



ANREGUNGEN ZUR SCHUL- UND UNTERRICHTSENTWICKLUNG 4/2024

**AUSWERTUNGSBERICHT DER
ZENTRALEN KLASSENARBEIT 6
IM FACH MATHEMATIK**

Schuljahr 2023/24

Grundschule
Sekundarschule
Gemeinschaftsschule
Gesamtschule
Gymnasium
Berufliches Gymnasium
Förderschule
Berufsbildende Schule

ALLGEMEINES

Das Ziel der zentralen Klassenarbeit im Fach Mathematik im 6. Schuljahrgang ist, individuelle, fachbezogene Leistungen von Schülerinnen und Schülern in Bezug zu landesweit gültigen Maßstäben festzustellen.

Informationen zur Konzeption der zentralen Klassenarbeit sowie die Aufgaben der vergangenen Schuljahre finden sich auf dem Bildungsserver des Landes Sachsen-Anhalt /1/.

ERGEBNISSE IM ÜBERBLICK

Grundlage für den vorliegenden Auswertungsbericht sind die Ergebnisse von 7181 Schülerinnen und Schülern aus 79 Schulen.

Notenbezogene Auswertung

Tabelle 1 ist zu entnehmen, dass mehr als ein Drittel der Schülerinnen und Schüler sehr gute oder gute Klassenarbeitsergebnisse erzielte.

Note	1	2	3	4	5	6
Halbjahresnote (in %)	8,1	30,9	34,5	20,5	5,4	0,6
Note ZKA (in %)	7,4	29,4	34,5	22,8	5,2	0,7

Tab. 1: Halbjahresnoten im 6. Schuljahrgang und Noten der ZKA (gerundete Angaben)

Etwas weniger als 90 % der Lernenden erlangten ein Ergebnis im Notenbereich von 2 bis 4. Nicht mindestens ausreichende Leistungen zeigten etwa 6 % der Teilnehmenden.

Aufgabenbezogene Auswertung

Die Abbildungen 2 und 3 zeigen, dass die Erfüllungsprozentsätze auf der Ebene der Aufgaben insgesamt zwischen 32 % (Aufg. 2c, AFB III) und 97 % (Aufg. 4a, AFB I) schwanken.

Aufgabe 1:

Der mittlere Erfüllungsprozentsatz liegt in Aufgabe 1 insgesamt bei 75 %. In Aufgabe 1 wurden Landesmittelwerte von 43 % (Aufg. 1c, AFB II) bis 89 % (Aufg. 1d (2), AFB II) erreicht. Die Erfüllungsprozentsätze weisen bei fast allen Aufgaben

Der Landesmittelwert der ZKA beträgt 2,91 (vgl. Abb. 1). Der Landesmittelwert der Halbjahresnoten liegt mit 2,86 nur geringfügig unter diesem Wert.

Das 90 %-Perzentilband der Schulmittelwerte der Noten der zentralen Klassenarbeit reicht von 2,26 bis 3,40. Etwa die Hälfte dieser Schulmittelwerte liegt zwischen 2,71 und 3,08. Durchschnittliche Schulmittelwerte der von 2,26 bis 2,71 erzielten 20 % der erfassten Schulen. Weitere 20 % erreichten Mittelwerte zwischen 3,08 und 3,40. Jeweils 5 % der Schulen liegen unterhalb des 5. Perzentils beziehungsweise oberhalb 95. Perzentils.

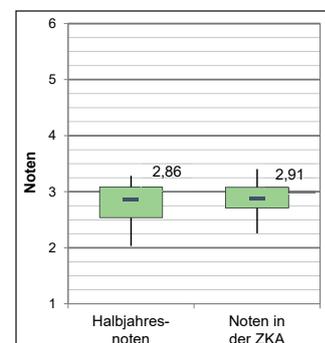


Abb. 1: 90 %-Perzentilband der Schulmittelwerte der Halbjahresnoten und Noten der ZKA

eine geringe Streuung auf und zeigen einen Landesmittelwert von mindestens 75 % (s. Abb. 2). Der überwiegende Teil der Schülerinnen und Schüler ist demnach in der Lage, gemeine Brüche zu multiplizieren (Aufg. 1a (1), AFB I), die Koordinaten eines Punktes anzugeben (Aufg. 1d (1), AFB I) sowie die direkte Proportionalität auf Wertepaare anzuwenden (Aufg. 1g, AFB I). Neben Aufgabe 1c zeigt lediglich das Perzentilband zur Aufgabe 1f (AFB II), bei der zwischen unterschiedlichen Darstellungsformen einer Zuordnung gewechselt wird, deutlich größere Schwankungen der Erfüllungsprozentsätze.

