt vorgelegt. Sie wurden aufgefordert, die Einschätzung auf Grund ihrer langjährigen Erfahrungen bezogen auf die von ihnen wahrgenommene Situation des Mathematikunterrichts vorzunehmen, also nicht ihren eigenen Unterricht diesbezüglich zu reflektieren.
Die oben dargestellten Ergebnis wurden i. w. bestätigt.

Befragung von Lehrkräften hinsichtlich ihrer Erfahrungen mit dem Material „Prozentrechnung"

Der Fragekomplex 2 des Fragebogens bei der Erhebung in den Modellversuchsschulen im Dezember 2001 (s. Anlage 1) zielte auf das Erfassen von Erfahrungen bei der Nutzung des Materials zum Basiswissen „Prozentrechnung".
Das entsprechende Arbeitsmaterial stand den Lehrkräften (Anzahl der an der Befragung teilgenommenen Lehrkräfte n = 17) ab dem Schuljahr 1999/2000 zur Verfügung. Seit dem wurde es insgesamt in den einzelnen Schuljahren aufsteigend ab Klassenstufe 7 bis Klassenstufe 9 genutzt.

Anzahl der Klassen in den Schuljahren ab 1999 bis 2002 (differenziert nach Klassenstufen), in denen Lehrkräfte das Arbeitsmaterial Prozentrechnung bei der Unterrichtsgestaltung verwendet haben (Frage 2.1)

	Klassenstufe 7	**Klassenstufe 8**	**Klassenstufe 9**
1999/2000	10	2	0
2000/2001	12	7	1
2001/2002	5	7	5

Die Frage 2.2 nach der Beurteilung der „Güte" des Arbeitsmaterials wurde wie folgt beantwortet (absolute Zahlen, hier n = 16):

	sehr gut geeignet	**gut geeignet**	**weniger gut**	**nicht geeignet**
a) der Praktikabilität für die Lehrkraft	4	12	0	0
b) der Eignung, im Unterricht grundlegendes Wissen und Können kontinuierlich und systematisch zu festigen	3	12	1	0
c) der Eignung zur differenzierten Gestaltung von Übungen	5	7	4	0

6 Fachmoderatorinnen und -moderatoren in Sachsen-Anhalt sind erfahrene Lehrkräfte an Sekundarschulen, die innerhalb einer Region (in der Regel in einem Landkreis) die regionale Fortbildung der Mathematiklehrkräfte planen und z. T. selbst gestalten. Auf Anforderung nehmen sie Beratungsaufgaben wahr.

Die Mehrzahl schätzt somit das Arbeitsmaterial als gut geeignet ein, um die Lehrkräfte bei der Gestaltung des Prozesses der Basiswissenssicherung im Unterricht beim Thema Prozentrechnung auf praktikable Weise zu unterstützen. Etwas geringer wird die Hilfe für das Gestalten differenzierter Übungen bewertet.

Im Punkt 2.3 (s. Anlage 1) wurden die Lehrkräfte gebeten zu beschreiben, wie sie dieses Arbeitsmaterial zur Gestaltung ihres Unterrichts verwendet haben (u. a. Einfluss auf Grobplanung oder Feinplanung, Aufgabenauswahl).

In der offenen Beantwortung wurde Folgendes angegeben:

- *Hilfe, um Schwerpunkte zu setzen (Was ist Basiswissen?)*
- *Hilfe für Grobplanung sowohl der Erarbeitung als auch für langfristige Wiederholung (u. a. Gestaltung von Täglichen Übungen, Aufstellen eines Übungsplanes)*
- *als Aufgabensammlung (für Grundaufgaben ohne Taschenrechner, zur Differenzierung, für langfristige Wiederholung, für Tägliche Übungen, für Hausaufgaben, für Kontroll-arbeiten) – Erweiterung des Aufgabenangebotes*
- *Aufgaben auch zur Begriffsfestigung (!)*
- *als Grundlage für die Gestaltung von Arbeitsblättern*
- *Das Material wird erst im 2. Durchlauf „effektiv".*
- *Teilweise Kopien von ausgewählten Aufgaben für Schülerinnen und Schüler (Erhöhung des Anteils selbstständiger Schülerarbeit)*
- *Hilfe bei der Gestaltung von Vertretungsstunden*

Offenkundig sehen die Lehrkräfte in dem zielorientiert und systematisch aufbereiteten Aufgabenpool mit seinen vielfältigen Aufgaben eine große Hilfe.

Bemerkenswert ist u. E. zugleich die Einschätzung, dass eine spürbare Effektivitäts-steigerung aus der Sicht der Lehrkräfte erst nach dem „2. Durchlauf" auftrete.

Die Frage 2.4. lautete:

Welche Erfahrungen haben Sie im Mathematikunterricht der einzelnen Jahrgangsstufen gesammelt, um das sichere Beherrschen von Basiswissen in Bezug auf **Prozentrechnung** zu erreichen (z. B. didaktisch-methodische Maßnahmen, besondere Schwierigkeiten inhalt-licher oder organisatorischer Art, bewährte Vorgehensweisen)?

In der offenen Beantwortung wurde Folgendes angegeben:

- *Regelmäßigkeit, Systematik der Berücksichtigung von Aufgaben zur Prozentrechnung in den TÜ (nicht nur in Klasse 7!!!); Aber: ZEITPROBLEM*
- *Planung von Täglichen Übungen in Bezug auf Inhalt, Form und Umfang ist wichtig!*
- *Tägliche Übungen müssen gut vorbereitet sein.*

- *Wechsel der Formen, dabei hoher Anteil von selbstständiger Schülerarbeit, z. T. Gruppenarbeit*
- *Wechsel der Anforderungen und Vielfalt der Anforderungen (Standard- und Nicht-standard-Aufgaben, unterschiedlicher Schwierigkeitsgrad, sachgerechte inhaltliche Vorstellungen, ...)*
- *Auch Aufgaben zum Üben von Begriffen*
- *andere Stoffgebiete mit der Prozentrechnung verbinden (z. B. Stochastik)*
- *verschiedene Lösungswege nutzen (Gleichung, Tabelle, Weg über 1 %) – ABER: Schülerinnen und Schüler tendieren dennoch zu einem Weg (sehr oft über „Formel“ aus Tafelwerk)*
- *Lösungswege vor der Klasse vergleichen*
- *Realitätsbezug bei Anwendungsaufgaben ist wichtig, dabei Schwerpunkt auf Textanalyse*
- *Besondere Schwierigkeiten: „Steigerung um ..., Steigerung auf ...“, Mischungsprobleme, Arbeiten mit verschiedenen Diagrammen;*

Die Aussagen zu Gestaltung täglicher Kurzübungen fundieren das im Punkt 2.3 dargestellte Handlungskonzept.
Sie zeigen ferner, dass didaktische Absichten, die bei der Erarbeitung des Materials Prozentrechnung verfolgt wurden, erkannt und angenommen wurden, z. B. Wechsel und Vielfalt der Anforderungen beim Stellen von Aufgaben sowie Einbeziehung von Aufgaben zur Begriffsfestigung. Insofern ist ein **Beitrag zur Weiterentwicklung der Aufgabenkultur** geleistet worden.

<u>Befragung von Schülerinnen und Schülern 9. Klassen zum Schuljahresende 2001/02</u>

Die Fragen zielten auf das „Umfeld“ des Sicherns von Basiswissen, also wie Schülerinnen und Schüler unterrichtliche Maßnahmen zum Sichern von Basiswissen (z. B. Beurteilung verschiedener Übungsformen, Rolle von Hausaufgaben) einschätzen.
Um für die Schüleraussagen eine Grundlage zu haben, wurden die Lehrkräfte der befragten Klassen gebeten zu diesen Problemkreis über die in diesen Klassen üblichen Vorgehens-weisen zu informieren.
Es waren aus den 6 Modellversuchsschulen **16 Klassen mit 16 Lehrkräften** einbezogen.
Diese Lehrkräfte arbeiten durchschnittlich bereits 2,3 Jahre mit diesen Klassen (9mal seit Jahrgangstufe 7).

Zum Komplex Wiederholungsphasen/regelmäßige Kurzübungen:

- Ich führe Wiederholungsphasen zu nicht aktuell behandeltem Stoff durch ...

  ☐ nie: **0** ☐ geplant regelmäßig: **6** ☐ bei Bedarf: **10**

- Ich führe regelmäßige Kurzübungen („Tägliche Übungen") durch ...

  ☐ fast in jeder Stunde: **5** ☐ etwa 1mal in der Woche: **9** ☐ hin und wieder: **2** ☐ nie: **0**

Zum Komplex Hausaufgaben

- Ich erteile Hausaufgaben ...

  ☐ fast in jeder Stunde **12** ☐ etwa 1mal in der Woche **3** ☐ hin und wieder **1** ☐ nie **0**

- Der Zeitbedarf für die Erfüllung der Hausaufgaben wird von mir so bilanziert, dass ein durchschnittlicher Schüler/eine durchschnittliche Schülerin dafür etwa benötigt ...

  ☐ höchstens 15 min ☐ 15 bis 30 min ☐ 30 bis 45 min ☐ mehr als 45 min

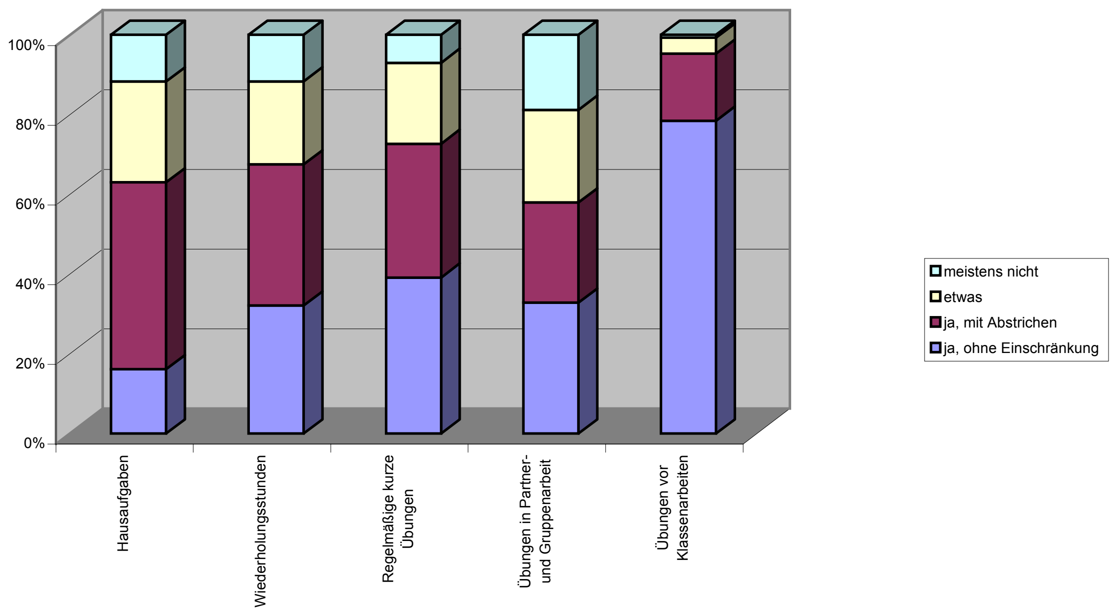
  0 **15** **1** **0**

Man kann feststellen, dass in den befragten Klassen sowohl das Wiederholen von nicht aktuell behandeltem Stoff als auch Hausaufgaben überwiegend regelmäßig und auch in beachtlichem Umfang erfolgt.

Die Frage 2 des Schülerfragebogens (s. Anlage 2 a) soll dazu nun die Schülersicht erkunden. Die Antworten auf diese Frage

> *„Grundlegendes Wissen und Können sollte regelmäßig geübt werden.*
> *Welche Übungsformen hältst du dazu für nützlich?"*

brachten folgendes Ergebnis (n = 276).



Man kann feststellen, dass von den Schülerinnen und Schülern **Übungen vor Klassenarbeiten** als sehr nützlich beurteilt werden (zu 95 %!).
Für das Anliegen der Basiswissenssicherung bedeutsamer ist, dass Hausaufgaben, Wiederholungsstunden und regelmäßige Kurzübungen zu über 60 % jeweils Zustimmung erfahren; regelmäßige Kurzübungen werden sogar zu rund 75 % als nützlich eingeschätzt.
Die Schwankungsbreite der Prozentsätze der 6 Schulen ist bei der Übungsform „Übungen vor Klassenarbeiten" mit 3 % am geringsten; bei „Wiederholungsstunden" schwankt der zustimmende Prozentsatz bezogen auf die Modellversuchsschulen zwischen 64 und 75 %.
Eine quantitative Betrachtung von Korrelationen zwischen den Arbeitsweisen der Klassen und den Schülermeinungen ist bei nur 16 Klassen nicht angemessen, zumal die Population auch nicht homogen in Bezug auf weitere Merkmale ist (z. B. verschiedene Schulformen).
Dennoch weisen die Befunde darauf hin, dass die unterschiedlichen Gepflogenheiten in den Klassen zu unterschiedlichen Einschätzungen führen. So schwankt die Zustimmung (ja, mit und ohne Abstrichen) zur Übungsform „Partner- und Gruppenarbeit" zwischen 47 % und 83 % und die bei „Regelmäßige kurze Übungen" zwischen 63 % und 86 % (s. folgende Tabelle).

Zustimmung (ja, ohne und mit Abstrichen) zur Nützlichkeit von Übungsformen (Frage 2) in den 9. Klassen der Modellversuchschulen – Angaben in %

	SKS Goethe	SKS Ries	IGS	Gym. Franciseum	Gym. Wolff	Gym. Cantor
Hausaufgaben	62	51	62	69	80	50
Regelmäßige kurze Übungen	70	63	79	86	64	76
Übungen in Partner- und Gruppenarbeit	54	52	83	76	47	50

Betrachten wir nun differenzierter Aussagen der Schülerinnen und Schüler zu Hausaufgaben (Frage 4 d bis 4 j, s. Anlage 2 a, mit Ergebnissen in Anlage 2 c).
Hierbei ist sicher eine gewisse für Schülerinnen und Schüler widersprüchliche Situation in Rechnung zu stellen: Einerseits freuen sich Schülerinnen und Schüler über Hausaufgaben in der Regel wenig; das bringt auch das Meinungsbild zu 4 g zum Ausdruck (Nur 10 % finden es gut, wenn in fast jeder Mathestunde Hausaufgaben gestellt werden). Andererseits ist erkennbar, dass Schülerinnen und Schüler durchaus Hausaufgaben als Übungsform für notwendig halten (4 d wird von etwa einem Drittel als eher unzutreffend eingeschätzt).

In folgender Tabelle sind Ergebnisse zusammengefasst (relative Häufigkeiten in %).

	stimmt genau oder in etwa	*ich bin unentschieden*	*stimmt eher nicht oder gar nicht*
d) Ich halte Hausaufgaben zum Üben für notwendig.	48	22	30
e) Für mich ist wichtig, dass die Hausaufgaben im Unterricht gründlich ausgewertet werden.	59	17	23
f) Wenn ich die Hausaufgaben nicht anfertige, schadet es meinen Leistungen nicht.	40	22	38
g) Ich finde es gut, wenn in fast jeder Mathestunde Hausaufgaben gestellt werden.	10	20	70
h) Die Hausaufgaben sind mir meistens zu umfangreich.	33	31	35
i) Zum Anfertigen der Mathe-Hausaufgaben benötige ich in der Regel höchstens 30 Minuten.	57	18	25
j) Ich nehme mündliche Hausaufgaben genau so ernst wie schriftliche.	24	16	60
k) Ich weiß oft nicht, wie ich zu Hause lernen soll.	36	17	46

Von der Mehrheit der Schülerinnen und Schüler werden die Mathematikhausaufgaben als nicht zu umfangreich empfunden; es werden in der Regel höchstens 30 Minuten zum Anfertigen benötigt.

