



SACHSEN-ANHALT

Ministerium für Bildung

SCHRIFTLICHE ABITURPRÜFUNG 2026

MATHEMATIK
(GRUNDLEGENDES ANFORDERUNGSNIVEAU)

Prüfungsaufgabe **Prüfungsteil 2**

spätester Zeitpunkt der Abgabe: 255 Minuten nach Prüfungsbeginn

Für die Bearbeitung der Aufgaben sind Zeichengeräte, Kurvenschablonen, ein Wörterbuch der deutschen Rechtschreibung, die „Mathematisch-naturwissenschaftliche Formelsammlung“ sowie ein wissenschaftlicher Taschenrechner zugelassen.

Es sind die drei Pflichtaufgaben zu bearbeiten.

Pflichtaufgaben

Aufgabe 1: Analysis

Aufgabe 2: Analytische Geometrie

Aufgabe 3: Stochastik

Name, Vorname: _____

Aufgabe 1: Analysis

1.1

Abbildung 1 zeigt den Graphen G der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion $f: x \mapsto \frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{4}$.

a) Zeigen Sie, dass G monoton steigend ist.

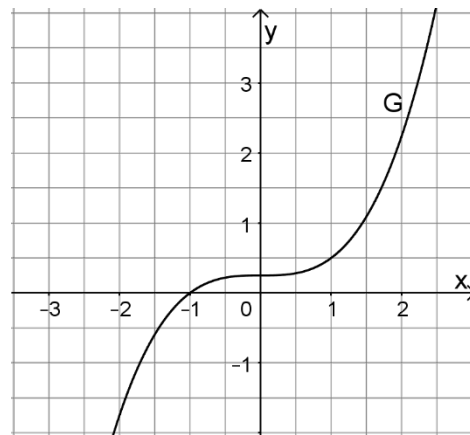


Abbildung 1

b) Beschreiben Sie, wie G aus dem Graphen der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion $u: x \mapsto x^3$ erzeugt werden kann.

c) Die Tangente an G im Punkt $(3 | f(3))$ schneidet die y-Achse im Punkt $(0 | -\frac{53}{4})$. Bestimmen Sie eine Gleichung dieser Tangente sowie die Größe des Winkels, unter dem diese Tangente die x-Achse schneidet.

d) Ermitteln Sie einen Term derjenigen Stammfunktion von f, deren Graph durch den Punkt $(4 | 16)$ verläuft.

e) Für jede positive reelle Zahl k gilt $\int_{-k}^k f(x) dx = \int_{-k}^k \left(\frac{1}{4}x^3\right) dx + \int_{-k}^k \frac{1}{4} dx$. Begründen Sie ohne Verwendung von Stammfunktionen, dass $\int_{-k}^k f(x) dx = 2k \cdot \frac{1}{4}$ gilt.

f) Es gibt Kreise, deren Mittelpunkte auf der y-Achse liegen und die den Graphen der ersten Ableitungsfunktion f' von f in genau zwei Punkten berühren. Abbildung 2 zeigt den Graphen von f' sowie einen solchen Kreis mit Berührungspunkt $A(1 | \frac{3}{4})$. Bestimmen Sie rechnerisch die y-Koordinate des Mittelpunktes dieses Kreises.

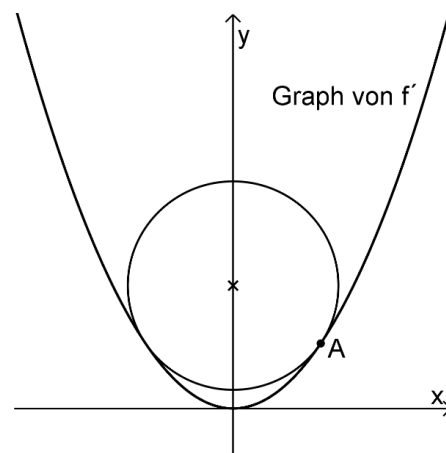


Abbildung 2

Fortsetzung auf Seite 3

1.2

Für eine jugendliche Person wird das Volumen der Luft (Luftvolumen) in der Lunge während der Ruheatmung betrachtet. Die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion h mit $h(x) = \frac{1}{6} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3} \cdot x\right) + \frac{8}{3}$ beschreibt für $x \geq 0$ vereinfacht das Luftvolumen in der Lunge dieser Person. Dabei ist x die seit Beobachtungsbeginn vergangene Zeit in Sekunden und $h(x)$ das Luftvolumen in Litern. In Abbildung 3 ist der Graph von h dargestellt. Ein Atemzyklus umfasst einen vollständigen Aus- und Einatmungsvorgang.