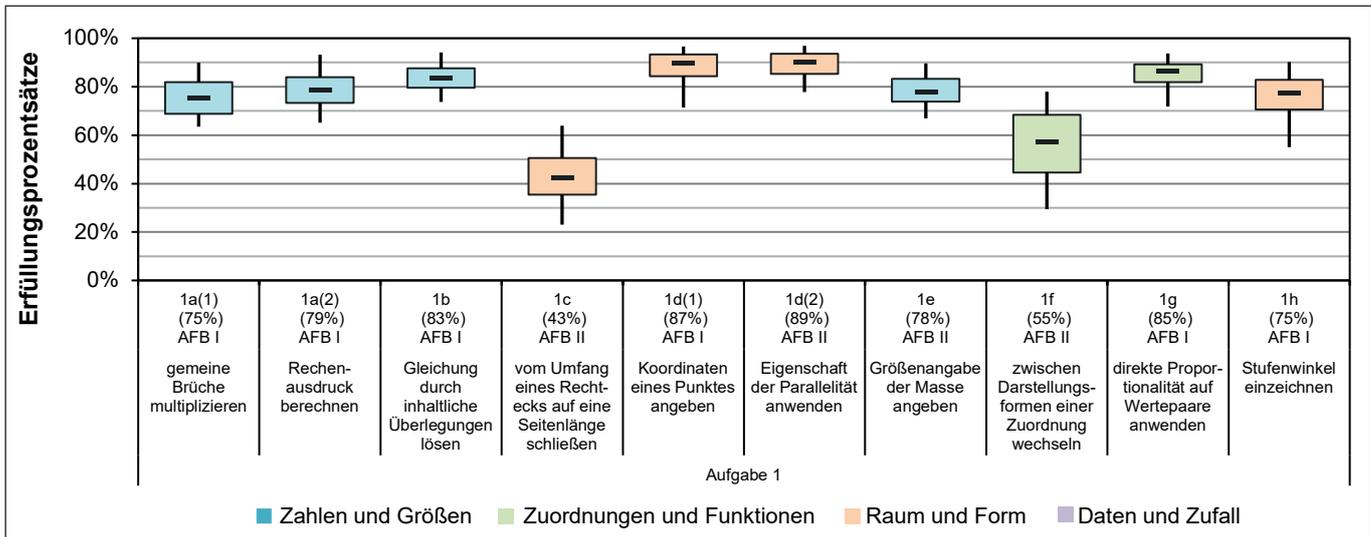


Abb. 2: 90 %-Perzentilbänder, Landesmittelwerte und Anforderungsbereiche in Aufgabe 1

Aufgaben 2 bis 5:

Die Abbildung 3 zeigt im Hinblick auf das Begründen der Dreiecksart nach Winkeln (Aufg. 2a, AFB II), das Anfertigen einer Planfigur sowie das Konstruieren des Dreiecks (Aufg. 2b, AFB I) ein differenziertes Bild. Auffallend ist, dass im Mittel etwa die Hälfte der Schülerinnen und Schüler diese Kompetenzen nachweisen konnten. Beim Begründen der Aussage zur Kongruenz von Dreiecken beträgt der Landesmittelwert nur 32 % (Aufg. 2c, AFB III). Die Lehrkräfte signalisierten in ihren Rückmeldungen, dass Aufgaben, die die allgemeine mathematische Kompetenz des mathematischen Argumentierens prüfen, die Schülerinnen und Schüler vor besondere Herausforderungen stellt. Bei der begründeten Auswahl des Graphen einer direkt proportionalen Zuordnung (Aufg. 3a, AFB II) und der Anwendung dieses Zusammenhangs im Sachkontext (Aufg. 3b,

AFB II) sind in Teilen der Schülerschaften noch Reserven erkennbar.

