



SACHSEN-ANHALT

Ministerium für Bildung

SCHRIFTLICHE ABITURPRÜFUNG 2024

MATHEMATIK (ERHÖHTES ANFORDERUNGSNIVEAU)

Prüfungsaufgabe Prüfungsteil 1

Arbeitszeit: 100 Minuten

Für die Bearbeitung der Aufgaben sind Zeichengeräte und ein Wörterbuch, das der amtlichen Regelung der deutschen Rechtschreibung vollständig entspricht, zugelassen. Eine Verwendung von weiteren Hilfsmitteln ist nicht zulässig.

Es sind die vier Pflichtaufgaben und zwei Wahlpflichtaufgaben zu bearbeiten.

Kreuzen Sie die zwei Wahlpflichtaufgaben an, die bewertet werden sollen.
Bestätigen Sie Ihre Entscheidung mit Ihrer Unterschrift.

Wahlpflichtaufgabe 5.1

Wahlpflichtaufgabe 5.2

Wahlpflichtaufgabe 5.3

Wahlpflichtaufgabe 5.4

Wahlpflichtaufgabe 5.5

Wahlpflichtaufgabe 5.6

Name, Vorname: _____

(Unterschrift des Prüflings)

Pflichtaufgaben

1.

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{x}$, $x \in \mathbb{R}, x \neq 0$.

- a) Berechnen Sie den Funktionswert der ersten Ableitungsfunktion von f an der Stelle 2.
- b) Ermitteln Sie einen Term derjenigen Stammfunktion von f , deren Graph den Punkt $(e^2 | 4)$ enthält.

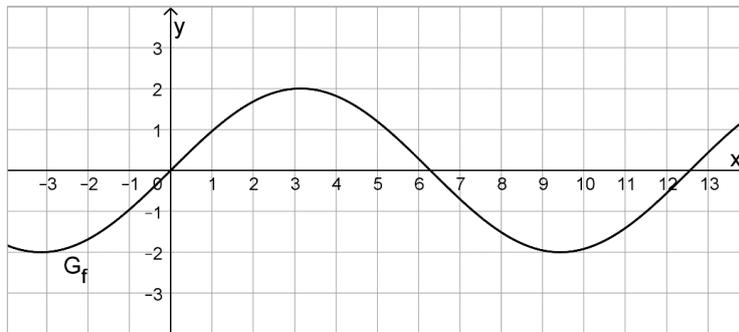
BE

2

3

2.

Die Abbildung zeigt den Graphen G_f der in \mathbb{R} definierten Funktion f mit $f(x) = 2 \cdot \sin\left(\frac{1}{2}x\right)$.



- a) Beurteilen Sie mithilfe der Abbildung, ob der Wert des Integrals $\int_{-2}^8 f(x) dx$ negativ ist.
- b) Weisen Sie rechnerisch nach, dass die folgende Aussage zutrifft:
Die Tangente an G_f im Koordinatenursprung ist die Gerade durch die Punkte $(-1 | -1)$ und $(1 | 1)$.

BE

2

3

3.

Gegeben ist die Schar der Ebenen $E_a : 2ax - 4y + (a - 2) \cdot z = 12$ mit $a \in \mathbb{R}$.

a) Ermitteln Sie denjenigen Wert von a , für den E_a parallel zur Gerade mit der

Gleichung $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + b \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $b \in \mathbb{R}$ verläuft.

b) Prüfen Sie, ob die Ebene mit der Gleichung $6x - 8y + z = 24$ zur Schar gehört.

