



SACHSEN-ANHALT

Ministerium für Bildung

SCHRIFTLICHE ABITURPRÜFUNG 2025

MATHEMATIK (GRUNDLEGENDES ANFORDERUNGSNIVEAU)

Prüfungsaufgabe Prüfungsteil 2

spätester Zeitpunkt der Abgabe: 255 Minuten nach Prüfungsbeginn

Für die Bearbeitung der Aufgaben sind Zeichengeräte, Kurvenschablonen, ein Wörterbuch, das der amtlichen Regelung der deutschen Rechtschreibung vollständig entspricht, das „Dokument mit mathematischen Formeln“ als einziges Formeldokument sowie ein wissenschaftlicher Taschenrechner zugelassen.

Es sind die drei Pflichtaufgaben zu bearbeiten.

Pflichtaufgaben

Aufgabe 1: Analysis

Aufgabe 2: Analytische Geometrie

Aufgabe 3: Stochastik

Name, Vorname: _____

Aufgabe 1: Analysis

1.1

Abbildung 1 zeigt den Graphen G_f der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion

$$f: x \mapsto \frac{1}{3}x^3 - 2x + 4.$$

G_f ist symmetrisch bezüglich des Punkts $(0|4)$.

- a) Berechnen Sie die Extremstellen von f und geben Sie das Monotonieverhalten von f an.

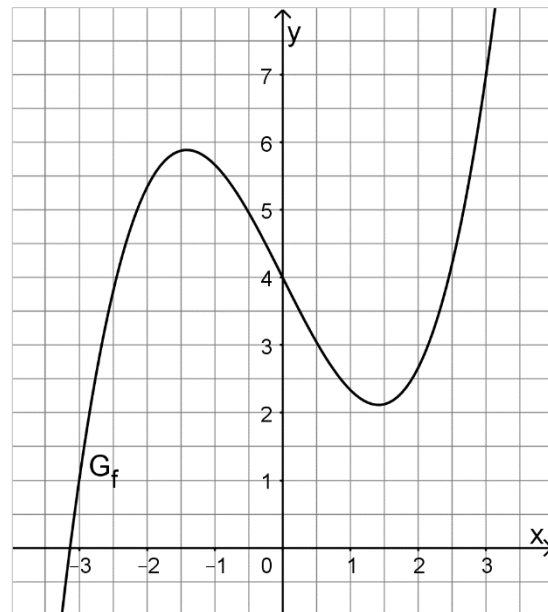


Abbildung 1

Die Tangente an G_f im Punkt $P(3|f(3))$ wird mit t bezeichnet.

- b) Bestimmen Sie rechnerisch eine Gleichung von t . Zeichnen Sie den Punkt P und die Tangente t in Abbildung 1 ein.

[Ergebnis zur Kontrolle: $t: y = 7x - 14$]

- c) Es gilt für alle $x \in \mathbb{R}$: $f(x) - (7x - 14) = \frac{1}{3} \cdot (x - 3)^2 \cdot (x + 6)$

Begründen Sie mithilfe dieses Zusammenhangs, dass t und G_f neben P genau einen weiteren gemeinsamen Punkt besitzen.

- d) Betrachtet wird die Gleichung $\int_k^{k+1} f(x) dx = 4$ mit $k \in \mathbb{R}$.

Es gibt eine Zahl k mit $-1,5 \leq k \leq 1,5$, die eine Lösung dieser Gleichung ist.

Geben Sie – ohne weitere Rechnung – diese Zahl an und begründen Sie Ihre Angabe mithilfe geeigneter Eintragungen in Abbildung 1.

BE

4

5

3

5

Fortsetzung auf Seite 3

1.2

Die Länge einer Fahrstrecke, die ein Elektroauto mit vollständig geladener Batterie ohne erneutes Aufladen unter bestimmten Bedingungen zurücklegen kann, wird als Nennreichweite des Elektroautos bezeichnet und ist für jedes Elektroauto ein fester Wert. Die tatsächliche Reichweite hängt von vielen Faktoren ab; im Folgenden wird ausschließlich die Abhängigkeit von der Außentemperatur betrachtet.

Diese Abhängigkeit kann für eine Vielzahl von Elektroautos modellhaft im Intervall $[-12; 36]$ durch eine Funktion r beschrieben werden. Dabei ist x die Außentemperatur in $^{\circ}\text{C}$ und $r(x)$ der Quotient aus der tatsächlichen Reichweite eines Elektroautos und dessen Nennreichweite. Abbildung 2 zeigt den Graphen der Funktion r .

Hat also r beispielsweise für eine bestimmte Außentemperatur den Wert $0,6$, so beträgt die tatsächliche Reichweite eines Elektroautos bei dieser Außentemperatur 60% seiner Nennreichweite.