Für etwa drei Viertel der Schülerinnen und Schüler ist es wichtig, dass die Hausaufgaben im Unterricht gründlich ausgewertet werden. Immerhin finden aber 40 %, dass ein Nichtanfertigen der Hausaufgaben ihren Leistungen nicht schaden würde.

Schließlich ist deutlich erkennbar, dass **mündliche Hausaufgaben** von der Mehrheit der Schülerinnen und Schüler weniger ernst als schriftliche genommen werden. Dies mag evtl. auch damit in Verbindung stehen, dass immerhin etwa ein Drittel der befragten Schülerinnen und Schüler im 9. Schuljahrgang einschätzt, „oft nicht zu wissen, wie ich zu Hause lernen soll".

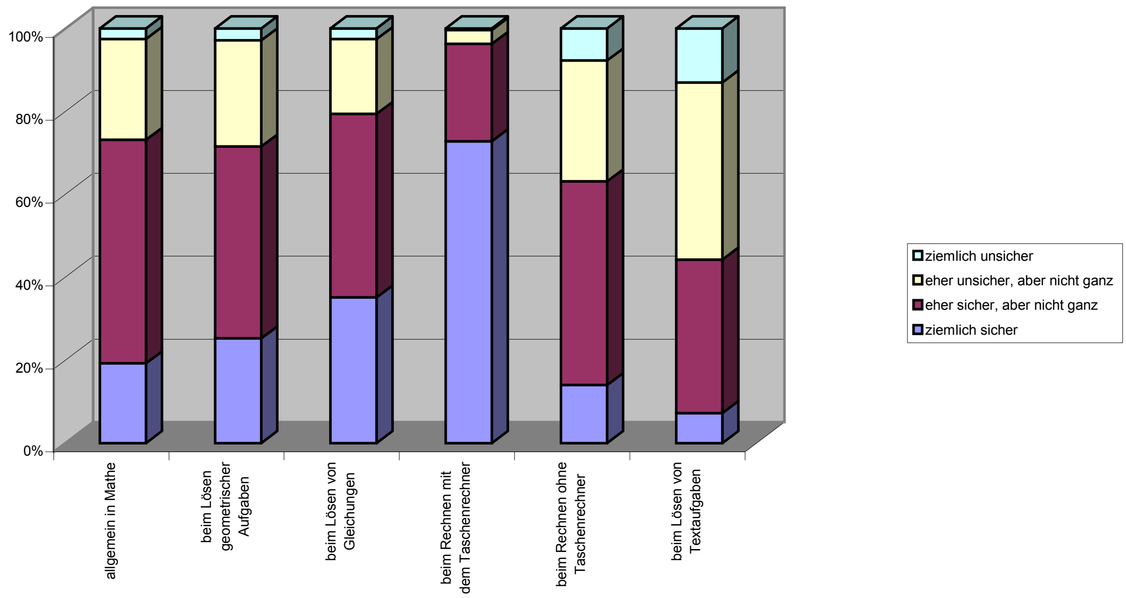
In Auswertung dieser Befunde zu Fragen der Rolle von Hausaufgaben und zu den vielen Einzelfragen der inhaltlichen Anlage, ihrer Einbindung in den Unterricht und nicht zuletzt zur methodischen und pädagogischen Gestaltung der Auswertung von Hausaufgaben stellten wir fest, dass der Austausch von Kolleginnen und Kollegen dazu eher gering ist, obwohl gerade hier die Lehrkräfte oft vor schwierigen Aufgaben stehen.

Mit der Frage 1 (aus Anlage 2 a)

> *Das Wissen und Können aus dem Mathematikunterricht sollst du möglichst sicher beherrschen. Wie schätzt du dich ein?*

sollte erkundet werden, wie die Schülerinnen und Schüler selbst das Beherrschen von mathematischem Wissen und Können einschätzen, weil diese Selbsteinschätzung vermutlich die Motivationslage der Schülerinnen und Schüler bezüglich des Übens beeinflusst.

Hier zunächst die Ergebnisse:



Man kann zunächst feststellen, dass die Einschätzungen differenziert ausfallen. Es überrascht nicht; dass die Schülerinnen und Schüler sich beim Rechnen mit dem Taschenrechner ziemlich sicher fühlen, während sie sich beim Lösen von Textaufgaben eher unsicher fühlen.

Man kann auch erkennen, dass sich die Schülerinnen und Schüler beim Lösen geometrischer Aufgaben tendenziell unsicherer fühlen als beim Lösen von Gleichungen. Das kann wohl auch mit dem etwas geringeren Anteil an Geometrie im Mathematikunterricht erklärt werden. Es unterstützt aber das zentrale Anliegen der Basiswissenssicherung, dass alle Themen systematisch und regelmäßig im Mathematikunterricht wiederholend gefestigt werden sollten.

3.2 Zu täglichen Kurzübungen

Nachdem die Sinnhaftigkeit und Notwendigkeit der Übungsform „Tägliche Kurzübungen" zur Basiswissenssicherung im Rahmen der überschulischen SINUS-Arbeitsgruppe ausdiskutiert war, haben die beteiligten SINUS-Lehrkräfte gezielt versucht, das entwickelte Handlungskonzept (s. Punkt 2.3) in den Unterrichtsalltag ihrer (Modellversuchs-) Schulen hineinzutragen. Dies geschah in der Hauptsache über Beratungen in den Fachschaften.
Die beiden folgenden Erfahrungsberichte vermitteln einen Eindruck von diesem Prozess und von dem erreichten Stand.

1. Erfahrungsbericht (IGS „Willy Brandt", Frau Pralow)

Tägliche Übungen sind den meisten Mathematiklehrkräften aus ihrer Unterrichtspraxis in der DDR-Schule bekannt, in der sie überwiegend zum Unterrichtsalltag gehörten.
Als Übungsform wurden sie seit Beginn der 90er Jahre (also nach der Wende) an unserer Schule deutlich weniger als früher praktiziert.
Angeregt durch SINUS und durch einzelne Kolleginnen, die regelmäßig diese Übungsform durchführten, wurde in den letzten Jahren verstärkt über Formen der täglichen Übung diskutiert. Gemeinsam kamen wir zu dem Schluss, diese wieder sinnvoll geplant und regelmäßig im Unterricht einzusetzen.
Gespräche mit den Schülerinnen und Schülern ergaben, dass diese Maßnahme im Blick auf die Einführung neuer Stoffgebiete, zur Sicherung von Basiswissen und zur Vorbereitung auf Tests und Klassenarbeiten eine wichtige Hilfe für die Schülerinnen und Schüler ist.
Art, Durchführung und Häufigkeit variieren bei verschiedenen Lehrkräften stark und sind u. a. von der Klassenstufe abhängig.

In **den Jahrgangsstufen 5 und 6** wird die tägliche Übung zumeist 2 bis 3 mal in der Woche, oft sogar in jeder Stunde durchgeführt. Dazu benutzen die Schülerinnen und Schüler ein Extra-Heft.
Geübt wird Basiswissen aus der Grundschule bzw. aus Klasse 5 und 6. Fast immer ist es eine Mischung aus Wiederholungsstoff und aktuellem Stoff. Schwerpunktmäßig werden dabei auch Inhalte wiederholt, die als Voraussetzung für die Erarbeitung neuer Stoffgebiete notwendig sind.
Eine Übungsphase besteht i. d. R. aus 10 Aufgaben. Diese Aufgaben werden von der Lehrkraft diktiert und die Schülerinnen und Schüler schreiben jeweils sofort das Ergebnis auf. Parallel dazu löst ein Schüler oder eine Schülerin entweder die hinter der Tafel bzw. auf einer Folie aufgeschriebenen Aufgaben. Für die gemeinsame Diskussion der Lösungen ist wichtig, dass die Schülerinnen und Schüler auch die exakte Aufgabenstellung vor Augen haben. Aufgabe und Lösung bilden damit die notwendige Einheit.
Für einzelne Schülerinnen und Schüler werden die Leistungen jeweils bewertet.
Ergänzend zu den täglichen Übungen hat sich eine Kollegin noch etwas anderes einfallen lassen. In ihrem Klassenzimmer steht ein „Übungsbaum". Das ist ein Ständer für Postkarten, in dem Briefumschläge mit unterschiedlichen Übungskarten liegen. Gute Schülerinnen und Schüler können sich in Übungsphasen zusätzliche Aufgaben auswählen, aber auch schwächere Schülerinnen und Schüler können von der Lehrkraft Aufgaben erhalten, die Voraussetzung für die Lösung der aktuellen Aufgaben sind. Sinnvolle Anwendung findet der „Übungsbaum" auch in Vertretungsstunden.

In den **Jahrgangsstufen 7 bis 10** geht man schrittweise dazu über, themenbezogene tägliche Übungen zu gestalten. Vor allen Dingen in Klasse 9 und10 wurden damit gute Erfahrungen gemacht.
Gerade aber zu den themenbezogenen Übungen gab es im Kollegenkreis viele kontroverse Diskussionen. Einige Kollegen sehen durch die Vorgabe der Themen eine Einengung.
Andere Kollegen haben mit den themenbezogenen Übungen in den oberen Klassen sehr gute Erfahrungen gemacht. Die Vorgabe der Themen bedeutet m. E. keine Einengung. Im Gegenteil, die Schülerinnen und Schüler können sich durch die vorgegebenen Themen darauf einstellen und sind eher motiviert. Für die 10. Klassen z. B. haben alle Fachlehrkräfte gemeinsam einen Übungsplan erarbeitet, der ausweist, was in welchem Monat wiederholt werden soll. Diesen Plan haben auch die Schülerinnen und Schüler.
Die täglichen Übungen werden 1 bis 2-mal in der Woche nach diesem Plan durchgeführt. Die Übungsfolgen sind in 5 bis 7 Minuten zu bearbeiten, danach wird konsequent abgebrochen. Eine Schülerin/ein Schüler stellt dann seine Ergebnisse vor, die durch die anderen Schülerinnen und Schüler korrigiert bzw. ergänzt werden. Gleichzeitig vervollständigen die Schülerinnen und Schüler ihre Ergebnisse. Auf drei Übungsfolgen folgt ein Test.
Für die Übungsfolgen haben die Schülerinnen und Schüler einen Hefter, in dem auch gelöste alte Prüfungsaufgaben und die Inhalte aus Wiederholungsstunden eingeheftet werden.
Diese Form der täglichen Übung dient somit u. a. der langfristigen Vorbereitung auf die Prüfung.

Tägliche Übungen sind auch in der **Sekundarstufe 2** von Bedeutung. Denn hier ist es sehr wichtig, in Vorbereitung auf das Abitur, grundlegendes Wissen wieder aufzufrischen und es für die neu einzuführenden Lehrgebiete zu nutzen. Es geht uns dabei darum, den Zusammenhang zwischen den einzelnen Lehrgebieten zu verdeutlichen und den Schülerinnen und Schülern die Mathematik als Einheit näher zu bringen.
Das methodische Vorgehen weicht nicht wesentlich von dem der Sekundarstufe 1 ab.

Zusammengefasst kann man sagen, dass etwa drei Viertel der Mathematiklehrkräfte Basiswissen über tägliche Übungen (wie dargestellt) festigen. Das ist vor allem ein Ergebnis diesbezüglicher Diskussionen, die durch den Modellversuch SINUS initiiert wurden.
In sinnvoll geplanten Übungen wird eine Möglichkeit zur Verbesserung der mathematischen Leistungen der Schülerinnen und Schüler gesehen.
Von den Schülerinnen und Schülern aller Jahrgangsstufen werden tägliche Übungen als effektive Übungsform angenommen.

2. Erfahrungsbericht (Georg-Cantor-Gymnasium Halle, Frau Eckhardt)

Am Georg-Cantor-Gymnasium führte die Diskussion in der Fachkonferenz im Oktober 2002 bzw. die schriftliche Zuarbeit einzelner Kolleginnen und Kollegen zur Gestaltung täglicher Kurzübungen zu folgendem Ergebnis:
Ein Teil der Kolleginnen und Kollegen (ca. die Hälfte) ist der Thematik gegenüber sehr aufgeschlossen.
In den Klassenstufen 5, 6 und 7 wird zunehmend mit den Arbeitsheften „Meine täglichen Übungen in Mathematik“ vom Paetec-Verlag gearbeitet, da in diesen Heften Übungsfolgen enthalten sind, die in 10 min zu bearbeiten und zu kontrollieren sind. In den Klassenstufen 7 und 8 haben die Kollegen die von der Arbeitsgruppe SINUS erarbeiteten Materialien zur Prozentrechnung und zur Planimetrie genutzt und als wertvolle Bereicherung des Übungsprozesses empfunden. Positiv sehen die Kollegen die Fülle und die Vielfalt der Aufgaben, wobei es nicht um ein Abarbeiten dieser Aufgaben ging, sondern vielmehr um individuelles Auswählen von Aufgaben zur interessanten und abwechslungsreichen Gestaltung der Übungsphasen.
Kollegen, in deren Unterricht tägliche Übungen einen wichtigen Platz einnehmen, gehen planmäßig vor und erstellen Sequenzen von Kurzübungen. Eine so gründliche und langfristige Planung der Übungen, wie im Handlungskonzept (s. Punkt 2.3, (1)) gefordert,

sehen viele Kolleginnen und Kollegen zwar als theoretisch richtig, aber in der Praxis als nicht durchgängig machbar und nicht durchsetzbar an.
Auch die Vorinformation der Schülerinnen und Schüler wird als wichtig erachtet. Hier wird vorrangig die Meinung vertreten, dass eine mündliche Information der Schülerinnen und Schüler über die Wiederholungsschwerpunkte ausreichend ist.
Die Kollegen sehen es als sehr wichtig an, dass die Serien für Kurzübungen kurze und leicht zu kontrollierende Aufgaben enthalten.
Für wichtig halten die Kollegen die Darstellung der Schülerlösung und sind in diesem Zusammenhang an diesbezüglichen effektiven Gestaltungsmöglichkeiten der Kurzübungen interessiert. Die entsprechenden Hinweise des Handlungskonzeptes wurden positiv aufgenommen.
Das Basiswissen zu den jeweiligen Themen muss von der Fachgruppe festgelegt werden; die von der SINUS-Arbeitsgruppe entwickelten Basiswissenkataloge genügen nicht der Spezifik eines Gymnasiums mit mathematisch-naturwissenschaftlichem Profil. Angedacht sind Serien von Kurzübungen, die von den Fachlehrkräften der jeweiligen Klassenstufe erarbeitet werden und die dann der gesamten Fachschaft zugänglich gemacht werden.
Im Übrigen sehe ich in der Spezifik unseres Gymnasiums einen Grund für die Zurückhaltung einiger Kollegen, denn sowohl das Anliegen „Sichern von Basiswissen“ als auch geeignete Methoden haben an unserem Gymnasium, an dem sehr viel leistungsstarke und mathematikinteressierte Schülerinnen und Schüler lernen, durchaus eine Spezifik.
Punkt 5 des Handlungskonzepts (Leistungsstand und Übungsbedarf der Schülerinnen und Schüler analysieren) wird voll akzeptiert.
Die Ergebnisse sollten nur hin und wieder bewertet werden, z. B. eine entsprechende Aufgabe in den Tests zum laufenden Stoff bzw. eine Aufgabe in der Klassenarbeit der Sekundarstufe 1 einbeziehen.
Alle Kolleginnen und Kollegen der Fachkonferenz wurden angeregt, sich verstärkt mit der Gestaltung von täglichen Übungen zu befassen, Sequenzen für solche Übungen zu erarbeiten und im Unterricht zu erproben. Ein weiterer Erfahrungsaustausch dazu ist voraussichtlich im Januar geplant.