BE

2

3

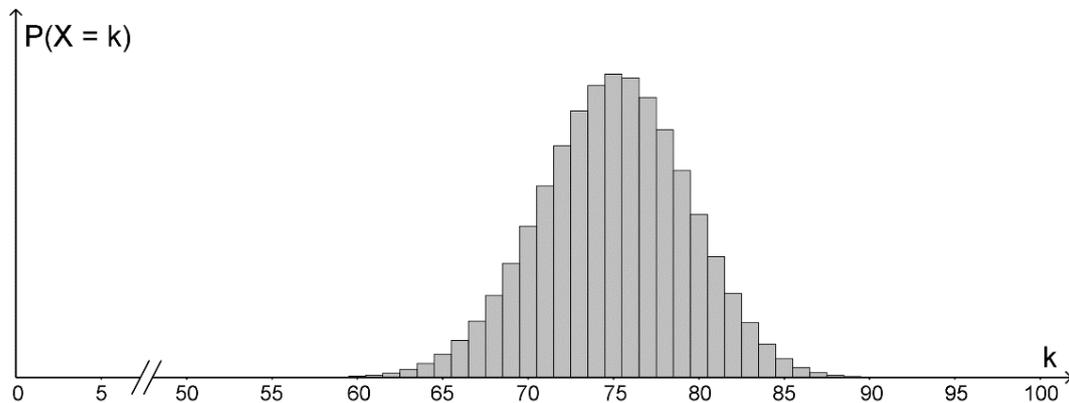
4.

Ein Glücksrad ist in 20 gleich große Sektoren unterteilt, die entweder blau oder gelb eingefärbt sind. Das Glücksrad wird 100-mal gedreht.

Die binomialverteilte Zufallsgröße X beschreibt, wie oft dabei die Farbe „Blau“, die binomialverteilte Zufallsgröße Y , wie oft dabei die Farbe „Gelb“ erzielt wird.

a) Begründen Sie, dass X und Y die gleiche Standardabweichung haben.

b) Der Erwartungswert von X ist ganzzahlig. Die Abbildung zeigt Werte der Wahrscheinlichkeitsverteilung von X .



Bestimmen Sie die Anzahl der blauen Sektoren des Glücksrads.

BE

2

3

Wahlpflichtaufgaben

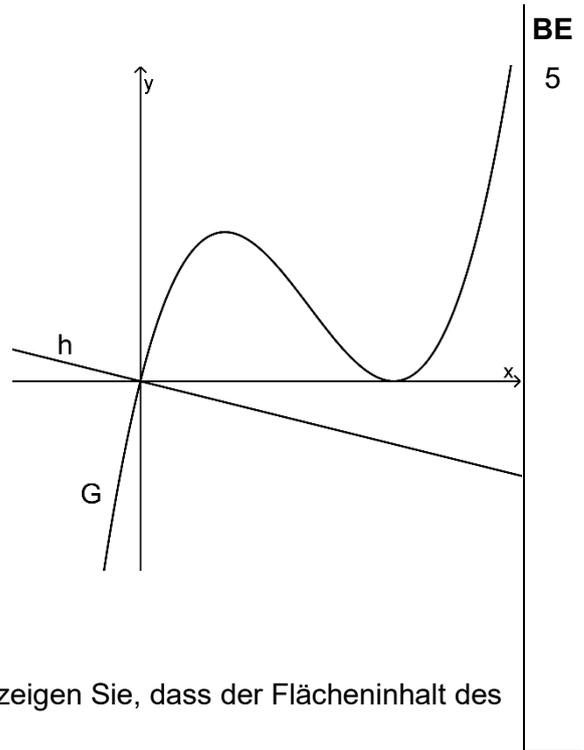
5.1

Für eine reelle Zahl $a > 0$ zeigt die Abbildung den Graphen G der in \mathbb{R} definierten Funktion f mit $f(x) = x^3 - 2ax^2 + a^2x$ sowie die Gerade h . G und h schneiden sich im Koordinatenursprung und h verläuft senkrecht zur Tangente an G im Koordinatenursprung.

Zudem berühren sich G und die x -Achse im Punkt $(a | 0)$.

Betrachtet wird dasjenige Rechteck, das die folgenden Eigenschaften besitzt:

- ♦ Die beiden gemeinsamen Punkte von G und der x -Achse sind zwei benachbarte Eckpunkte des Rechtecks.
- ♦ Eine Diagonale liegt auf der Gerade h .



BE
5

Skizzieren Sie das Rechteck in der Abbildung und zeigen Sie, dass der Flächeninhalt des Rechtecks unabhängig von a ist.

5.2

Die in \mathbb{R} definierte Funktion f hat die erste Ableitungsfunktion f' mit $f'(x) = 2 \cdot e^{2x}$ und es gilt $f(0) = 1$. Leitet man die erste Ableitungsfunktion f' ab, so erhält man die zweite Ableitungsfunktion f'' von f .