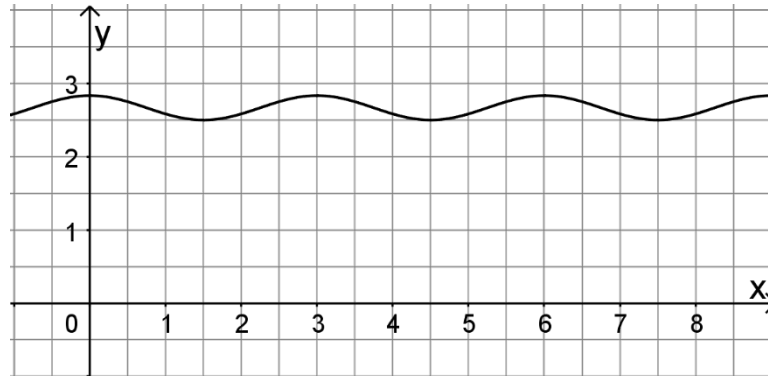


Abbildung 3

- Berechnen Sie für die betrachtete Person das Luftvolumen in der Lunge 2,5 Sekunden nach Beobachtungsbeginn.
- Bestimmen Sie für die betrachtete Person die Anzahl der Atemzyklen pro Minute und geben Sie mithilfe von Abbildung 3 einen Zeitpunkt an, zu dem das Luftvolumen in der Lunge am stärksten zunimmt.
- Betrachtet wird der erste Atemzyklus im Beobachtungszeitraum. Geben Sie für jeden der folgenden Terme die Bedeutung im Sachzusammenhang an:

I $h(3) - h(1,5)$

II $\frac{h(3) - h(1,5)}{1,5}$

Aufgabe 2: Analytische Geometrie

Betrachtet wird das in Abbildung 1 dargestellte gerade Prisma $ABCDEF$ mit der dreieckigen Grundfläche ABC . Im verwendeten Koordinatensystem gilt: $A(10|0|0)$, $B(10|5|20)$, $C(10|-5|20)$ und $D(0|0|0)$.

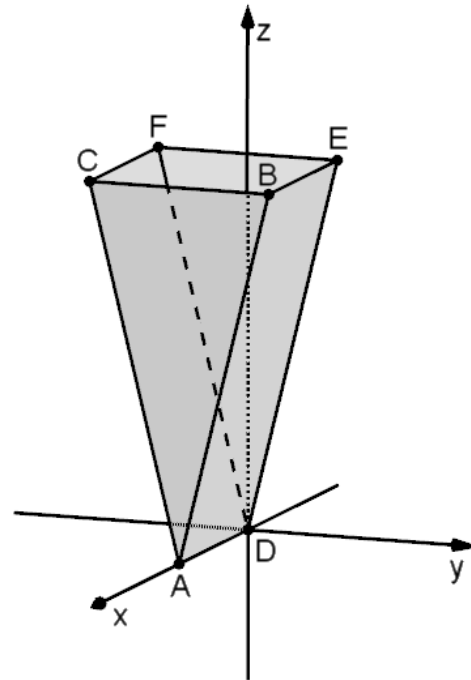


Abbildung 1

- Begründen Sie, dass die Grundfläche ABC parallel zur yz -Ebene und symmetrisch bezüglich der xz -Ebene liegt.
- Zeigen Sie, dass das Volumen des Prismas 1000 beträgt.
- Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene, in der die Punkte A , B und D liegen, in Koordinatenform.

[zur Kontrolle : $4y - z = 0$]

BE

3

2

3

Fortsetzung auf Seite 5

Das Prisma beschreibt einen Behälter, in den Wasser gefüllt werden kann. Die zugehörige Öffnung des Behälters wird durch das Viereck BEFC dargestellt. Die xy -Ebene beschreibt die Horizontale. Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht einem Zentimeter in der Wirklichkeit. Die Materialstärke des Behälters wird im Folgenden vernachlässigt. Im Behälter befindet sich Wasser, dessen Volumen halb so groß wie das Fassungsvermögen des Behälters ist. Der Behälter wird um eine Achse, die durch die Gerade AD beschrieben wird, langsam um einen Winkel der Größe 120° gedreht (vergleiche Abbildung 2). Die Ausgangsposition entspricht einem Drehwinkel der Größe 0° .