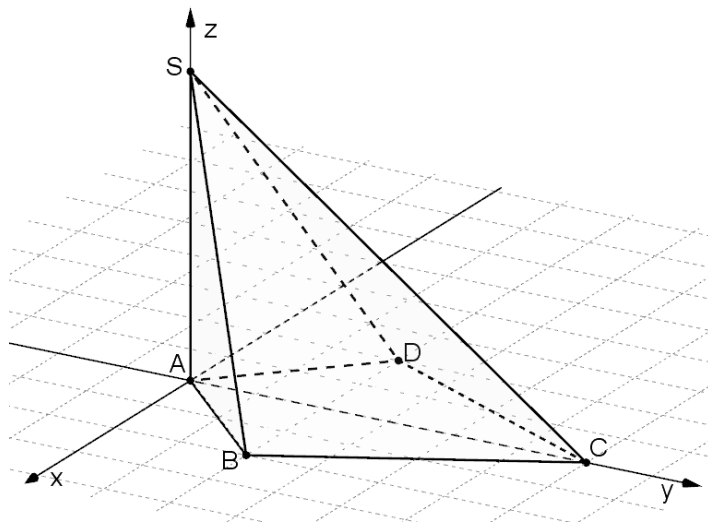
Abbildung 2

Im Folgenden werden nur Temperaturen im Bereich von -12°C bis 36°C sowie Elektroautos betrachtet, bei denen der durch die Funktion r beschriebene Zusammenhang gilt.

- Geben Sie anhand von Abbildung 2 die Koordinaten des Hochpunkts des Graphen von r an. Beschreiben Sie die Bedeutung des Hochpunkts und seiner Koordinaten im Sachzusammenhang. 4
- Es gibt Außentemperaturen, bei denen die tatsächliche Reichweite eines Elektroautos größer ist als seine Nennreichweite. 4
 Bestimmen Sie mithilfe von Abbildung 2 den entsprechenden Temperaturbereich.

Aufgabe 2: Analytische Geometrie

Die Abbildung zeigt die Pyramide ABCDS. Ihre Grundfläche ABCD ist ein Drachenviereck mit den Eckpunkten $A(0|0|0)$, $B(2|2|0)$, $C(0|6|0)$ und $D(-2|2|0)$. Die Spitze der Pyramide ist der Punkt $S(0|0|6)$.



- a) Berechnen Sie die Länge der kürzesten und die Länge der längsten der acht Kanten sowie das Volumen der Pyramide ABCDS.

Die Seitenfläche BCS der Pyramide liegt in der Ebene E.

- b) Ermitteln Sie eine Gleichung von E in Koordinatenform.

[Ergebnis zur Kontrolle : $2x + y + z = 6$]

- c) Bestimmen Sie die Größe des Winkels, den die Ebene E mit der xy-Ebene einschließt.

- d) Der Punkt B wird nun so parallel zur y-Achse verschoben, dass für den dadurch entstehenden Punkt B' gilt:

Das Viereck $AB'CD$ hat in B' einen rechten Innenwinkel.

Um die Koordinaten von B' zu bestimmen, kann folgender Ansatz verwendet werden:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ y \\ 0 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 2 \\ y-6 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

Erläutern Sie diesen Ansatz.

BE

5

4

3

3

Aufgabe 3: Stochastik

BE

In einer Großstadt wurde bei einer Erhebung der Anteil der überbelegten Haushalte an allen Haushalten erfasst. Ein Haushalt gilt als überbelegt, wenn er über zu wenige Zimmer in Bezug auf die Anzahl der im Haushalt lebenden Personen verfügt. In 28,5 % aller Haushalte lebt mindestens ein Kind. Von diesen Haushalten sind 15,9 % überbelegt. Bei den Haushalten ohne Kind beträgt der Anteil der überbelegten Haushalte 6,5 %.

a) Stellen Sie den Sachverhalt in einem beschrifteten Baumdiagramm dar.

3

b) Zeigen Sie, dass etwa 9,18 % aller Haushalte überbelegt sind.

2

Unter allen Haushalten der Großstadt werden 1000 Haushalte zufällig ausgewählt. Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der überbelegten Haushalte in der Stichprobe und wird als binomialverteilt angenommen.

c) Beurteilen Sie ohne Berechnung von Wahrscheinlichkeiten die folgende Aussage:

2

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X nimmt für 90 den größtmöglichen Wert an.

d) Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von den 1000 zufällig ausgewählten Haushalten höchstens k Haushalte überbelegt sind, soll mehr als 90 % betragen. Ermitteln Sie den kleinstmöglichen Wert für k .

4

e) Zwei Jahre später kann davon ausgegangen werden, dass sich in der Großstadt sowohl der Anteil der Haushalte mit mindestens einem Kind als auch der Anteil der überbelegten Haushalte an den Haushalten ohne Kind nicht verändert hat. Die Abbildung zeigt den Graphen der Funktion f mit

4

$$f(x) = \frac{0,285 \cdot (0,159 - x)}{0,285 \cdot (0,159 - x) + 0,715 \cdot 0,065} \quad \text{und } 0 \leq x \leq 0,159.$$

Bestimmen Sie grafisch denjenigen Wert von x , für den $f(x) = 0,4$ gilt, und interpretieren Sie diesen Wert von x sowie den Funktionswert von x im Sachzusammenhang.

