Aufgabe 3: Quantenobjekte im Potenzialtopf

Ein Teilchen der Masse m befindet sich in einem eindimensionalen Potentialtopf der Länge L. Es bewegt sich gemäß der Modellvorstellung längs einer Geraden zwischen zwei festen Wänden.

1 Nennen Sie die Grundannahmen für das Modell „Eindimensionaler Potentialtopf“.

2 Zeigen Sie, dass für die kinetische Energie eines Teilchens nur diskrete Werte in der Form $E_{kin,n} = \frac{h^2 \cdot n^2}{8m \cdot L^2}$ möglich sind.

Hinweise für die Herleitung:

- Als Ansatz die klassische kinetische Energie des Teilchens wählen.
- Die De-Broglie-Wellenlänge verwenden.
- Das Quantenobjekt als stehende Welle mit Knoten an den Wänden des Potentialtopfs betrachten.

3.1 Zeichnen Sie für die Quantenzahlen n = 1, n = 2 und n = 3 das jeweilige Energieniveauschema in den Potentialtopf ein.

Hinweis:
Die Konstante $\frac{h^2}{8m \cdot L^2}$ entspricht gerade 1cm.

3.2 Skizzieren Sie darüber hinaus qualitativ die Graphen der jeweiligen Wellenfunktion $\Psi_n(x)$.

3.3 Skizzieren Sie den Verlauf der Aufenthaltswahrscheinlichkeit entlang der Strecke L im Potentialtopf als Quadrat der Amplitude der Wellenfunktion.

4 Geht ein Teilchen von einem stationären Zustand in einen anderen über, werden Photonen entweder emittiert oder absorbiert.
Leiten Sie eine Gleichung zur Berechnung der möglichen Frequenzen der Photonen bei entsprechenden Übergängen her. Verwenden Sie dazu die Beziehung für $E_{kin,n}$ aus Teilaufgabe 2.

5 Im Orbitalmodell nimmt die Aufenthaltswahrscheinlichkeit eines Quantenobjekts innerhalb eines Raumbereichs unterschiedliche Werte an.
Beschreiben oder skizzieren Sie das jeweilige Orbital für den 1s-Zustand (n = 1, ℓ = 0) und den 2p-Zustand (n = 2, ℓ = 1).
Stellen Sie einen Bezug zur Wellenfunktion $\Psi(x)$ im eindimensionalen Potentialtopf her.