Der höchste Landesmittelwert ist beim Darstellen einer Information im Diagramm festzustellen (Aufg. 4a, AFB I). Das Beurteilen einer Aussage im Sachzusammenhang unter Verwendung dieses Diagramms gelingt dem überwiegenden Teil der Lernenden (Aufg. 4b, AFB II). Beim Anwenden des arithmetischen Mittels im Sachkontext wurde ein Landesmittelwert von 33 % erreicht (Aufg. 4c, AFB III). In Aufgabe 5a (AFB II) hat der Großteil der Schülerinnen und Schüler das Grundprinzip der Längenmessung richtig angewandt. Etwas mehr als die Hälfte der Schülerschaften sind in der Lage, den beschriebenen Algorithmus zu nutzen, um die Entfernung zwischen Magdeburg und Halle von Kilometer in Meilen umzurechnen (Aufg. 5b, AFB III).

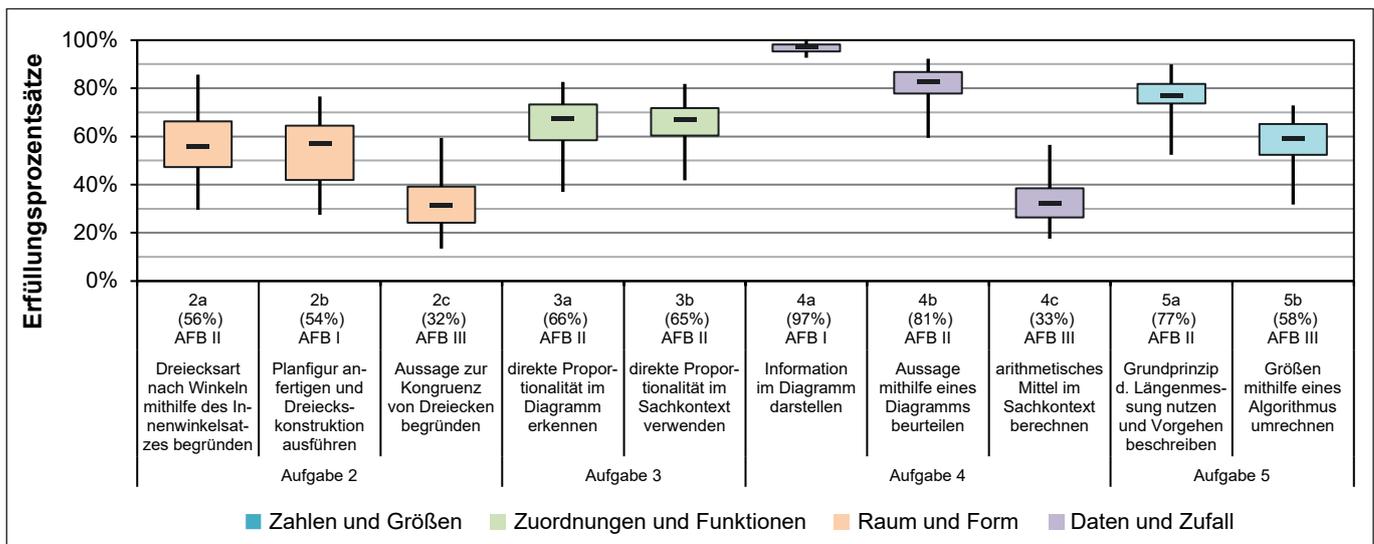


Abb. 3: 90 %-Perzentilbänder, Landesmittelwerte und Anforderungsbereiche in den Aufgaben 2 bis 5

HINWEISE ZUR WEITERARBEIT

Aufgabenvariation am Beispiel von Aufgabe 4a

Aufgabenvariation ist eine Form der Differenzierung im Unterricht und bietet den Lernenden die Möglichkeit, auf ihrem individuellen Niveau zu arbeiten. Dabei werden aus einer gegebenen Aufgabe weitere Aufgabenbeispiele entwickelt, die in der Regel dieselbe inhaltsbezogene mathematische Kompetenz prüfen, aber im Hinblick auf den Anforderungsbereich und die nachzuweisenden allgemeinen mathematischen Kompetenzen variieren. Am Beispiel der Aufgabe 4a kann dies durch die Anpassung der Darstellung beziehungsweise der Aufgabenstellung verdeutlicht werden.