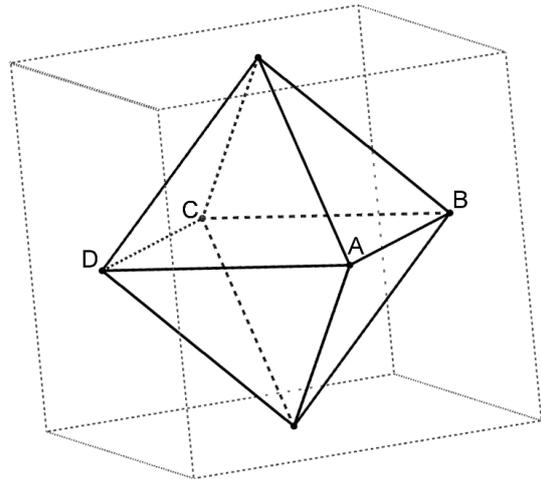
Entsprechend entsteht die hundertste Ableitungsfunktion $f^{(100)}$ von f . Der Graph der hundertsten Ableitungsfunktion $f^{(100)}$ lässt sich aus dem Graphen von f durch eine Verschiebung in x -Richtung erzeugen.

Ermitteln Sie, um wie viele Einheiten der Graph von f dazu in x -Richtung zu verschieben ist.

BE
5

5.3

Mittelpunkte der Seitenflächen eines Würfels sind die Eckpunkte eines Oktaeders (vergleiche Abbildung). Die Eckpunkte $A(1|2|1)$, B , $C(-3|-6|9)$ und D des Oktaeders liegen in der Ebene H mit der Gleichung $2x + y + 2z = 6$.



BE

- a) Weisen Sie nach, dass die Kantenlänge des Würfels 12 beträgt. 2
- b) Bestimmen Sie die Koordinaten eines der beiden Eckpunkte des Oktaeders, die nicht in H liegen. 3

5.4

Die Abbildung zeigt die Punkte A , B und P . Die Ebene, in der die drei Punkte liegen, wird durch die Zeichenebene dargestellt. Betrachtet werden Geraden g , g^* und h , für die gilt:

- ♦ g verläuft durch A , g^* durch B und h durch P .
- ♦ g und g^* schneiden sich in P .
- ♦ Wird g an h gespiegelt, so entsteht g^* .



BE

5

Zeichnen Sie die Gerade g , die Gerade g^* und eine Gerade h in die Abbildung ein. Geben Sie einen Term an, mit dem aus den gegebenen Punkten A , B und P der Ortsvektor eines weiteren Punktes von h bestimmt werden kann.

5.5

Vor der Wahl des Oberbürgermeisters einer Stadt möchte ein Kandidat durch eine statistische Erhebung seinen aktuellen Stimmenanteil unter allen Wahlberechtigten schätzen. Dazu wird unter allen wahlberechtigten Bewohnern eines Seniorenheimes dieser Stadt eine Befragung durchgeführt, ob diese den Kandidaten wählen werden.

a) Geben Sie für diese statistische Erhebung die Grundgesamtheit und die Stichprobe an.

BE

2

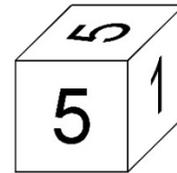
b) Beurteilen Sie folgende Aussage:

Aus dem Ergebnis der Befragung lässt sich auf den aktuellen Stimmenanteil des Kandidaten bei der Oberbürgermeisterwahl schließen.

3

5.6

Die drei nicht sichtbaren Seiten des abgebildeten Würfels sollen jeweils mit einer der Zahlen 3, 4, 5 oder 6 beschriftet werden. Dabei können Zahlen auch mehrfach verwendet werden.



BE

5

Nach der Beschriftung soll der Würfel folgende Eigenschaften haben:

- Beim einmaligen Werfen ist der Erwartungswert für die erzielte Zahl gleich 4.
- Auf den sechs Seiten des Würfels kommen genau drei verschiedene Zahlen vor.
- Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beim zweimaligen Werfen des Würfels zweimal die gleiche Zahl erzielt wird, beträgt $\frac{1}{2}$.

Untersuchen Sie, ob es möglich ist, die nicht sichtbaren Seiten des Würfels so zu beschriften, dass er alle drei Eigenschaften besitzt.