Diese Erfahrungsberichte zeigen, dass Entwicklungen in den Fachschaften eingeleitet wurden, um die Methode der täglichen Kurzübung zur Basiswissenssicherung systematisch und didaktisch anspruchsvoll in den Schulen zu praktizieren. Es ist erkennbar, dass dies nur durch inhaltlich fundierte Argumentationen, konkrete Diskussionen über die didaktisch methodische „Feinarbeit“ und über Aufgabenserien usw. erfolgen kann. Forderungen, dass alle Mathematiklehrkräfte sich dem stellen, sind berechtigt. Dennoch kann ein niveauvolles Ergebnis nicht über einen Beschluss allein erreicht werden. Das Ziel wird nicht mit einer einmaligen Fachschaftsdiskussion erreicht. Vielmehr handelt es sich um einen längerfristigen Prozess, wie die Erfahrungsberichte ausweisen.
Auf verschiedenen regionalen Fortbildungsveranstaltungen eines Fachmoderators Mathematik, der zugleich im SINUS-Projekt mitarbeitet, wurde ein Gedankenaustausch über Möglichkeiten, Grenzen und Art der methodischen Gestaltung täglicher Kurzübungen durchgeführt. Die Anlage 9 zeigt in einer Zusammenstellung ein Erfahrungs- und Meinungsbild, das im Ergebnis von vier Fortbildungsveranstaltungen entstand, an denen insgesamt 86 Kolleginnen und Kollegen teilnahmen.

Es wird zum einen sichtbar, dass an Sekundarschulen die Methode praktiziert wird und dass es nicht wenige Erfahrungen gibt. Zum anderen wurde angeregt, zu diesem Thema in einer nächsten Beratung konkret weiter zu arbeiten.
Die Fachmoderatoren Mathematik schätzen ein, dass diese Methode von etwa der Hälfte der Kolleginnen und Kollegen praktiziert wird, jedoch hinsichtlich Systematik und inhaltlich-methodischer Qualität große Unterschiede bestehen und mithin Fortbildungsbedarf besteht.
Im Rahmen des Modellversuches SINUS wurde u. a. deshalb ein **Unterrichtsvideo** gestaltet, das Unterrichtssequenzen mit täglichen Kurzübungen in verschiedenen Jahrgangsstufen zeigt. In Verbindung mit dem Handlungskonzept (s. Punkt 2.3) sind damit Voraussetzungen für weitere Fortbildungsveranstaltungen geschaffen.

3.3 Zusammenfassung

Die analytischen Erhebungen (i. w. mündliche und schriftliche Befragungen) und die eigenen Erfahrungen erbringen das folgende Bild.
Die Lehrkräfte messen dem Festigen (hier synonym mit Üben) eine große Bedeutung bei, denn rein anteilsmäßig werden etwa **zwei Drittel** der Unterrichtszeit dafür verwendet.
Auch solche Formen wie „Regelmäßige Kurzübungen“ (synonym dazu auch „Tägliche Kurzübungen“) werden gar nicht selten praktiziert.
Bei genauerer Betrachtung zeigen sich aber deutliche Differenzierungen. Tendenziell kann mit Blick auf „Tägliche Kurzübungen“ festgestellt werden:

- In unteren Klassenstufen (i. w. 5, 6 und 7) werden Tägliche Kurzübungen häufiger durchgeführt als in den oberen. Eine Ausnahme bildet der 10. Schuljahrgang als Abschlussjahrgang.
- Nicht wenige Lehrkräfte, die Tägliche Kurzübungen durchführen, wählen die Übungsaufgaben eher spontan bzw. einem aktuellen Bedarf folgend.
- Nicht wenige Lehrkräfte, die TÜ durchführen, gestalten diese methodisch nicht konsequent (i. w. mangelnde inhaltliche und organisatorische Systematik, mangelnde Schülerorientierung, Gestaltung uneffektiv).

Die Diskussion des Handlungskonzeptes „Tägliche Kurzübungen“ in Fachschaften oder in Fortbildungsveranstaltungen belegt diese Tendenzen. Etwa die Hälfte der Lehrkräfte halten genau diese Gestaltungsanforderungen für „problematisch“, die ein regelmäßiges und inhaltlich wie methodisches systematisches Vorgehen verlangen. Als Ablehnungsgrund wird überwiegend „Zeitmangel“ angeführt. Dabei wird u. E. verkannt, dass diese in Tägliche Kurzübungen investierte Unterrichtszeit an anderer Stelle eingespart und <u>langfristig</u> zu Effekten im Wissen und Können der Schülerinnen und Schüler führt.

Die Erfahrungen derjenigen Lehrkräfte der Modellversuchsschulen, die Tägliche Kurzübungen entsprechend dem Handlungskonzept in ihrem Mathematikunterricht gestalten, belegen, dass es sich lohnt!

Aufschlussreich ist u. E. auch die Schülersicht auf Aspekte des Sicherns von Basiswissen.
Etwa zwei Drittel von 276 befragten Schülerinnen und Schülern 9. Klassen geben an, dass sie Hausaufgaben, Wiederholungsstunden sowie regelmäßige kurze Übungen als nützliche Übungsformen ansehen, letztere sogar zu rund 75 %.
Auch bei den Hausaufgaben lohnt es sich u. E., tiefergehende methodische Überlegungen anzustellen, damit diese unverzichtbare Arbeitsform qualitativ effektiv gestaltet und in ein Unterrichtskonzept integriert wird.
Das Stellen von konsequenten angemessenen und rahmenrichtliniengerechten Anforderungen an die Schülerinnen und Schüler ist eine wichtige Bedingung. Möglicherweise besteht bereits hier verstärkter Handlungsbedarf. Uns hat überrascht, dass etwa drei Viertel der befragten Schülerinnen und Schüler neunter Klassen (also die Altersgruppe der PISA-Population!) angibt, dass sie den Beherrschungsgrad des mathematischen Wissens und Könnens als eher sicher einschätzen. Dieses Selbstbild stimmt offenbar nicht mit der Realität überein. Die Ergebnisse der PISA-Studie belegen ja deutlich Defizite.
Es sind wohl stärker als bisher Leistungen und Leistungsbereitschaft einzufordern.
Aber: Forderungen an die Schülerinnen und Schüler sind stets zuerst Forderungen an die Lehrerinnen und Lehrer!

4 Leistungstests – Ergebnisse und Folgerungen

Die Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts ist das zentrale Anliegen des Modellversuches SINUS. Daher bestand von Anfang an das Bestreben, die Leistungsentwicklung der Schülerinnen und Schüler zu erfassen. Anfänglich war beabsichtigt, dies sogar im Sinne eines Längsschnittes schülerbezogen zu verfolgen.
Dieses Vorhaben erwies sich aber als nicht realisierbar, weil sich zum einen der schulorganisatorische Rahmen in einzelnen Modellversuchsschulen änderte. So führten z. B. Schulfusionen zur Umbildung von Klassen. Außerdem erschwerten Veränderungen im Lehrereinsatz kontinuierliches Arbeiten und das Konstanthalten von Einflussfaktoren im Sinne von SINUS. Zum anderen stellte sich schnell heraus, dass der Aufwand bei der Verarbeitung der anfallenden empirischen Daten von der Arbeitsgruppe nicht zu bewältigen gewesen wäre.
Deshalb wurden die Leistungstests im Sinne von einheitlichen Lernkontrollen (Vergleichsarbeiten) zum Zwecke

- des Erfassens des jeweiligen IST-Standes,
- des Vergleichens von Leistungen in verschiedenen Lerngruppen,
- des Analysierens spezieller fachlicher Schwierigkeiten der Schülerinnen und Schüler

durchgeführt.

4.1 Test zum Basiswissen in Jahrgangsstufe 7

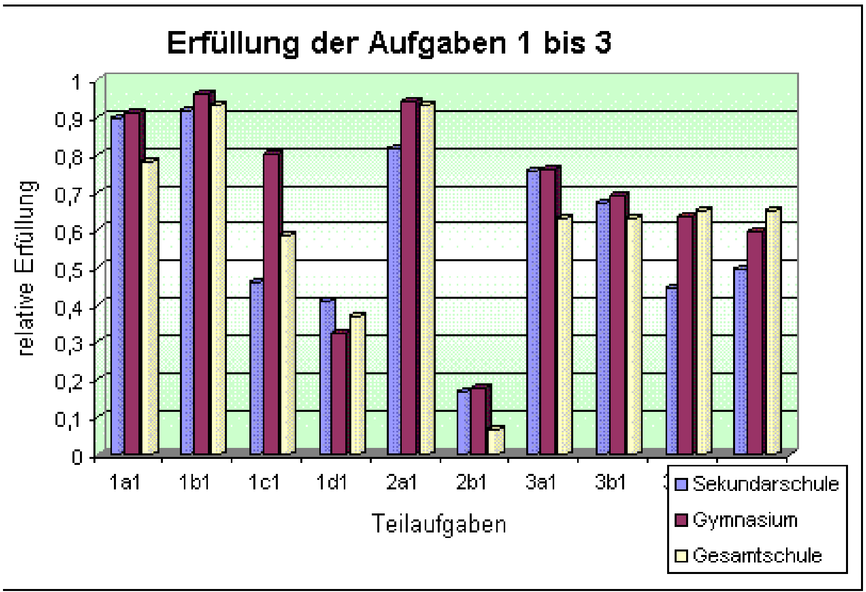
Mit Beginn des Schuljahres 1999/2000 wurde im Oktober in den einbezogenen 7. Klassen der Modellversuchsschulen ein Test zur Erfassung der Ausgangssituation durchgeführt.
An dem Test haben teilgenommen:

Schule	**Schülerinnen und Schüler**
Sekundarschule Adam Ries	44
Sekundarschule J. W. v. Goethe	61
Gesamtschule W. Brandt	46
Christian-Wolff-Gymnasium	49
Gymnasium Francisceum	74
Georg-Cantor-Gymnasium	65
insgesamt	**339**

Der Test enthielt Aufgaben zu grundlegendem Wissen und Können, das zu diesem Zeitpunkt solide beherrscht werden müsste (Testaufgaben s. Anlage 3).
Im Folgenden werden die Ergebnisse zu den einzelnen Aufgaben differenziert nach Schularten dargestellt.

Die Aufgaben 1 bis 3 zielen auf elementare Rechenfertigkeiten.

Aufgabe 1: Berechne.
a) $(12 + 13) \cdot 3 =$ ....
b) $25 : 5 - 2 =$ ....
c) $3^2 + 12 =$ ....
d) $4 : 0 =$ ....
Aufgabe 2: Löse im Bereich der natürlichen Zahlen.
a) $x + 14 = 56$
b) $a \cdot 9 < 40$
Aufgabe 3: Überprüfe jeweils die Ergebnisse und berichtige falls erforderlich.
a) $\frac{3}{4} + 0{,}5 = 1{,}25$
b) $\frac{4}{6} - \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$
c) $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} = \frac{2}{3}$
d) $2 : 0{,}5 = 1$



Insgesamt zeigen sich hierbei größtenteils entwickelte Fertigkeiten. Die Unterschiede zwischen den Schulformen sind angesichts der Elementarität der Forderungen erfreulich gering auf überwiegend hohem Niveau.

Deutlich wird allerdings auch, dass bei relativ „geringem Abweichen“ in Aufgabenstellungen von eventuell geübten Aufgaben, die Unterschiede sich sofort erhöhen und das Erfüllungsniveau in allen Schulformen deutlich sinkt (s. z. B. Aufgaben 1 c, 1 d).

Die Aufgabe 2 b mit der Lösung einer Ungleichung bereitet Schülerinnen und Schülern aller einbezogenen Schularten Schwierigkeiten. Fehler sind in dieser Aufgabe durch das Nichtbeachten des Zahlenbereichs der Lösungsmenge entstanden.

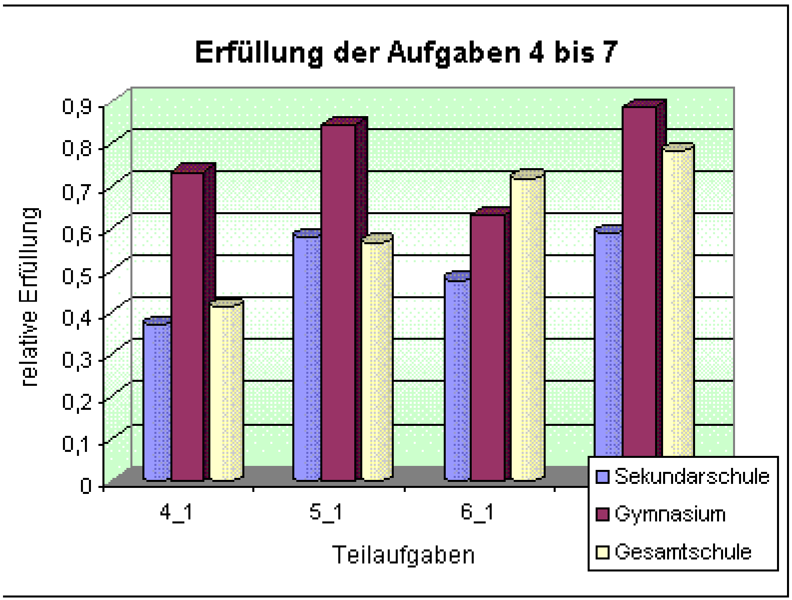
Die Unterschiede werden durchweg deutlicher, wenn die Anforderungen etwas komplexer werden, wenn es also insbesondere um Anwenden grundlegender mathematischer Kenntnisse geht.

Aufgabe 4: Rechne in die angegebene Einheit um.
181 mm = ... cm 0,835 kg = ... g 240 s = ... min

Aufgabe 5: 3 Dosen Cola kosten 2,10 DM. Wie viel muss man für 8 Dosen Cola bezahlen?

Aufgabe 6: Gib den Temperaturunterschied zwischen –3°C und +9°C an.

Aufgabe 7: Zwei Touristengruppen bestehen aus jeweils 60 Personen. 50 % aus der ersten Gruppe und 25 % aus der zweiten Gruppe besteigen Busse, um zu einem Museum zu fahren. Wie viele Touristen aus den beiden Gruppen besuchen das Museum?



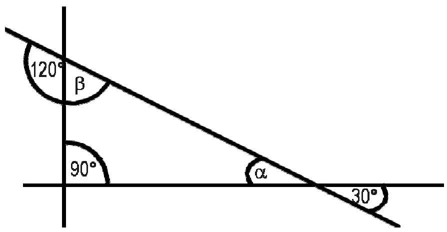
Die Ergebnisse der Aufgabe 4 (Umrechnungen von Größenangaben) können besonders für die Sekundarschule und die Gesamtschule nicht befriedigen. Ebenso werden Defizite im Umgang mit dem Dreisatz und beim Rechnen mit ganzen Zahlen beim Lösen der in den Aufgaben 5 und 6 deutlich.