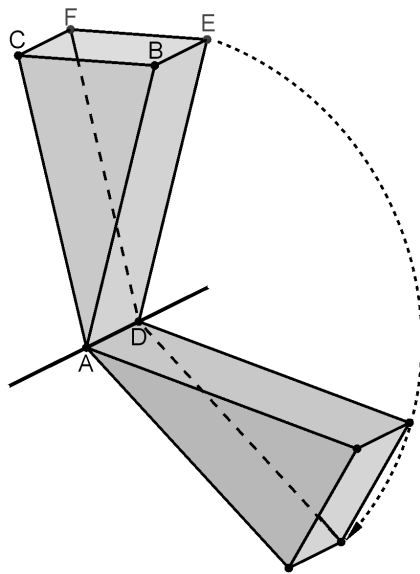


Abbildung 2

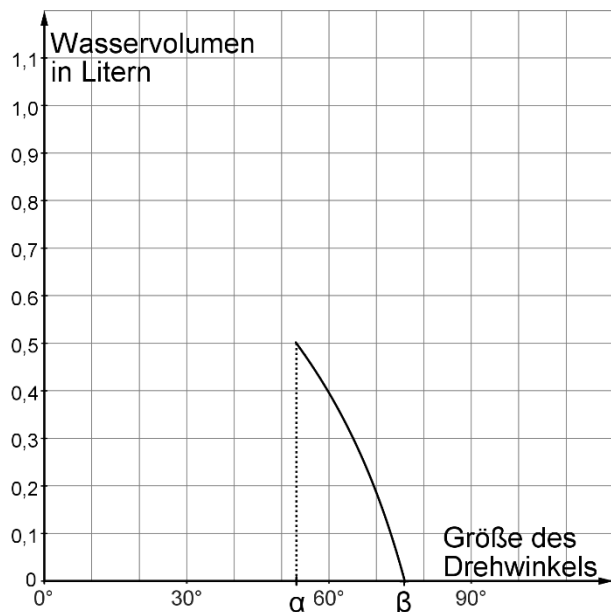


Abbildung 3

Der in Abbildung 3 mit durchgezogener Linie dargestellte Graph beschreibt modellhaft das Volumen des Wassers im Behälter in Abhängigkeit von der Größe des Drehwinkels für den Bereich $[\alpha; \beta]$.

- d) Zeichnen Sie den Graphen für den Bereich $[0^\circ; \alpha[$ ein.

Bei der Drehung des Behälters hat der Drehwinkel, dessen Größe mit α bezeichnet wird, bezüglich der Wasserfüllung des Behälters eine bestimmte Bedeutung. Geben Sie diese Bedeutung an.

- e) Bestimmen Sie rechnerisch einen geeigneten Wert für β und erläutern Sie Ihren Ansatz.

3

4

Aufgabe 3: Stochastik

BE

Eine Playlist besteht aus einer großen Anzahl von Liedern, von denen 32 % Hip-Hop-Songs sind. Von allen Liedern der Playlist haben 40 % eine Länge von mindestens 4 Minuten. Ein Lied aus der Playlist wird zufällig ausgewählt. Folgende Ereignisse werden betrachtet:

H: „Das Lied ist ein Hip-Hop-Song.“

L: „Das Lied ist mindestens 4 Minuten lang.“

- a) Ergänzen Sie die fehlenden Wahrscheinlichkeiten in der abgebildeten Vierfeldertafel.

2

	H	$\bar{H}$	
L	0,14		
$\bar{L}$			
			1

- b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das ausgewählte Lied mindestens 4 Minuten lang ist, wenn bekannt ist, dass es ein Hip-Hop-Song ist.

2

Aus der Playlist werden 20 Lieder zufällig ausgewählt und nacheinander abgespielt. Die Anzahl der Hip-Hop-Songs unter den ausgewählten Liedern kann durch eine binomialverteilte Zufallsgröße beschrieben werden.

- c) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mehr als 5 dieser Lieder Hip-Hop-Songs sind.

2

- d) Beschreiben Sie die Bedeutung der folgenden mathematischen Aussage im Sachzusammenhang:

3

$$\sum_{k=0}^8 \binom{20}{k} \cdot 0,32^k \cdot 0,68^{20-k} \approx 0,843$$

Die Längen der ersten fünf Lieder sind in der folgenden Tabelle dargestellt. So hat beispielsweise das erste Lied eine Länge von 4 Minuten und 45 Sekunden.

Nummer	1	2	3	4	5
Länge	4:45	3:56	3:35	4:36	4:08

- e) Die ersten sechs Lieder haben eine durchschnittliche Länge von 4 Minuten und 5 Sekunden. Bestimmen Sie die Länge des sechsten Liedes.

3

- f) Die fünf Lieder, deren Längen in der Tabelle dargestellt sind, sollen in veränderter Reihenfolge abgespielt werden, jedes Lied genau einmal. Dabei soll die folgende Regel gelten: Lieder, die eine Länge von weniger als 4 Minuten haben, werden nicht direkt nacheinander abgespielt. Ermitteln Sie die Anzahl der Möglichkeiten, diese fünf Lieder unter Einhaltung der Regel abzuspielen.

3