In Aufgabe 4a sollen Daten in einem Balkendiagramm grafisch dargestellt werden (s. Abb. 4). Dabei werden unter Beachtung der Achsenskalierung der fehlende Balken im Diagramm ergänzt. Der Landesmittelwert für Aufgabe 4a zeigt, dass die Schülerinnen und Schüler mit dem Darstellen von Informationen im Balkendiagramm vertraut sind. Durch eine veränderte Skalierung der Achse des Balkendiagramms kann die Komplexität des Arbeitsauftrages erhöht werden. Diese Anpassung der Darstellung kann genutzt werden, um die Schülerinnen und Schüler hinsichtlich der Manipulation von Darstellungen zu sensibilisieren. Je nach Interessenlage ist es möglich, so die Aussagekraft der erfassten Daten zu beeinflussen und Ansatzpunkte für nachfolgende Aufgabenstellungen zu erzeugen. Weiterhin hat sich bewährt durch den Einsatz unterschiedlicher Diagrammtypen den Bekanntheitsgrad der verwendeten Darstellung zu verändern. Das Arbeiten mit Diagrammen kann in fast allen Kompetenzschwerpunkten im Doppeljahrgang 5/6 erfolgen und sollte im Mathematikunterricht anhand vielfältiger Darstellungsformen geübt werden.

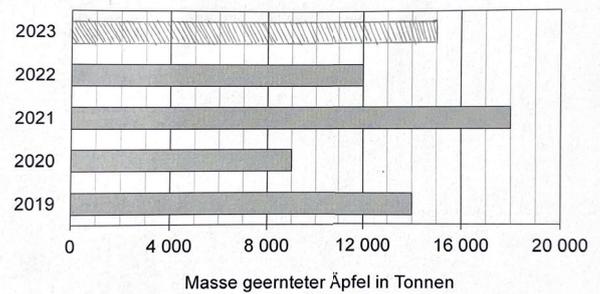
Durch die Variation von Aufgabenstellungen können z. B. unterschiedliche allgemeine mathematische Kompetenzen angesprochen werden. Mögliche Aufgabenvariationen von Aufgabe 4a können sein:

- Im Jahr 2023 wurden 3 000 t Äpfel mehr geerntet als im Jahr 2022. Vervollständige das Diagramm.
- Im Jahr 2023 wurden halb so viele Tonnen Äpfel geerntet wie in den Jahren 2021 und 2022 zusammen. Vervollständige das Diagramm.
- In den Jahren 2019 bis 2023 wurden insgesamt 68 000 t Äpfel geerntet. Berechne die Masse geernteter Äpfel im Jahr 2023 und vervollständige das Diagramm.
- Die Rechnung $12\,000 + 3\,000$ gibt die Masse geernteter Äpfel im Jahr 2023 an. Vervollständige das Diagramm und formuliere eine zur Rechnung passende Aussage im Sachzusammenhang.
- Im Jahr 2023 wurden fünf Sechstel der Masse geernteter Äpfel des Jahres 2021 geerntet. Vervollständige das Diagramm und beschreibe dein Vorgehen.

Anregungen zur Variation von Aufgaben und Aufgabenvielfalt im Inhaltsbereich *Daten und Zufall* im Unterricht bietet die niveaubestimmende Aufgabe „Wasserverbrauch“ /3/. Diese Aufgabe zeigt außerdem die Anforderungen des Fachlehrplans Mathematik Gymnasium im Hinblick auf die Nutzung digitaler Mathematikwerkzeuge.

Aufgabe 4

Betrachtet wird die Masse geernteter Äpfel in Sachsen-Anhalt in den Jahren 2019 bis 2023. Das Diagramm zeigt den Sachverhalt unvollständig.



- a) Im Jahr 2023 wurden 15 000 t Äpfel geerntet. Vervollständige das Diagramm.

Abb. 4: Aufgabe 4a und korrekte Schülerlösung

Einführung von Signalworten im Mathematikunterricht

Ein wichtiger Bestandteil der Aufgaben sind die verwendeten Signalworte (Operatoren). Signalworte geben eine konkrete Handlungsanweisung, welche Tätigkeiten beim Bearbeiten von Aufgaben von den Schülerinnen und Schülern erwartet werden. Es ist daher entscheidend, dass bereits im Unterricht und in Leistungserhebungen bei der Formulierung von Aufgabenstellungen konsequent auf die Verwendung unterschiedlicher Signalworte geachtet wird. Das Markieren von Signalworten in Aufgabenstellungen und Kommunizieren der zu erwartenden Tätigkeit (z. B. im Unterrichtsgespräch) ist eine Möglichkeit, um Schülerinnen und Schüler schrittweise an die Funktion von Signalworten heranzuführen. Ein Beispiel aus der zentralen Klassenarbeit ist Teilaufgabe 4b (vgl. Abb. 5).