Die Anwendungsaufgabe 7 zur Prozentrechnung mit bequemen Prozentsätzen wird vergleichsweise gut erfüllt, kann aber sowohl die der Sekundarschule als auch bei der IGS nicht befriedigen, zumal dies „aktueller" Stoff ist.

Die Aufgaben 8 bis 10 beziehen sich auf relativ elementare geometrische Sachverhalte.

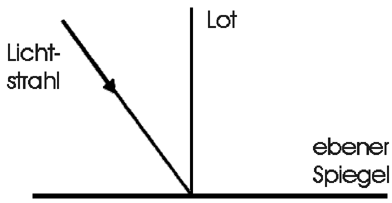
Aufgabe 8:

Gib ohne Messung die Größe der Winkel α und β an. Begründe.
α = ... , denn ....
....
β = ... , denn ....
....



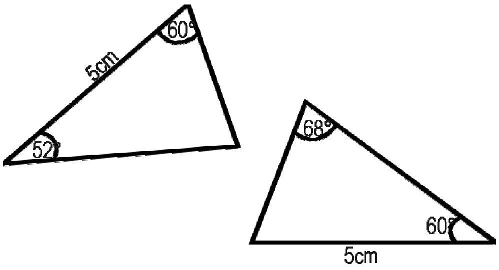
Aufgabe 9:

Zeichne den reflektierten Strahl ein.

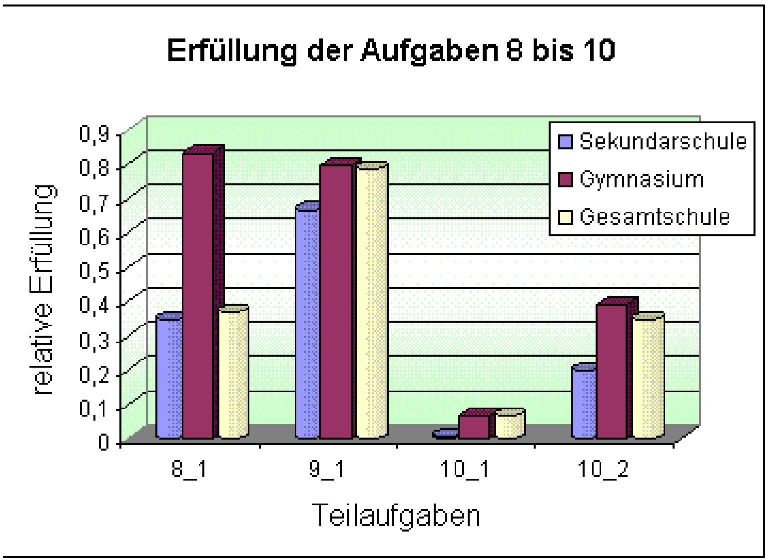


Aufgabe 10:

Überprüfe, ob die Dreiecke kongruent (deckungsgleich) zueinander sind. Begründe.



(Zeichnung nicht maßstabsgerecht)



Die Ergebnisse liegen (außer bei Aufgabe 9) auf einem relativ niedrigen Niveau. Die anzuwendenden Winkelsätze in der Aufgabe 8 sind offenbar nur bei etwa einem Drittel der Schülerinnen und Schüler der Sekundarschule und der IGS anwendungsbereit.

Das überwiegende Nichterfüllen der Aufgabe 10 zeigt besonders große Schwächen in einem zentralen Bestandteil der Planimetrie, der Kongruenz von Dreiecken. Dies ist höchstwahrscheinlich durch die für Schülerinnen und Schüler zumeist ungewohnte Aufgabe bedingt. Diese ist vom gleichen Typ wie die Aufgabe K08 aus der TIMS-Studie (s. /11/, S. 23). Auch hier lagen die Erfüllungsprozentsätze auf einem geringen Niveau (25 bis 35 %).

Was folgt nun aus diesen Ergebnissen?

Zum einen werden langjährige Erfahrungen der Lehrkräfte bestätigt: Das Ausgangsniveau zu Beginn der Jahrgangsstufe 7 (in Sachsen-Anhalt erfolgt hier der Übergang von der Förderstufe in das Gymnasium bzw. in den Realschulbildungsgang) entspricht nicht dem Niveau, das laut Rahmenrichtlinien erwartet werden müsste. Dies erschwert natürlich das Weiterlernen; die Gefahr, dass Fehlleistungen zementiert werden, nimmt zu.

Zum anderen bleibt den Mathematiklehrkräften ab Jahrgangsstufe 7 keine Wahl: Sie müssen sich auf diese Situation einstellen und die Schülerinnen und Schüler dort „abholen“, wo sie sind.

Das Sichern von grundlegendem Wissen und Können wird also zu einer ständigen Aufgabe im Mathematikunterricht, die nicht durch gelegentliche Wiederholungsstunden geleistet werden kann. Regelmäßige und systematische Kurzübungen bieten sich als praktikable Methode an. Dabei geht es aber nicht an sich um derartige Übungen, sondern ihre Gestaltung muss bestimmten Anforderungen genügen, damit sie effektiv werden (s. Punkt 2.3 Handlungskonzept).

4.2 Tests zum Basiswissen „Prozentrechnung“

Für die Erfassung des Beherrschens von Basiswissen zur Thematik „Prozentrechnung“ wurden für den 7. Schuljahrgang zwei Tests konzipiert.

Test 1 (s. Anlage 4 a) sollte dazu dienen, unmittelbar im Zusammenhang mit der Behandlung des Stoffgebietes Prozentrechnung im Schuljahrgang 7 ein Grundverständnis und das Beherrschen von Grundaufgaben zu prüfen (ohne Taschenrechner).

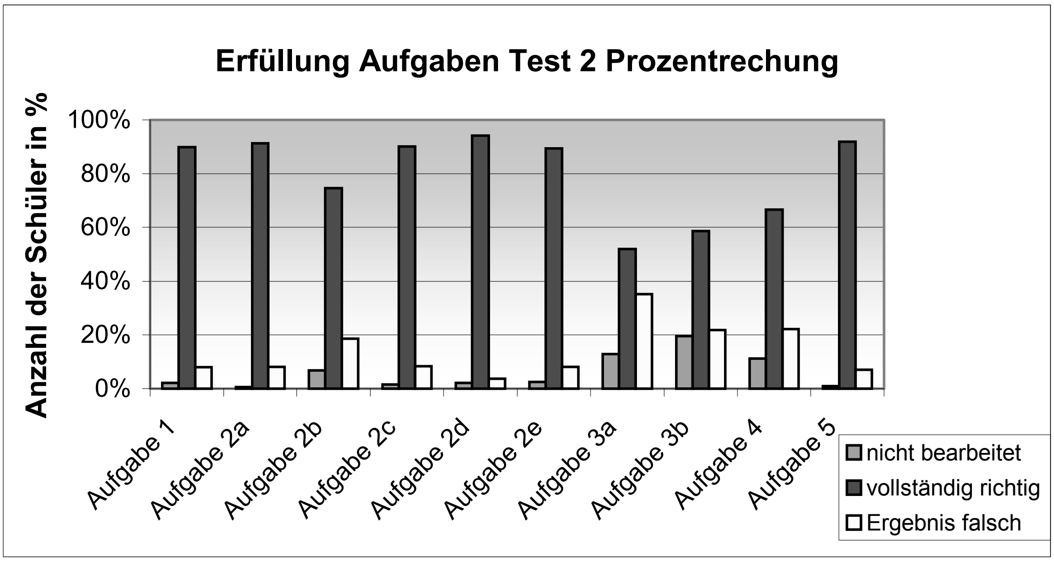
Er wurde im Herbst 1999 in zehn 7. Klassen (n = 230) bearbeitet (Arbeitszeit 15 min).

Die Aufgaben 1, 2, 3 wurden etwa zu 80 % richtig bearbeitet; in einzelnen Klassen wurden Erfüllungen von z. T. über 90 % erreicht. Die Teilaufgaben der Aufgabe 4 wurden durchschnittlich etwa von der Hälfte der Schülerinnen und Schüler richtig bearbeitet. Größere Unsicherheiten traten beim Lösen der Aufgabe 5 auf. Eine Schwierigkeit lag hier in der Textanalyse durch die Schülerinnen und Schüler.

Mit dem Test 2 (s. Anlage 4 b) sollte am Ende des 7. Schuljahrganges untersucht werden, ob das grundlegende Wissen und Können anwendungsbereit ist (mit Taschenrechnernutzung, Arbeitszeit 20 min).

Er wurde erstmals im Juni 2000 eingesetzt (n = 224).

Im folgenden Diagramm ist die insgesamt hohe Erfüllungsrate der einzelnen Aufgaben ersichtlich. Aufgabe 3 wurde deutlich weniger erfolgreich bearbeitet.



Als Gesamtergebnis lässt sich feststellen, dass die im Test geforderten Grundaufgaben zur Prozentrechnung im Wesentlichen erfolgreich bearbeitet wurden. Die niedrigste Erfüllung bei Aufgabe 3 a liegt im Durchschnitt immer noch bei über 50 %. Obwohl die dritte Teilaufgabe in Aufgabe 1 die gleiche Grundaufgabe wie in Aufgabe 3 a beinhaltet, konnte letztere von vielen Schülerinnen und Schülern nicht gleichermaßen erfolgreich gelöst werden. Auch hier lässt sich vermuten, dass die mangelnde Textanalyse in Aufgabe 3 a die Ursache für dieses Ergebnis war.

Der Test 2 wurde in einzelnen 7. Klassen am Schuljahresende 2001 erneut eingesetzt. Die folgende Tabelle zeigt die Ergebnisse für zwei Lerngruppen A-Kurs an Sekundarschulen (SKS) und einer Lerngruppe eines Gymnasiums.
Es sind jeweils die Erfüllungsprozentsätze angegeben.

	n	**A1**	**A2a**	**A2b**	**A2c**	**A2d**	**A2e**	**A3a**	**A3b**	**A4**	**A5**
SKS	30	93	90	83	90	97	97	80	47	67	93
Gym	23	97	100	96	100	100	100	62	78	78	96

Vergleicht man diese Ergebnisse mit denen der ersten Erhebung (siehe obige grafische Darstellung), so kann man eine Stabilisierung der Leistungen auf hohem Niveau feststellen. Das bezieht sich insbesondere auf die Aufgaben 1, 2 und 5. Die Aufgaben 3 und 4 fallen nach wie vor dagegen etwas ab.

Bei einem Test im April/Mai 2002 wurden den Schülerinnen und Schülern in Klassenstufe 9 die Aufgaben 2 und 3 wieder vorgelegt (vgl. Anlage 4 b mit Anlage 6). Taschenrechner durften (im Unterschied zum Test 2) nicht verwendet werden.
Zu bemerken ist zusätzlich, dass nicht sicher gestellt werden kann, dass in den einbezogenen Klassen durchgängig entsprechend den Intentionen des Modellversuchs gearbeitet wurde; es kann also nicht um das Untersuchen der Wirksamkeit eines methodischen Konzeptes gehen.
Die folgende Tabelle zeigt die Erfüllungsprozentsätze pro Aufgabe schulformbezogen.

	Anz. d. Schülerinnen und Schüler	**2a**[7]	**2b**	**2c**	**2d**	**2e**	**3a**	**3b**
SKS – A-Kurs	39	97	59	82	100	97	40	59
SKS – B-Kurs	28	79	50	82	79	71	14	11
Gymnasium	62	100	94	97	100	98	52	71
IGS – E-Kurs	41	93	56	88	100	100	51	63

Bei einem ersten Vergleich mit den entsprechenden Ergebnissen des Test am Schuljahres-ende der Klasse 7 fällt auf, dass die Erfüllungsprozentsätze im Prinzip auf dem gleichen Niveau liegen.

[7] Es wurden hier die Aufgabenbezeichnungen des Tests aus Anlage 4 b verwendet, nicht die des eigentlich eingesetzten Tests gemäß Anlage 6.

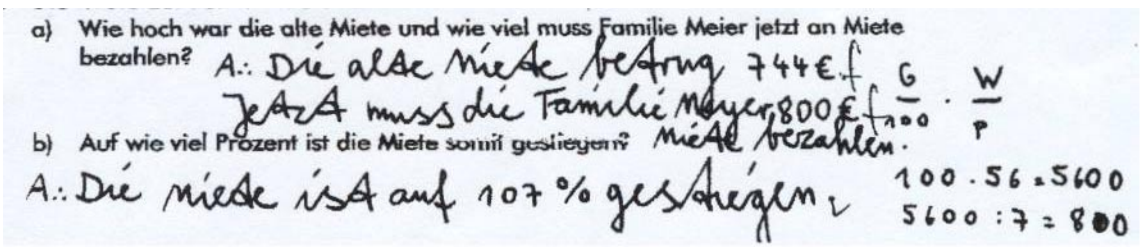
Bei Aufgabe 2 war eine wesentliche Steigerung bei den Gymnasien nicht zu erwarten (Deckeneffekt). Anders ist das bei den anderen Schulformen. Im Detail hätte man u. E. erwarten können, dass z. B. bei anderen Aufgaben eine Entwicklung einsetzt.
Betrachten wir dazu die Aufgaben 2 b und 3 a.

> *Aufgabe 2 b)*
> *Bei einer Lotterie gewinnt jedes 4. Los.*
> *.......... % der Lose erzielen einen Gewinn.*

In den Aufgaben 2 a, 2 c und 2 e ist jeweils die Rede von *75 %, 25 %, drei Viertel* und mit diesen bequemen Prozentsätzen lösen die Schülerinnen und Schüler diese Aufgaben durchschnittlich mit über 90 %. Die Formulierung „jedes 4. Los“ in Aufgabe 2 b) bereitet rund der Hälfte der teilnehmenden Sekundarschülerinnen und -schüler und der Schülerinnen und Schüler an IGS Schwierigkeiten, dahinter ein Viertel oder 25 % zu erkennen!
Es sind u. E. an diesem Detail zwei Aspekte hervorhebenswert:
Erstens muss nach Lokalisierung dieser spezifischen Problematik daran systematisch immer wieder gearbeitet werden, wozu sich regelmäßige Kurzübungen gut eignen.
Zweitens scheint es allgemein so zu sein, dass leistungsschwächere Schülerinnen und Schüler (z. B. in der Sekundarschule) sehr viel „empfindlicher“ auf relativ geringe Aufgabenvariationen reagieren als leistungsstärkere. Also ist gerade hier methodische Feinarbeit im behutsamen Variieren und Differenzieren beim Lösen von Aufgaben erforderlich. Dafür sind die Schülerinnen und Schüler auch zu sensibilisieren. Letztlich können auch hier Fortschritte nur durch entsprechende regelmäßige Übungen erreicht werden.
Analoges gilt für die Aufgabe 3 a.

> *Aufgabe 3 a)*
> *Die Miete der Familie Meier wurde um 7 % erhöht, das sind 56 €.*
> *Wie hoch war die alte Miete und wie viel muss Familie Meier jetzt an Miete bezahlen?*

Der typische Fehler besteht überwiegend in der falschen Zuordnung des Grundwertes, die folgende Schülerlösung beispielhaft zeigt.


a) Wie hoch war die alte Miete und wie viel muss Familie Meier jetzt an Miete bezahlen? A.: Die alte Miete betrug 744 €. f
Jetzt muss die Familie Meyer 800 € Miete bezahlen. f
b) Auf wie viel Prozent ist die Miete somit gestiegen?
A.: Die miete ist auf 107 % gestiegen. r

$\frac{G}{100} \cdot \frac{W}{P}$

$100 \cdot 56 = 5600$
$5600 : 7 = 800$

Es ist festzustellen, dass nach zwei Schuljahren hier keine Weiterentwicklung stattgefunden hat. Dies ist wohl auch nicht zu erwarten, wenn nach Abschluss eines Stoffgebietes nur sporadisch Aufgaben im Rahmen von gelegentlichen Wiederholungen auftreten sollten.

An derartigen Schwachstellen muss <u>gezielt</u> gearbeitet werden, z. B. im Rahmen von regelmäßigen Kurzübungen. Das erfordert aber eine bestimmte Qualität derselben, vor allem inhaltliche und methodische Systematik (vgl. 2.3 Handlungskonzept).

4.3 Tests zum Basiswissen „Planimetrie“

Dafür wurden Kontrollaufgaben in Form von drei Tests bereitgestellt.
Der erste Test beinhaltet Aufgaben zu den Themen Dreieck, Viereck und Kreis mit dem Schwerpunkt Konstruieren bzw. Eigenschaften der betreffenden Figuren. (s. Anlage 5 a). Er ist so konzipiert, dass er im 1. Drittel des 8. Schuljahrganges geschrieben werden sollte.
Der zweite Test enthält ebenfalls Aufgaben zu den o. g. Themen, allerdings liegt nun der Schwerpunkt auf der Berechnung von Seitenlängen, Umfängen oder Flächeninhalten (s. Anlage 5b). Sein Einsatz ist für das Ende des 8. Schuljahres vorgesehen.
Schließlich wurde ein dritter Test entwickelt, dessen Aufgaben 3 bis 6 sich auf Themen der Planimetrie beziehen (s. Anlage 6). Er ist für das Ende des 9. Schuljahrganges gedacht und soll feststellen, inwieweit das Basiswissen zur Planimetrie aus den vorangegangenen Schuljahrgängen verfügbar ist, und zwar nach dem sehr „geometriearmen“ Schuljahrgang 9.
Die Aufgaben 3 und 4 sind aus TIMSS entnommen: Aufgabe 3 entspricht dem Testitem K08 und Aufgabe 4 dem Testitem Q10.

Zu den ersten beiden Tests sollen die erkennbaren Tendenzen rein qualitativ beschrieben werden.

<u>Zum Test 1 (s. Anlage 5 a)</u>
Der Test enthält zu einem großen Teil Stoff, der Inhalt der Jahrgangsstufe 6 (Dreiecke) bzw. 7 (Vierecke, Kreise) ist.
Das Erkennen der Dreiecksarten in Aufgabe 2 stellte an die Schülerinnen und Schüler hohe Anforderungen, da sie zunächst Eigenschaften der Dreiecke erkennen mussten. Möglicherweise wären sie erfolgreicher gewesen, wenn die Aufforderung zur Berechnung der Winkel α, β und γ vorangestellt gewesen wäre.
Beim Entscheiden, ob die Aussagen wahr oder falsch sind (Aufgabe 3), waren die Schülerinnen und Schüler ziemlich unsicher. Das Wissen über die Eigenschaften von Vierecken und über Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Vierecksarten, befriedigt nicht. Dies wird auch bei der Winkelberechnung für die Trapeze in Aufgabe 4 sichtbar.
Auch die Aufgabe 6 zeigten sich bei ca. der Hälfte der Schülerinnen und Schüler Schwächen; so wurde der Kongruenzsatz häufig falsch oder nicht angegeben, waren die Planfiguren fehlerhaft oder unvollständig.

Insgesamt zeigen die Ergebnisse dieses Tests wiederum sehr deutlich die Notwendigkeit, auch länger zurückliegenden Stoff regelmäßig beim Üben zu berücksichtigen.

Zum Test 2 (s. Anlage 5 a)

Die vorliegenden Ergebnisse in diesem Test zeigen sehr große Schwankungen von Lerngruppe zu Lerngruppe.

Grundlagen sind jeweils vorhanden. So werden die Grundaufgaben der Flächeninhalts- und Umfangsberechnung bei Kreisen bzw. zum Satz des Pythagoras gut bewältigt (zu durchschnittlich 80 %). Die Erfüllungsprozentsätze sinken aber sofort (und zum Teil erheblich), wenn die Aufgabe durch Einbettungen in andere Sachbezüge etwas komplexer wird oder in ungewohnter Form gestellt ist. Zum Beispiel wird bei Aufgabe 2 b nicht bedacht, dass der kleine Zeiger an einem Tag zwei Umdrehungen zurücklegt.

Die Lehrkräfte weisen in ihren Analysen auch immer wieder neben fachlichen Unsicherheiten auf eine mangelnde Anstrengungsbereitschaft oder auf Oberflächlichkeit hin.

Zum Test 3 (s. Anlage 6)

Dieser Test wurde im 9. Schuljahrgang ohne spezielle Vorbereitung geschrieben. Bei der Deutung der Ergebnisse muss bedacht werden, dass im 9. Schuljahrgang kaum geometrische Inhalte vorkommen.

Die folgende Tabelle zeigt die Erfüllungsprozentsätze pro Aufgabe schulformbezogen.

Dabei bedeuten die Unterteilungen bei Aufgabe 5 und 6:

5_1 Skizze; 5_2 Schenkel (Ansatz und Ergebnis); 5_3 Umfang; 5_4 Flächeninhalt
6_1 Planfigur, 6_2 Kongruenzsatz, 6_3 Konstruktion

	Anz. d. Schülerinnen und Schüler	**3**	**4**	**5_1**	**5_2**	**5_3**	**5_4**	**6_1**	**6_2**	**6_3**
SKS – A-Kurs	39	49	56	90	19	23	51	79	64	69
SKS – B-Kurs	28	18	39	75	4	4	21	50	32	38
Gymnasium	62	80	90	90	44	68	42	65	58	70
IGS – E-Kurs	41	49	80	90	17	54	66	80	90	37

Zunächst kann man wieder große Unterschiede zwischen den Schulformen, aber auch zwischen den Lerngruppen innerhalb einer Schulform feststellen.

Derartige Schwankungen sind wahrscheinlich nur bei genauer Analyse möglichst vieler Details sowohl bezogen auf den speziellen Test (seine Einbettung in den Unterricht, Bewertung, ...) als auch bezogen auf die Spezifika der jeweiligen Klasse zu erklären.

Die Aufgaben 3 und 4 sind die Testitems K08 und Q10 aus TIMSS.

Innerhalb der deutschen Stichprobe wurde K08 durchschnittlich mit 29 % und Q10 durchschnittlich mit 33 % richtig gelöst (s. /11/, S. 23).

Verglichen damit sind die Testergebnisse in dieser Stichprobe (abgesehen vom B-Kurs der Sekundarschule) deutlich besser.
Die Aufgabe 5 fordert Berechnungen am gleichschenkligen Trapez. Die Schülerinnen und Schüler haben offenbar richtige Vorstellungen von einem gleichschenkligen Trapez, worauf die Erfüllungsquote bei 5_1 (Skizze) hinweist. Um den Umfang des Trapezes zu berechnen, musste vorab die Länge des Schenkels ermittelt werden. Das haben sehr viele Schülerinnen und Schüler auf konstruktivem Wege getan; nur wenige haben erkannt, dass und wie die Schenkel mit Hilfe des Satzes des Pythagoras berechnet werden können.
In der Sekundarschule wurde den Schülerinnen und Schülern die Formel für den Flächeninhalt eines Trapezes gegeben; das erklärt hier wohl den relativ geringen Unterschied zu den anderen Schulformen. An einem Gymnasium hat keine Schülerin bzw. kein Schüler dazu die Flächeninhaltsformel für Trapeze verwendet, sondern das Trapez wurde in ein Rechteck und zwei Dreiecke zerlegt und die Inhalte dieser Teilflächen ermittelt.
Große Unterschiede zeigten sich auch bei der Dreieckskonstruktion (Aufgabe 6).
In einer beteiligten Klasse eines Gymnasiums wurde diese Aufgabe völlig unzureichend bewältigt, z. B. konnten nur knapp 25 % der Schülerinnen und Schüler eine richtige Planfigur anfertigen und den verwendeten Kongruenzsatz angeben.
Die Schülerinnen und Schüler gaben häufig nur die Kurzform SWS des verwendeten Kongruenzsatzes an; die sprachlichen Fassungen enthielten oft Mängel.
Die Konstruktionen erfolgten in vielen Fällen richtig, wegen mangelnder Genauigkeit wurden nicht selten Punkte nicht vergeben.
Man kann zusammenfassend feststellen, dass ein gewisses Basiswissen bei einem Teil der Schülerinnen und Schüler verfügbar ist. Die Notwendigkeit von systematischen und regelmäßigen Übungen ist durch diese Befunde u. E. wiederum deutlich belegt.

4.4 Test zum Basiswissen „Gleichungen“

Zu Beginn des Schuljahres 2002/2003 wurde in den 10. Klassen der Modellversuchsschulen ein Test zum Erfassen des Wissens- und Könnensstandes im Sinne von Basiswissen zum Thema Gleichungen durchgeführt (s. Anlage 7). Die Aufgaben sollten möglichst viele Bereiche der Gleichungslehre und das nach Jahrgangsstufe 9 anzustrebende Niveau erfassen. Mit den Aufgaben 6 und 7 wurden auch Test-Items aus der TIMS-Studie einbezogen, und zwar Q01 und M06.
An diesem Test nahmen 122 Schülerinnen und Schüler von 7 Lerngruppen aus verschiedenen Schulformen teil. Die Verwendung eines Tafelwerkes war nicht zugelassen, wohl aber die Nutzung von Taschenrechnern. Die Schülerlösungen wurden nach einem

einheitlichen Bewertungsschema ausgewertet. Die Lehrkräfte haben die Testergebnisse in der Regel aber nicht zensiert.
Die folgende Tabelle zeigt die Erfüllungsprozentsätze pro Aufgabe schulformbezogen.

	Anzahl d. Schülerinnen und Schüler	**1 a**	**1 b**	**1 c**	**2**	**3**	**4 a**	**4 b**	**5**	**6**	**7**	**8**
SKS – A-Kurs	41	30	32	59	22	27	17	17	98	49	51	30
SKS – B-Kurs	14	32	57	50	7	29	0	10	54	36	4	0
Gymnasium	34	81	85	88	94	64	72	48	91	94	68	56
IGS – E-Kurs	33	64	89	91	39	66	70	11	98	82	39	48

Die Ergebnisse unterscheiden sich in den einzelnen Schulformen erwartungsgemäß.
Mit der Aufgabe 1 sollte das Können im inhaltlichen Lösen von Gleichungen überprüft werden. Während dies tendenziell in den betrachteten Lerngruppen am Gymnasium und an der IGS erfreulich ausfällt, zeigt sich, dass dies von den Schülerinnen und Schülern an Sekundarschulen deutlich schlechter bewältigt wird.
Auch bezogen auf das mit den Aufgaben 2 und 3 geforderte Grundkönnen (Formel umstellen, quadratische Gleichungen lösen) ist erkennbar, dass (abgesehen vom Gymnasium bei Aufgabe 2) die zu fordernden Fertigkeiten nicht befriedigend im Test nachgewiesen werden.
Die Aufgabe 4 forderte das Lösen eines linearen Gleichungssystems auf rechnerischem und grafischem Weg. Ein Teil der Schülerinnen und Schüler löste das Gleichungssystem nur rechnerisch. Beim grafischen Lösen wurde nicht selten das Ablesen der Koordinaten des Schnittpunktes vergessen.
Der Erfüllungsprozentsatz bei Aufgabe 5 ist abgesehen vom B-Kurs der Sekundarschule sehr hoch. Zu berücksichtigen ist natürlich, dass es sich hier um eine Aufgabe handelt, die bereits am Ende der Grundschule sicher gelöst werden sollte. Diese Aufgabe wurde erwartungsgemäß ohne das Aufstellen einer Gleichung inhaltlich gelöst.
Die Aufgaben 6 und 7 stammen – wie bereits erwähnt – aus der TIMS-Studie.
In dieser wurden dafür folgende Ergebnisse erreicht (vgl. /12/):

	Deutschland Kl. 8	**International Kl. 8**
Aufgabe 6 = M06	30 %	37 %
Aufgabe 7 = Q01	41 %	47 %

Im Vergleich dazu schneiden die von uns getesteten Schülerinnen und Schüler tendenziell besser ab. Freilich sind sie auch fast zwei Jahrgangsstufen in ihrer Entwicklung weiter.
Schließlich wurde den Schülerinnen und Schülern die Aufgabe 8 vorgelegt, für die die Schülerinnen und Schüler kein Lösungsverfahren kennen. Immerhin stellten knapp ein Drittel

der Schülerinnen und Schüler dafür eine richtige Gleichung auf und versuchten die Lösung mit dem Taschenrechner einzuschachteln.

Insgesamt muss man feststellen, dass auch beim Lösen von Gleichungen das Basiswissen nicht als ausreichend anwendungsbereit eingeschätzt werden muss.

Lehrkräfte der Testklassen berichteten, dass sie zum Teil über Negativleistungen ihrer Schülerinnen und Schüler beim Test überrascht waren, da sie eben solche Inhalte z. B. in Rahmen von regelmäßigen Kurzübungen immer wieder üben und dabei einen besseren Eindruck vom diesbezüglichen Leistungsniveau ihrer Lerngruppe hatten.

Dies und auch andere Berichte von Lehrkräften über ihre Anstrengungen zur Basiswissens-Sicherung deuten darauf hin, dass zwei Aspekte neben den inhaltlich-methodischen stärker beachtet werden müssen:

- Es besteht der Eindruck, dass es nicht wenigen Schülerinnen und Schülern relativ gleichgültig ist, ob und wie sie den Stoff beherrschen. Das betrifft also den gesamten Komplex der Motivation, der Willenskräfte bzw. Anstrengungsbereitschaft.
- Tests, die einfach so geschrieben werden und nicht zensierungsrelevant sind, werden deutlich weniger ernst genommen. Hier können z. B. Abstumpfungseffekte wirken. Auf jeden Fall muss dieser Einflussfaktor stärker beachtet werden.

5 Zusammenfassung

Zum 1. Teilziel:
Erstellen von Basiswissen-Katalogen für ausgewählte Themen bzw. Stoffgebiete

Für folgende Themen wurden Basiswissen-Kataloge aufgestellt:

- Prozentrechnung (s. Anlage 8 a),
- Planimetrie (s. Anlage 8 b),
- Gleichungen (s. Anlage 8 c).

Diese umfassen jeweils das Abschlussniveau bis zum Ende der Sekundarstufe 1.

Sie gelten für die Schulformen Sekundarschule und Gymnasium (mit geringen Differenzierungen).

Zum 2. Teilziel:
Erstellen und Erproben von Unterrichtsmaterialien für ausgewählte Stoffgebiete, die die Aneignung von Basiswissen unterstützen sollen, einschließlich der Erarbeitung von Kontrollarbeiten

Zu diesen Katalogen wurden Unterrichtsmaterialien entwickelt. Diese bestehen vor allem aus einem entsprechend aufbereiteten Aufgabenteil, aus Reflexionen zu methodischen Aspekten des Aufgabenlösens sowie aus Kontrollaufgaben.