- b) Beurteile die folgende Aussage.
Im Jahr 2020 wurden halb so viele Tonnen Äpfel geerntet wie im Jahr 2021.

$$18000 \cdot \frac{1}{2} = 9000$$

Damit ist die Aussage wahr.

Abb. 5: Aufgabe 4b und korrekte Schülerlösung

Das Signalwort *Beurteilen* erfordert, dass zu einem Sachverhalt eine selbstständige Einschätzung unter Verwendung von Fachwissen und Fachmethoden formuliert wird. Das Signalwort hat die Erkenntnisgewinnung und Erkenntnisicherung zum Ziel /4/.

Dieses Signalwort *Beurteilen* prüft in Aufgabenstellungen in der Regel auch die allgemeine mathematische Kompetenz *mathematisch argumentieren*. Die Verwendung dieses Signalworts in Aufgabenstellungen sollte durch weniger komplexe Arbeitsaufträge vorbereitet werden. Zunächst kann in beliebigen Sachkontexten der Wahrheitsgehalt gegebener Aussagen angegeben werden, z. B. „Entscheide, ob die folgende Aussage wahr oder falsch ist.“ Beim Lösungsvergleich ist es immer sinnvoll, eine Begründung zur getroffenen Entscheidung einzufordern.

Die Reflexion des eigenen Lösungsansatzes und die Bewertung unterschiedlicher Lösungsstrategien im Unterricht ist

für die Entwicklung dieser Kompetenz gewinnbringend. Auch Aufgaben, die fehlerhafte Lösungswege darstellen, können genutzt werden. Die Lernenden können hierbei auftretende Fehler identifizieren, erläutern und korrigieren. Anschließend ist zu empfehlen in Aufgabenstellungen einerseits die Komplexität und Abstraktheit der Aussagen (z. B. durch All-Aussagen) zunehmend zu steigern und andererseits den Fokus auf den Erkenntnisgewinn zu legen, z. B. „Begründen Sie, dass die Aussage falsch ist.“ Solche Falschaussagen können durch die Angabe eines Beispiels begründet werden (vgl. Aufg. 2c). Es hat sich bewährt, die Qualität der Begründungen im Hinblick auf die mathematische Fachsprache und Form sowie Begründungstiefe in schriftlicher und mündlicher Form regelmäßig zu reflektieren.

Heuristische Strategien und Hilfsmittel bewusst anwenden
Die Ergebnisse zeigen, dass es weniger als die Hälfte der Schülerinnen und Schüler gelingt, vom Umfang eines Rechtecks auf eine der Seitenlängen zu schließen (Aufg. 1c, AFB II). Den *Umfang und Flächeninhalt von Rechtecken [zu] berechnen*, ist eine von den Lernenden im Doppeljahrgang 5/6 zu erwerbende inhaltsbezogene mathematische Kompetenz /2/, die beginnend mit der Primarstufe entwickelt wird. Die vielfältig auftretenden Fehler weisen darauf hin, dass Teile der Schülerschaften

- fehlerhafte Grundvorstellungen zu den Begriffen *Umfang* und *Flächeninhalt* entwickelt haben oder
- nicht über eine Vielzahl bewusst einzusetzender heuristische Strategien oder Hilfsmittel verfügen, um mathematische Probleme zu lösen.

Die Begriffe *Umfang* und *Flächeninhalt* sollten im Unterricht in unterschiedlichen Darstellungsebenen aufbereitet werden (s. Abb. 6).

Neben der symbolischen und ikonischen Ebene ist für die Begriffsbildung und der Entwicklung einer anschaulichen Grundvorstellung auch die enaktive Darstellungsebene entscheidend. Diese handelnde Auseinandersetzung mit konkreten Objekten, z. B. Körpermodellen, im Unterricht unterstützt die Begriffsbildung und das vernetzende Lernen (z. B. Eigenschaften von Figuren und Körpern) /5/.