Diese Materialien zum Modul 4 sind in den Heften

- Basiswissen Prozentrechnung,
- Basiswissen Planimetrie,
- Basiswissen Gleichungen,
- Schülerarbeitsmaterial

veröffentlicht.

3. Teilziel:
Entwickeln und Erproben eines Übungskonzeptes

Im Abschnitt 2.2 ist ein Gesamtkonzept für die Gestaltung des Festigungsprozesses im Mathematikunterricht und speziell für das Element „Gestaltung täglicher Kurzübungen“ im Abschnitt 2.3 ein Handlungskonzept dargestellt.

Die Erfahrungen wurden dazu insbesondere im Abschnitt 3.2 reflektiert.

Es wurde ein Video mit Unterrichtssequenzen zur Gestaltung täglicher Kurzübungen in verschiedenen Jahrgangsstufen entwickelt, das einerseits Praktiziertes dokumentiert und andererseits als Grundlage für Diskussionen z. B. in der Fortbildung oder in Fachschaften dienen kann.

6 Anlagen

<u>Übersicht</u>

Nr.	Art der Anlage
1	Lehrerfragebogen zum Thema „Üben“ und „Erfahrungen mit dem Material Prozentrechnung“
2 a	Schülerfragebogen Jahrgangsstufe 9
2 b	Auswertungsbogen zum Schülerfragebogen
2 c	Ergebnisse der Schülerbefragung
3	Test zur Überprüfung von Basiswissen am Beginn der Jahrgangsstufe 7
4 a	Test 1 zur Prozentrechnung
4 b	Test 2 zur Prozentrechnung
5 a	Test zur Planimetrie (Dreieck, Viereck, Kreis)
5 b	Test zur Planimetrie (A und u eines Kreises, Satz des Pythagoras)
6	Test Klasse 9 – Planimetrie/Prozentrechnung
7	Test Klasse 9 – Gleichungen
8 a	Basiswissen – Katalog „Prozentrechnung“
8 b	Basiswissen – Katalog „Planimetrie“
8 c	Basiswissen – Katalog „Gleichungen“
9	Meinungsbild zur Gestaltung täglicher Kurzübungen – Synopse aus Fortbildungsveranstaltungen

Anlage 1: **Lehrerfragebogen zum Thema „Üben“ und „Erfahrungen mit dem Material Prozentrechnung“**

Erfahrungen der Lehrkräfte – Analysebogen

Schule: ________________________________ Datum: _______________

Name der Lehrkraft: ________________________________

1 a) Schätzen Sie bitte den Anteil, den das **Üben** in Ihrem Mathematikunterricht bezogen auf die gesamte Unterrichtszeit einnimmt?
(Zutreffendes bitte ankreuzen.)
etwa ein Viertel etwa die Hälfte etwa drei Viertel etwa ...... %
Falls Sie dies nicht so allgemein sagen können, geben Sie es differenzierter an, z. B. für bestimmte Klassenstufen.

b) Wie etwa schätzen Sie die Anteile der gesamten Übungszeit bezogen auf ... ein?

...	Geschätzter Anteil in %
(1) Sicherung des Ausgangsniveaus – Reaktivierung von Wissen und Können, das für die erfolgreiche Behandlung neuen Stoffs notwendig ist	
(2) Üben des jeweils aktuellen Stoffs	
(3) Wiederholung – Üben von bereits behandeltem Stoff (auch aus Vorjahren)	

Falls Sie dies nicht so allgemein sagen können, geben Sie es differenzierter an, z. B. für bestimmte Klassenstufen.

c) Wie etwa schätzen Sie die Anteile der gesamten Übungszeit bezogen auf ... ein?

...	Geschätzter Anteil in %
Begriffe	
Sätze (Zusammenhänge)	
Verfahren	

2. Zum SINUS-Arbeitsmaterial **Prozentrechnung**

2.1. Bitte geben Sie zunächst an, in welchen Klassen und in welchen Schuljahren Sie das Arbeitsmaterial **Prozentrechnung** für die Gestaltung des Mathematikunterrichts verwendet haben. Tragen Sie ggf. die spezielle Klasse (z. B. 8 b), sonst Striche ein!

	1999/2000	2000/01	2001/02
Prozentrechnung			

2.2. Wie beurteilen Sie dieses Arbeitsmaterial hinsichtlich ...

	sehr gut geeignet	**gut geeignet**	**weniger gut**	**nicht geeignet**
a) der Praktikabilität für die Lehrkraft				
b) der Eignung, im Unterricht grundlegendes Wissen und Können kontinuierlich und systematisch zu festigen				
c) der Eignung zur differenzierten Gestaltung von Übungen				

(bitte Zutreffendes ankreuzen)

2.3. Beschreiben Sie bitte, wie Sie dieses Arbeitsmaterial zur Gestaltung Ihres Unterrichts verwendet haben (u. a. Einfluss auf Grobplanung oder Feinplanung, Aufgabenauswahl).

2.4. Welche Erfahrungen haben Sie im Mathematikunterricht der einzelnen Jahrgangsstufen gesammelt, um das sichere Beherrschen von Basiswissen in Bezug auf **Prozentrechnung** zu erreichen (z. B. didaktisch-methodische Maßnahmen, besondere Schwierigkeiten inhaltlicher oder organisatorischer Art, bewährte Vorgehensweisen)?

2.5. Weitere Hinweise, Vorschläge ... (z. B. zur Verbesserung des Arbeitsmaterials)

<u>Anlage 2 a:</u> Schülerfragebogen Jahrgangsstufe 9

Modellversuch SINUS

Klasse:____________ Datum: _________

Liebe Schülerin, lieber Schüler,
das Lernen in der Schule soll möglichst effektiv sein und natürlich auch bei dir „ankommen“.
Deshalb bitten wir dich um deine Meinung.
Die folgenden Fragen beziehen sich alle auf den **Mathematikunterricht**.
Lies sie bitte <u>gründlich</u> durch und antworte <u>ehrlich</u>.
Es sind jeweils die zutreffenden Antworten anzukreuzen. *Vielen Dank!*

----

1. Das Wissen und Können aus dem Mathematikunterricht sollst du möglichst sicher beherrschen. Wie schätzt du dich ein?

Ich fühle mich ....

	ziemlich sicher	*eher sicher, aber nicht ganz*	*eher unsicher, aber nicht ganz*	*ziemlich unsicher*
allgemein in Mathe				
beim Lösen geometrischer Aufgaben				
beim Lösen von Gleichungen				
beim Rechnen mit Taschenrechner				
beim Rechnen ohne Taschenrechner				
beim Lösen von Textaufgaben				

2. Grundlegendes Wissen und Können sollte regelmäßig geübt werden. Welche Übungsformen hältst du dazu für nützlich?

	ja, ohne Einschränkung	*ja, mit Abstrichen*	*etwas*	*meistens nicht*
a) Hausaufgaben				
b) Wiederholungsstunden				
c) Regelmäßige kurze Übungen				
d) Übungen in Partner- oder Gruppenarbeit				
e) Übungen vor Klassenarbeiten				

Welche anderen Übungsformen hältst du auch für nützlich?
....

....

3. Im Mathematikunterricht lernst du Stoff zu verschiedenen Themen z. B. Funktionen, Gleichungen, Variablen, Geometrie.
Empfindest du, dass es zwischen diesen Themen Zusammenhänge gibt?

	ja	**nein**
a) Ich sehe zwischen den Themen durchaus Zusammenhänge.		
b) Ich sehe einen Zusammenhang zwischen den Themen Funktionen und Gleichungen.		
c) Es gibt einen Zusammenhang zwischen Geometrie und Gleichungen.		

Begründe bitte jeweils deine Meinung.

Zu a)

Zu b)

Zu c)

4. Was trifft für dich in deinem Mathematikunterricht zu?

	stimmt genau	*stimmt in etwa*	*ich bin unent-schieden*	*stimmt eher nicht*	*stimmt gar nicht*
a) Ich finde, dass der Stoff in Mathematik aufeinander aufbaut.					
b) Ich erkenne meistens nicht, wozu ich den Mathe-Stoff einmal benötigen könnte.					
c) Ich lerne nur vor Klassenarbeiten.					
d) Ich halte Hausaufgaben zum Üben für notwendig.					
e) Für mich ist wichtig, dass die Hausaufgaben im Unterricht gründlich ausgewertet werden.					
f) Wenn ich die Hausaufgaben nicht anfertige, schadet es meinen Leistungen nicht.					
g) Ich finde es gut, wenn in fast jeder Mathestunde Hausaufgaben gestellt werden.					
h) Die Hausaufgaben sind mir meistens zu umfangreich.					
i) Zum Anfertigen der Mathe-Hausaufgaben benötige ich in der Regel höchstens 30 Minuten.					
j) Ich nehme mündliche Hausaufgaben genau so ernst wie schriftliche.					
k) Ich weiß oft nicht, wie ich zu Hause lernen soll.					

5. Schätze bitte ein, wie sich dein Können beim Bearbeiten folgender Aufgabentypen von der 7. Klasse bis jetzt entwickelt hat. Kreuze bitte Zutreffendes an.

Aufgabentyp	nicht wesentlich	ein bisschen	deutlicher Fortschritt	sehr deutlicher Fortschritt
Lösen von Gleichungen				
Aufgaben zur Prozentrechnung				
Textaufgaben				
Rechnen mit rationalen Zahlen				
Geometrische Konstruktionen				

6. Kreuze bitte Zutreffendes an (Mehrfachnennungen sind möglich) bzw. ergänze.

Ich erkenne Zusammenhänge zwischen den einzelnen Stoffgebieten am besten ...

durch das Lösen von **Anwendungsaufgaben** aus meinem Erfahrungsbereich

durch eindeutige **Hinweise** der Lehrkraft

durch Lösen von komplexen **Übungsaufgaben**

durch **Nacharbeiten** des Unterrichtsstoffes (z. B. mit Hilfe des Lehrbuchs, ...)

durch das kontinuierliche **Wiederholen** des Unterrichtsstoffs bezogen auf die einzelnen Themen wie z. B. Gleichungen, Funktionen, Geometrie

....

....

<u>Anlage 2 b:</u> Auswertungsbogen zum Schülerfragebogen

MV SINUS
Auswertungsbogen zum Schülerfragebogen
Bezug: Schülerfragebogen (zu Modul 4 und 5)

Bitte <u>je Klasse einen</u> Auswertungsbogen anfertigen.

Schule: ____________________ Klasse: ____________ Schüleranzahl: ______

Lehrkraft: ___________________ Anzahl der Teilnehmer an Befragung: ______

Allgemeine Angaben zur Klasse und zum Mathematikunterricht

a) Ich unterrichte in dieser Klasse seit _____________.

b) Ich führe Wiederholungsphasen zu nicht aktuell behandeltem Stoff durch ...

 ☐ nie ☐ geplant regelmäßig ☐ bei Bedarf

c) Ich führe regelmäßige Kurzübungen („Tägliche Übungen“) durch ...

 ☐ fast in jeder Stunde ☐ etwa 1mal in der Woche ☐ hin und wieder ☐ nie

d) Ich erteile Hausaufgaben ...

 ☐ fast in jeder Stunde ☐ etwa 1mal in der Woche ☐ hin und wieder ☐ nie

e) Der Zeitbedarf für die Erfüllung der Hausaufgaben wird von mir so bilanziert, dass eine durchschnittliche Schülerin/ein durchschnittlicher Schüler dafür etwa benötigt ...

 ☐ höchstens 15 min ☐ 15 bis 30 min ☐ 30 bis 45 min ☐ mehr als 45 min

Anlage 2 c: **Ergebnisse der Schülerbefragung (s. Anlage 2 a) zu Fragen 1,2 und 4**
(n = 276; Angaben in %)

1. Das Wissen und Können aus dem Mathematikunterricht sollst du möglichst sicher beherrschen. Wie schätzt du dich ein?

Ich fühle mich ....

	ziemlich sicher	*eher sicher, aber nicht ganz*	*eher unsicher, aber nicht ganz*	*ziemlich unsicher*
allgemein in Mathe	19	54	24	3
beim Lösen geometrischer Aufgaben	25	46	26	3
beim Lösen von Gleichungen	35	44	18	3
beim Rechnen mit Taschenrechner	73	24	3	0
beim Rechnen ohne Taschenrechner	14	49	29	8
beim Lösen von Textaufgaben	7	37	43	13

2. Grundlegendes Wissen und Können sollte regelmäßig geübt werden.
Welche Übungsformen hältst du dazu für nützlich?

	ja, ohne Einschränkung	*ja, mit Abstrichen*	*etwas*	*meistens nicht*
a) Hausaufgaben	16	47	25	12
b) Wiederholungsstunden	32	35	21	12
c) Regelmäßige kurze Übungen	39	34	20	7
d) Übungen in Partner- oder Gruppenarbeit	33	25	23	19
e) Übungen vor Klassenarbeiten	78	17	4	1

4. Was trifft für dich in deinem Mathematikunterricht zu?

	stimmt genau	*stimmt in etwa*	*ich bin unent-schieden*	*stimmt eher nicht*	*stimmt gar nicht*
a) Ich finde, dass der Stoff in Mathematik aufeinander aufbaut.	26	48	20	4	2
b) Ich erkenne meistens nicht, wozu ich den Mathe-Stoff einmal benötigen könnte.	11	26	25	23	16
c) Ich lerne nur vor Klassenarbeiten.	17	30	14	26	13
d) Ich halte Hausaufgaben zum Üben für notwendig.	20	28	22	20	10
e) Für mich ist wichtig, dass die Hausaufgaben im Unterricht gründlich ausgewertet werden.	32	27	17	15	8
f) Wenn ich die Hausaufgaben nicht anfertige, schadet es meinen Leistungen nicht.	14	26	22	25	13
g) Ich finde es gut, wenn in fast jeder Mathestunde Hausaufgaben gestellt werden.	3	7	20	36	34
h) Die Hausaufgaben sind mir meistens zu umfangreich.	11	22	31	28	7
i) Zum Anfertigen der Mathe-Hausaufgaben benötige ich in der Regel höchstens 30 Minuten.	25	32	18	16	9
j) Ich nehme mündliche Hausaufgaben genau so ernst wie schriftliche.	9	15	16	40	20
k) Ich weiß oft nicht, wie ich zu Hause lernen soll.	18	18	17	23	23

<u>Anlage 3:</u> **Test zur Überprüfung von Basiswissens am Beginn der Jahrgangsstufe 7**

Basiswissen Klassenstufe 7

Name:________________ Klasse: __________________

1. Berechne.

   a) $(12 + 13) \cdot 3 =$ .... b) $25 : 5 - 2 =$ .... c) $3^2 + 12 =$ .... d) $4 : 0 =$ ....

2. Löse im Bereich der natürlichen Zahlen.

   a) $x + 14 = 56$ .... b) $a \cdot 9 < 40$ ....

3. Entscheide, ob die Aussagen wahr oder falsch sind und berichtige falls erforderlich.

   a) $\frac{3}{4} + 0{,}5 = 1{,}25$ b) $\frac{4}{6} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ c) $\frac{3}{4} \cdot \frac{8}{9} = \frac{2}{3}$ d) $2 : 0{,}5 = 1$

   ☐wahr ☐falsch ☐ wahr ☐ falsch ☐ wahr ☐ falsch ☐ wahr ☐ falsch

   ....

4. Rechne in die angegebene Einheit um.

   181 mm = ... cm 0,835 kg = ... g 240 s = ... min

5. 3 Dosen Cola kosten 2,10 DM. Wie viel muss man für 8 Dosen Cola bezahlen?

   ....

6. Gib den Temperaturunterschied zwischen –3°C und +9°C an.

   ....

7. Zwei Touristengruppen bestehen aus jeweils 60 Personen. 50 % aus der ersten Gruppe und 25 % aus der zweiten Gruppe besteigen Busse, um zu einem Museum zu fahren. Wie viele Touristen aus den beiden Gruppen besuchen das Museum?

   A 60 B 45 C 70 D 55 E 20

8. Gib ohne Messung die Größe der Winkel α und β an. Begründe.

α = ... , denn ....

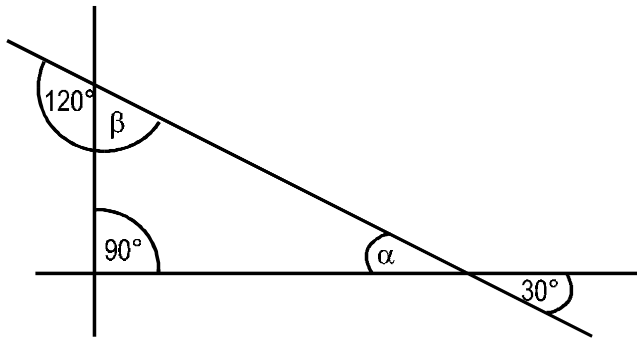
....

....

β = ... , denn ....

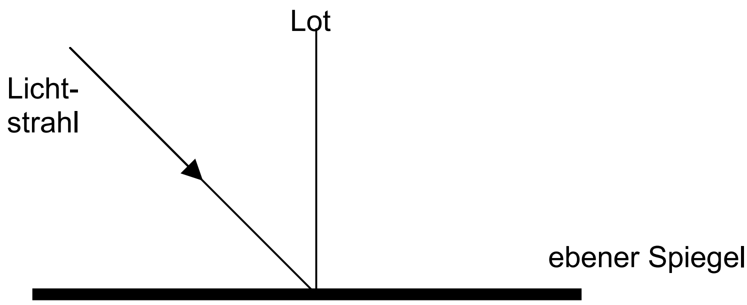
....

....



(Zeichnung nicht maßstabsgerecht)

9. Zeichne den reflektierten Strahl ein.



10. Überprüfe, ob die Dreiecke kongruent (deckungsgleich) zueinander sind. Begründe.

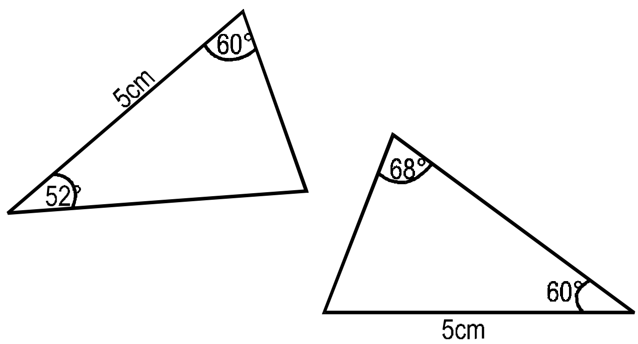
....

....

....

....

....



(Zeichnung nicht maßstabsgerecht)

Anlage 4 a: **Test 1 zur Prozentrechnung**

Name: ________________________________ Klasse:___________________

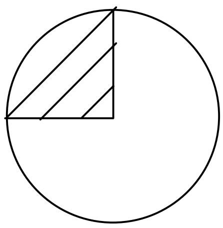
Test 1 zur Prozentrechnung

1. Vervollständige die Tabelle !

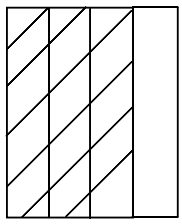
Prozentsatz	10 %			50 %
Dezimalbruch		0,25		
gekürzter Bruch			$\frac{3}{4}$	

2. Wie viel Prozent beträgt der Anteil der schraffierten Fläche an der Gesamtfläche ?

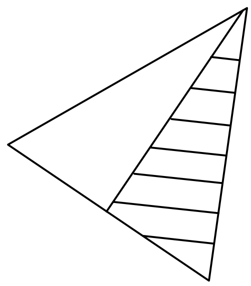
a)



b)

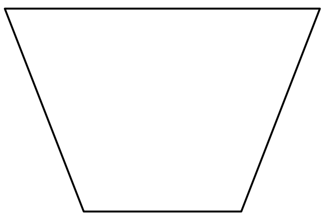


c)

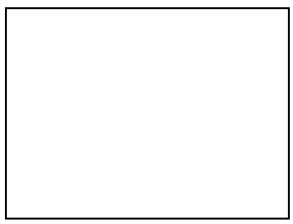


3. Kennzeichne durch Schraffieren !

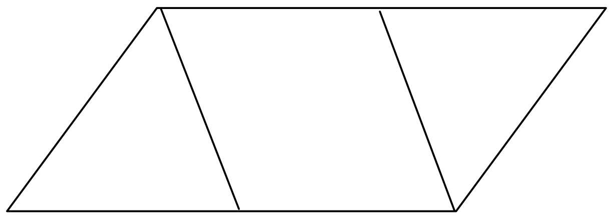
a) 50 %



b) 25 %



c) 75 %



4. Ergänze !

a) 50 % von 32 t sind ______________

b) ______% von 60 ha sind 45 ha.

c) 1 % von 3280 Euro sind _________

d) .______% von 135 m sind 13,5 m

e) 200 % von 25 Liter sind __________

d) ______% von 106 kg sind 53 kg.

5. In der Bundesrepublik werden im Schnitt pro Tag und Person 140 Liter Wasser verbraucht. Davon werden nur 5 % als Trinkwasser genutzt. Wie viel Liter sind das ?

7 Liter ☐ 28 Liter ☐ oder 14 Liter ☐

<u>Anlage 4 b:</u> Test 2 zur Prozentrechnung

Name: ______________________________ Klasse: ___________________

Test 2 zur Prozentrechnung

1. Ergänze.

Grundwert	470 m	775 DM	
Prozentsatz	26 %		45 %
Prozentwert		93 DM	135 g

2. Ergänze.

   a) 75 % von 20 Liter sind .... Liter .

   b) Bei einer Lotterie gewinnt jedes 4. Los.
   .... % der Lose erzielen einen Gewinn.

   c) Von 24 Schülerinnen und Schülern einer 7. Klasse sind 25 % in einem Sportverein.
   .... Schülerinnen und Schüler sind in einem Sportverein.

   d) Die Hälfte aller Schülerinnen und Schüler der Klasse 7/1 kommen mit dem Fahrrad zur Schule.
   .... % der Schülerinnen und Schüler fahren mit dem Fahrrad.

   e) Dreiviertel aller Betten einer Jugendherberge sind belegt. ...... % der Betten sind belegt.

3. * Die Miete der Familie Meier wurde um 7 % erhöht, das sind 105 DM.

   a) Wie hoch war die alte Miete und wie viel muss Familie Meier jetzt an Miete bezahlen?

   b) Auf wie viel Prozent ist die Miete somit gestiegen?

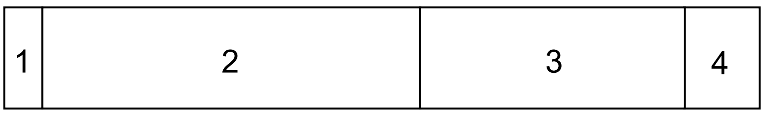
   a) ____

   b) ____

4. Maren hat für ihr Guthaben, das sich zu Beginn des Jahres auf 1600 DM belief, am Jahresende 60 DM Zinsen erhalten.
   Berechne den Zinssatz!

   ____

5. Das folgende Diagramm gibt die Anteile verschiedener Umweltverstöße in der BR Deutschland an.
   Schätze zwei dieser Anteile in Prozent.



   1. Luftverschmutzung .... % 2. Gewässerverschmutzung........... %

   3. gefährliche Abwasserbeseitigung ...... % 4. sonstige Verstöße .... %

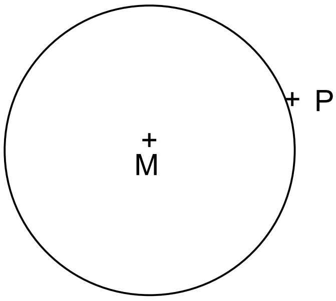
---

* Die Bearbeitung dieser Aufgabe ist den Schülerinnen und Schülern des B-Kurses der Sekundarschule freigestellt.

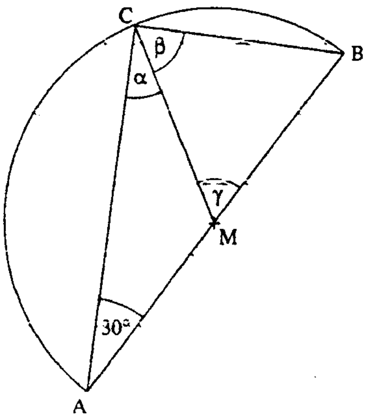
Anlage 5 a: **Test zur Planimetrie (Dreieck, Viereck, Kreis)**

Name: ________________________ Klasse: ________________

1. Konstruiere die Tangente an den Kreis um M durch den Punkt P.



2. Benenne die Dreiecksarten der Dreiecke ABC, AMC und ABM nach Seiten und Winkeln. Berechne die fehlenden Winkelgrößen. Begründe.



Δ ABC: ________________________________

____

Δ MBC: ________________________________

____

Δ AMC: ________________________________

____

α = __________ β = __________ γ = __________

3. Entscheide, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind!

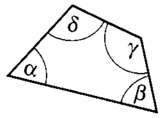
   a) Wenn in einem Viereck alle Seiten gleich lang sind, so ist es ein Quadrat.

   b) Ein Parallelogramm, in dem zwei benachbarte Seiten gleich lang sind, ist ein Rhombus.

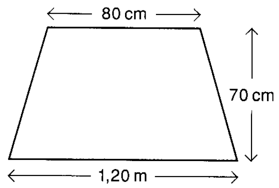
   c) Ein Trapez mit zwei rechten Innenwinkeln ist ein Rechteck.

4. Ergänze!

	α	β	γ	δ
Trapez	30°	70°		
Parallelogramm	30°			
Rhombus			90°	
Trapez	45°		110°	



5. Wie teuer ist die neue Fensterscheibe (siehe Skizze), wenn für ein Quadratmeter Glas 139 € berechnet werden?



6. Konstruiere folgendes Dreieck. Zeichne eine Planfigur und gib den verwendeten Kongruenzsatz an.

Gegeben: a = 3,5 cm
γ = 76°
b = 4,8 cm

a) Planfigur:

b) Kongruenzsatz:

c) Konstruktion:

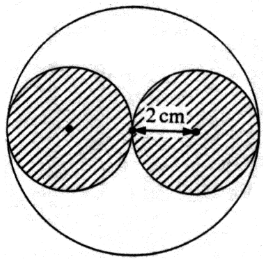
<u>Anlage 5 b:</u> **Test zur Planimetrie (Basiswissen Klasse 8)**
(Umfang und Flächeninhalt eines Kreises, Satz des Pythagoras)

Name: ____________________________ Klasse: ______________

1 a) Berechne den Flächeninhalt des großen Kreises.

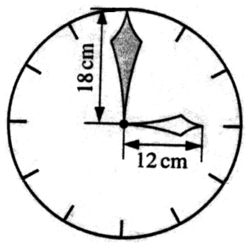
b) Berechne den Flächeninhalt der schraffierten Fläche.

c) Vergleiche die Flächeninhalte.



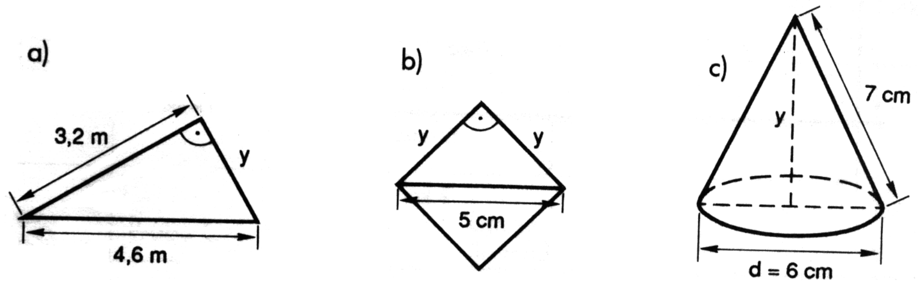
2 a) Berechne die Weglänge, die die Spitze des großen Zeigers in einer Stunde beschreibt.

b) Berechne die Weglänge, die die Spitze des kleinen Zeigers an einem Tag beschreibt.



3. Der in Amerika stehende „Big Tree“ soll der „dickste“ Baum der Welt sein. Er hat einen Umfang von 20,6 m.
   a) Berechne den Durchmesser des Baumes.
   b) Wie groß ist seine Schnittfläche?

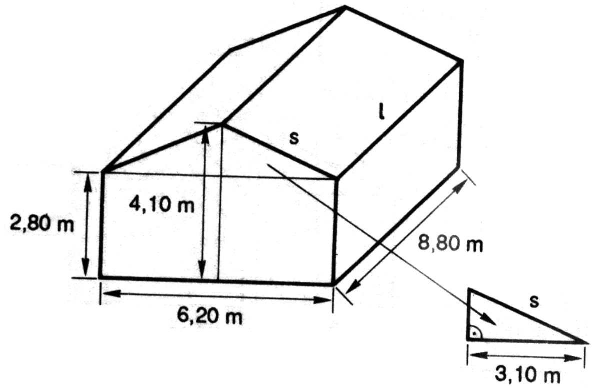
4. Berechne y!



5. Überprüfe durch Rechnung, ob ein Dreieck mit den angegebenen Seitenlängen rechtwinklig ist (Maßangaben in mm).
   a) 2,5; 6; 6,5 b) 4; 5; 6

6. a) Berechne die Länge von s.

   b) Berechne die Dachfläche.



<u>Anlage 6:</u> **Test Klasse 9 – Planimetrie/Prozentrechnung**

Name, Vorname: ___________________________ Datum: ________________

1. Ergänze.

   a) 75 % von 20 Liter sind .... Liter.

   b) Bei einer Lotterie gewinnt jedes 4. Los.
   .... % der Lose erzielen einen Gewinn.

   c) Von 24 Schülerinnen und Schülern einer 7. Klasse sind 25 % in einem Sportverein.
   .... Schülerinnen und Schüler sind in einem Sportverein.

   d) Die Hälfte aller Schülerinnen und Schüler der Klasse 9/1 kommen mit dem Fahrrad zur Schule.
   .... % der Schülerinnen und Schüler fahren mit dem Fahrrad.

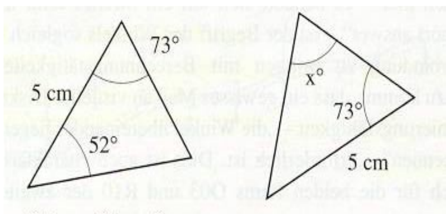
   e) Drei Viertel aller Betten einer Jugendherberge sind belegt.
   .... % der Betten sind belegt.

2. Die Miete der Familie Meier wurde um 7 % erhöht, das sind 56 €.

   a) Wie hoch war die alte Miete und wie viel muss Familie Meier jetzt an Miete bezahlen?

   b) Auf wie viel Prozent ist die Miete somit gestiegen?