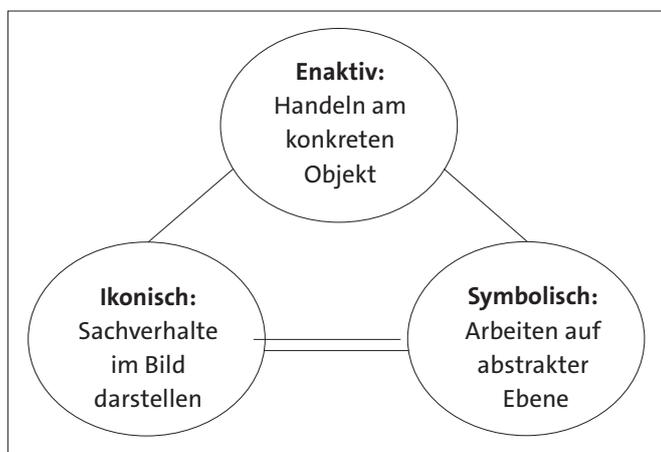


Abb. 6: Darstellungsebenen mathematischer Inhalte nach dem EIS-Prinzip /5/

Die allgemeine mathematische Kompetenz *Probleme mathematisch lösen* umfasst auch das Nutzen heuristischer

Strategien und Hilfsmittel /2/. Die Schülerinnen und Schüler lernen durch den Unterricht vielfältige heuristische Strategien und Hilfsmittel kennen und werden dazu befähigt, diese situationsgerecht und flexibel auszuwählen und zu reflektieren. Am Ende des Schuljahrgangs 6 sollten Schülerinnen und Schüler in der Lage sein, folgende heuristische Strategien und Hilfsmittel zur Problemlösung anzuwenden:

Heuristische Strategien	Heuristische Hilfsmittel
<ul style="list-style-type: none"> • Vorwärtsarbeiten • Rückwärtsarbeiten • systematisches Probieren 	<ul style="list-style-type: none"> • informative Figur • Tabelle • Gleichung/Variable

Tab. 2: Relevante heuristische Strategien und Hilfsmittel im Schuljahrgang 6 /2/

Dies kann nur gelingen, wenn das Entwickeln von Lösungsverfahren bzw. das Herangehen an mathemathikhaltige Problemstellungen bewusst zum Gegenstand des Unterrichtsgesprächs gemacht wird. Dazu sollten Schülerinnen und Schüler die Problemstellung in eigenen Worten wiedergeben sowie zur Lösung relevante Informationen aus der Aufgabenstellung entnehmen und von entbehrlichen Informationen unterscheiden. Die Auswahl heuristischer Strategien und Hilfsmittel durch die Lernenden sollte insbesondere beim Neuerwerb durch die Lehrkraft angeleitet und unterstützt werden. Es ist hilfreich, anfänglich für die Lösung einer Aufgabe geeignete heuristische Strategie oder Hilfsmittel vorzugeben. Für die Entwicklung der allgemeinen mathematischen Kompetenz *Probleme mathematisch lösen* ist es entscheidend, Lösungswege sowie genutzte heuristische Strategie und Hilfsmittel kritisch zu reflektieren und alternative Lösungswege zu prüfen /6/.

Quellen:

- /1/ Ministerium für Bildung des Landes Sachsen-Anhalt (Hrsg.): Zentrale Klassenarbeit Mathematik Schuljahrgang 6. Magdeburg. URL: https://back.bildung-lsa.de/informationsportal/unterricht/gymnasium/mathematik/vera_8_und_zka_6.htm
- /2/ Ministerium für Bildung des Landes Sachsen-Anhalt (Hrsg.) (2022): Fachlehrplan Gymnasium Mathematik. Magdeburg.
- /3/ Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (Hrsg.) (2023): Niveaubestimmende Aufgaben Mathematik. Halle (Saale). URL: https://back.bildung-lsa.de/index.php?KAT_ID=13930
- /4/ Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (Hrsg.) (2016): Signalworte (Operatoren) für Arbeitsaufträge im Fach Mathematik. Überarbeitung der Fassung vom Januar 2011.
- /5/ Hilgers, A.: Enaktiv – ikonisch – symbolisch konkret. Darstellungsebenen bewusst wechseln. Online-Beitrag vom 06.12.2018. Friedrich Verlag GmbH.
- /6/ Friedrich Zech (2002): Grundkurs Mathematikdidaktik. Beltz Verlag.

Impressum

Herausgeber: Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (LISA)

Redaktion: Steve Wohlfarth

© ⓘ ⓘ Sie dürfen das Material weiterverbreiten, bearbeiten, verändern und erweitern. Sie müssen den Urheber nennen und kennzeichnen, welche Änderungen Sie vorgenommen haben. Sie müssen das Material und Veränderungen unter den gleichen Lizenzbedingungen weitergeben. Die Rechte für Fotos, Abbildungen und Zitate für Quellen Dritter bleiben bei den jeweiligen Rechteinhabern.

<https://lisa.sachsen-anhalt.de>