3. Die abgebildeten Dreiecke sind kongruent (deckungsgleich).
   Die Maße einiger Seiten und Winkel sind angegeben.



Wie groß ist x? _______________

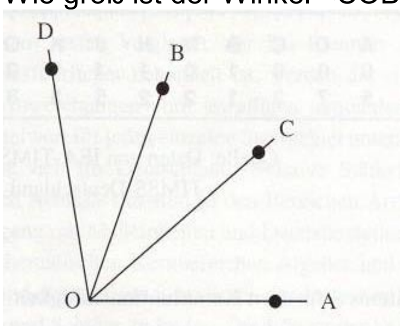
Begründe das Ergebnis:

____

____

4. In der Abbildung misst der Winkel <AOB=70° , der Winkel <COD=60° und der Winkel <AOD = 100°.

   Wie groß ist der Winkel <COB ?



____

5. In einem gleichschenkligen Trapez ABCD ist $a = 12$ cm und $c = 6$ cm lang.
   Der Abstand zwischen a und c beträgt 4 cm.
   Skizziere das Trapez ABCD.
   Berechne Umfang und Flächeninhalt dieses Trapezes!

6. Gegeben ist das Dreieck ABC mit $a = 4{,}2$ cm, $c = 3{,}5$ cm und $\beta = 75°$.
   Zeichne eine Planfigur und gib den zu verwendenden Kongruenzsatz an.
   Konstruiere dieses Dreieck.

   Planfigur: Kongruenzsatz:

   Konstruktion:

Anlage 7: **Test Klasse 9 – Gleichungen**

Name: ________________________ Klasse: __________ Datum:____________

1. Ermitteln Sie alle Lösungen folgender Gleichungen ($x \in R$).
   a) $|x-2| = 1$ ________________________________
   b) $(x-2)(x+1) = 0$ ________________________________
   c) $0 = 81 - 3^x$ ________________________________

2. Gegeben ist die Formel $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. Stellen Sie diese nach r um.

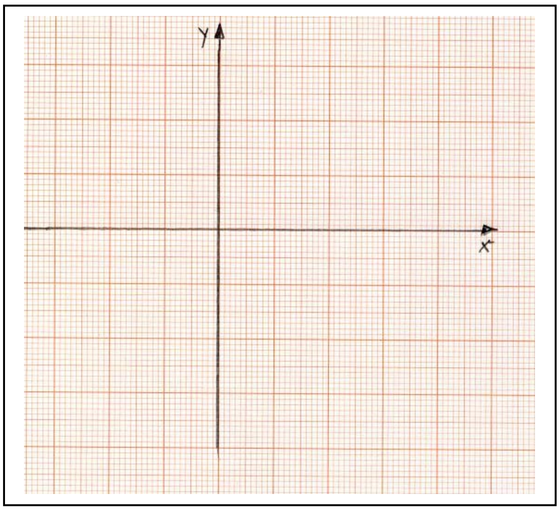
3. Lösen Sie die quadratische Gleichung $0 = x^2 - 8x - 9$.

4. Ermitteln Sie die Lösung des Gleichungssystems rechnerisch und grafisch.

   $x - y = 4$
   $\underline{x + 2y = 1}$

a) rechnerisch

b) grafisch



5. Eine Klasse führte ein Theaterstück auf. Kinder bezahlten jeweils 0,50 € und Erwachsene 1,00 € Eintritt. Es waren 34 Kinder anwesend und es wurden insgesamt 48 € eingenommen. Wie viel Erwachsene waren anwesend?

6. Jonas hat fünf Hüte weniger als Maria, und Clarissa hat dreimal so viel Hüte wie Jonas. Welche der folgenden Ausdrücke steht für die Anzahl von Clarissas Hüten, wenn Maria n Hüte hat?

Zutreffendes bitte unterstreichen.

A: 5 - 3n B: 3n C: n – 5 D: 3n – 5 E: 3(n – 5)

7. Eine Klasse hat 28 Schülerinnen und Schüler. Das Verhältnis von Mädchen zu Jungen ist 4 : 3. Wie viele Mädchen sind in der Klasse?

8. Eine Potenz, deren Basis und Exponent gleich sind, ist gleich 50. Ermitteln Sie die Basis auf Hundertstel genau.

Anlage 8 a: Basiswissen-Katalog „Prozentrechnung“

Umgang mit dem Begriff „Prozent“

P1.1: Prozente als Teile vom Ganzen erkennen und darstellen
P1.2: Zusammenhang zwischen Prozent – Dezimalbruch – gemeiner Bruch kennen

Grundaufgaben der Prozent- und Zinsrechnung

P2.1: Erkennen von Prozentwert W, Prozentsatz p und Grundwert G
P2.2: Berechnen von W, p und G
P2.3: Anwenden von Dreisatz – Verhältnisgleichung – Tabelle
P2.4: Berechnen von Zinsen (nur Jahreszinsen)

Darstellen und Interpretieren von Daten in Diagrammen

P3.1: Daten aus Diagrammen entnehmen und interpretieren
P3.2: Darstellen von Daten in Diagrammen (auch Tabellenkalkulation verwenden)

Sach- und Anwendungsaufgaben

P4.1: Textanalysen sicher ausführen können in Bezug auf P2
P4.2: Berechnungen im Kontext von Begriffen bzw. typischen Wendungen wie Rabatt, Skonto, Steigerung um/auf, Senkung um/auf

<u>Anlage 8 b:</u> Basiswissen-Katalog „Planimetrie“

G 1: Grundlegende geometrische Begriffe und Sätze

G 1.1 Lagebeziehungen zwischen geometrischen Objekten (Gerade und Gerade; Gerade und Kreis) erkennen
G 1.2 Erkennen von Winkelarten und von Winkelpaaren an Geraden und Winkel am Kreis
G 1.3 Achsensymmetrische Figuren erkennen
G 1.4 Kenntnis der Dreiecksarten und der Sätze am Dreieck
G 1.5. Erkennen der Vierecksarten (auch Erkennen an Realobjekten, Eigenschaften angeben)
G 1.6 Erkennen von ähnlichen Objekten

G 2: Ebene Figuren konstruieren

G 2.1 Dreiecke konstruieren (Anwendung der Kongruenzsätze)
G 2.2 Vierecke konstruieren (in einfachen Fällen)

G 3: Berechnen von Längen, Flächeninhalten und Winkelgrößen

G 3.1 Berechnen von Winkeln, Flächeninhalten und Umfängen von Dreiecken
G 3.2 Berechnen von Winkeln, Flächeninhalten und Umfängen von Vierecken
G 3.3 Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck mit Hilfe des Satzes des Pythagoras
G 3.4 Berechnen von Flächeninhalt und Umfang von Kreisen (auch Kreisringe)

G 4: Sach- und Anwendungsaufgaben

G 4.1 Textanalysen sicher ausführen und Planfiguren anfertigen können
G 4.2 Elementare praxisbezogenen Aufgaben lösen können

<u>Anlage 8 c:</u> Basiswissen-Katalog „Gleichungen“

GL1. Verständnis grundlegender Begriffe zu Gleichungen
GL1.1 Verständnis für die Begriffe: Term, Gleichung, Ungleichung, wahre und falsche Aussage, Lösung, Lösungsmenge, Grundbereich und Probe
GL1.2 Fähigkeiten im inhaltlichen Lösen von Gleichungen bzw. Ungleichungen

GL2. Kalkülmäßiges Lösen von Gleichungen
GL2.1 Umformen von Termen
GL2.2 Äquivalentes Umformen von Gleichungen
GL2.3 Lösen von linearen Gleichungen

GL3. Lösen von Gleichungssystemen und quadratischen Gleichungen
GL3.1 Grafisches Lösen
GL3.2 Rechnerisches Lösen von linearen Gleichungssystemen
GL3.3 Rechnerisches Lösen von quadratischen Gleichungen

GL4 Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben
GL4.1 Textanalysen sicher ausführen können
GL4.2 Aufstellen von mathematischen Modellen
GL4.3 Überprüfen der Lösungen am Sachverhalt

Anlage 9: Meinungsbild zur Gestaltung täglicher Kurzübungen – Synopse aus Fortbildungsveranstaltungen

(1) Langfristige Planung

- 4 Wochen vorher – stofforientiert, ständige Festigung des Grundwissens aus den entsprechenden Schuljahren
- vor jeder Stoffeinheit
- wöchentlich
- monatlich, teilweise wöchentlich
- zum Teil; schon länger mit Stoffverteilung gekoppelt; gute Erfahrung gemacht
- Schülerinnen und Schüler wissen, wann regelmäßig tägl. Übungen stattfinden (1 x wöchentlich), aber nicht die Inhalte (Themen)

(2) Vorinformation der Schülerinnen und Schüler

- bei aufgetretenen größeren Lücken oder Fehlleistungen sollten Stoffgebiete vorgegeben werden, Grundwissen festigen ist vorrangig Ziel meiner täglichen Übungen, deshalb gemischte Aufgaben
- ja, aber ohne Aushang, wöchentlich Information in Klasse 5/6
- mündlich zu Wochenbeginn, Aufgaben werden mündlich oder auf Folie gestellt
- bekannt, da Gewohnheit bzw. 1 Tag vorher
- zum Teil, wenn Vorbereitung auf das neue Thema z. B. durch Einstiegsvortrag vorgesehen ist
- vor den Stoffeinheiten
- z. B. 10. Klasse (Stark) Grundwissen aus Prüfungsaufgaben selbstständig wiederholen, Ziel (Kontrolle Tafel) Bewertung

(3) Auswahl der Aufgaben und Erstellen von Serien für Kurzübungen

- aus Grundwissenkartei
- wird in den Kurzkontrollen als erster Teil mit bearbeitet
- ca. 8 bis 10 Aufgaben im Extraheft, 1-2 Aufgaben zum aktuellen Stoff
- vor allen Aufgaben des z. T. behandelten Stoffes
- durch Diskussionen in der Fachgruppe, Schwerpunktübungen
- täglich 5 Aufgaben z. B. Punktrechnung vor Strichrechnung, 4 Grundrechenarten mit Bruchrechnung, Geometrie, was zur Zeit reaktiviert werden muss; Kl. 7-10 Aufgaben zu Gleichungen/Ungleichungen, Prozentrechnung, Rechnen mit Variablen, zum zur Zeit behandelten Stoff
- 10 Aufgaben – Grundwissen (teilweise Reaktivierung für aktuellen Unterrichtsstoff), z. T. stellen Schülerinnen und Schüler selbstständig tägliche Übungen zusammen und tragen sie vor
- erfolgt in der Unterrichtsvorbereitung, Hilfe z. B. aus „Wer übt kommt weiter“, ich würde Zusammenstellungen begrüßen

(4) Effektive Gestaltung

- 10 Minuten insgesamt, 2 x wöchentlich im Übungsheft mindestens, Aufgaben meist bildlich vorgeben, bei mündlicher Arbeit nicht auf Wiederholung der Aufgabenstellung einlassen
- Arbeitsblatt bzw. mündliches Vorlesen, Arbeitsheft nur für tägliche Übungen liegt vor, Dauer ca. 8 min
- 5 bis 10 min täglich 10 Aufgaben als Kontrolle Ergebnisse notieren (alle ¾ Wochen)
- vorbereitetes Arbeitsblatt, das für mehrere Wochen nutzbar ist
- meist Tafel, seltener mündlich oder Folie

- Schülerinnen und Schüler arbeiten oft verdeckt hinter der Tafel, alle anderen in einem Extraheft- regelmäßige Kontrollen
- Mündlich; mit Folie; hinter der Tafel; schriftlich im Hefter
- Z. B. Arbeitsblatt – Schülervortrag

(5) Leistungsstand und Übungsbedarf der Schülerinnen und Schüler analysieren

- aus Fehlerhäufigkeit folgt zielgerichtete Übung
- laufend und dadurch auch öftere Änderung der Kurzübungen
- Grundlage , um u. a. Leistungsstand, Übungsbedarf und Grundwissen zu analysieren
- Nutzung der Ergebnisse von Lk und KA, Arbeit mit Tafelwerk intensivieren
- Ja, sofort – als Information für die Schülerinnen und Schüler(z. B. die 3. Aufgabe abschreiben, wir müssen alle daran weiter arbeiten
- Auswertung: Kontrolle z. T. mit Zensuren, Schwerpunktfehler werden besprochen, Schülerinnen und Schüler stellen Fragen
- Eindeutige Bepunktung (auch für Schülerinnen und Schüler nachvollziehbar) durchführen

(6) Ergebnisse in die Leistungsbewertung einbeziehen

- ja, mehrere tägliche Übungen zu einer Note zusammenfassen
- ja, auch freiwillige Abgaben von TÜ
- kontinuierliche Bewertung von jeweils 2 oder 3 Schülerinnen und Schülern
- 1-2 Schülerinnen und Schüler vor/hinter der Tafel oder von allen einsammeln
- regelmäßige Tests
- durch den Anteil der Aufgaben in den Kurzkontrollen und Klassenarbeiten ca. 15 bis 20 Aufgaben zielgerichtet bewertet

7 Literaturverzeichnis

/1/ Baumert, Jürgen; Lehmann, Reiner u. a.: TIMSS-Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich Deskriptive Befunde, Verlag Leske + Budrich, Opladen 1997

/2/ Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung: Gutachten zur Vorbereitung des Programms „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“, Heft 60, Bonn 1997

/3/ Rahmenrichtlinien Gymnasium/Fachgymnasium Mathematik. – 1999 (Kultusministerium des Landes Sachsen-Anhalt)

/4/ Heymann, Hans-Werner: Mathematikunterricht in der gymnasialen Oberstufe Expertise für die KMK-Kommission zur Neugestaltung der gymnasialen Oberstufe, Bielefeld 1995

/5/ Rahmenrichtlinien Sekundarschule Schuljahrgänge 7-10 Mathematik. – 1999 (Kultusministerium des Landes Sachsen-Anhalt)

/6/ Flade, L.; Herget, W. (Hrsg.): Mathematik – Lehren und Lernen nach TIMSS – Anregungen für die Sekundarstufen, Volk und Wissen Verlag, Berlin 2000

/7/ Weber, Karlheinz: Lösen komplexer Aufgaben – ein wichtiges Element der Unterrichtskultur. In: /6/, S. 107 – 114

/8/ Bruder, R.: Akzentuierte Aufgaben und heuristische Erfahrungen – Wege zu einem anspruchsvollen Mathematikunterricht für alle. In: /6/, S. 69 – 78

/9/ Walsch, W.; Weber, K.: Methodik Mathematikunterricht, Volk und Wissen, Berlin 1975

/10/ Reihe „Meine täglichen Übungen in Mathematik“, Klasse 8, Heft 3, Paetec-Verlag, Berlin 2000, (ISBN 3-89517-097-6)

/11/ Neubrand, J.; Neubrand, M., Sibberns, H.: Die TIMSS-Aufgaben aus mathematikdidaktischer Sicht: Stärken und Defizite deutscher Schülerinnen und Schüler. In: TIMSS und der Mathematikunterricht, Schroedel Verlag GmbH, Hannover 1998

/12/ Blum, W.; Wiegand, B.: Wie kommen die deutschen TIMSS-Ergebnisse zustande? In: TIMSS und der Mathematikunterricht, Schroedel Verlag GmbH, Hannover 1998