

Verstehensorientierung als Grundlage nachhaltigen Lernens

Um Grundvorstellungen zu entwickeln, ist nachhaltiges Lernen tragfähiger Konzepte, Strategien und Verfahren im Sinne der Verstehensorientierung im Mathematikunterricht unerlässlich. Dadurch wird weniger Wert auf Oberflächenwissen und mehr Wert auf Tiefenstrukturen und Zusammenhänge gelegt [1].

In der schriftlichen Abschlussprüfung Mathematik für den Mittleren Schulabschluss (Realschulabschluss) 2026 waren zwei verschiedene Dreiecke mit der Bezeichnung DEF Gegenstand (Pflichtteil 1, Aufgabe 9 und Pflichtteil 2, Aufgabe 3) [2]. Rückmeldungen von Lehrkräften ergaben, dass die Prüflinge sich mit einer anderen Bezeichnung schwertaten, da die „gelernten“ Formeln bzw. die in einer Formelsammlung vorhandenen Formeln die Bezeichnung ABC für die Dreiecke verwenden. Damit waren die gelernten Formeln, beispielsweise für den Sinus im rechtwinkligen Dreieck, nicht unverändert anwendbar, sondern mussten auf eine andere Bezeichnung übertragen werden. Hier wird deutlich, dass die Schülerinnen und Schüler offenbar nur wenig nachhaltiges, flexibel anwendbares Wissen über Dreiecke aufgebaut haben.

Verstehensprozesse unterstützen

Im Unterricht sollten von Beginn an verschiedene Bezeichnungen für Dreiecke (aber auch für andere geometrische Figuren) verwendet werden. Insbesondere für rechtwinklige Dreiecke sollte für verschiedene Bezeichnungen immer wieder geklärt werden, welche Seite im entsprechenden Dreieck die Hypotenuse ist und welche Seiten die Katheten sind. Dabei kann es den Verstehensprozess unterstützen, wenn die Schülerinnen und Schüler ihre Überlegungen begründen und Gemeinsamkeiten und Unterschiede von rechtwinkligen und allgemeinen Dreiecken herausarbeiten. Darauf aufbauend ist die Verknüpfung der Formeln einer Formelsammlung mit anderen Bezeichnungen herzustellen, beispielsweise über folgende Fragen:

- Was sind die einander entsprechenden Seiten? Wie sieht die Formel für das gegebene Dreieck aus?
- Wieso kann die Formel (nicht) einfach so übernommen werden?
- Welches sind Verallgemeinerungen oder Regeln, die immer gelten?

Verständnis von Flächeninhalten fördern

Auch bei Aufgabe 3d des Pflichtteils 2 war ein Verständnis des Dreiecks und seines Flächeninhaltes entscheidend für den Lösungsansatz, da auch hier Formeln nicht unreflektiert benutzt werden konnten. Schülerinnen und Schüler sollten daher Formeln nicht nur anwenden können, sondern insbesondere deren Bedeutung verstehen und sie auf neue Situationen übertragen können.

Mögliche hilfreiche Aufgaben zur Verständnisförderung sind:

- Erläutere, wie man den Flächeninhalt eines allgemeinen Dreiecks berechnet.
- Begründe, dass die Formel aus einer Formelsammlung für das gegebene Dreieck (nicht) geeignet ist.
- Beschreibe, wie die Formel für das gegebene Dreieck angepasst werden muss.
- Beschreibe einen anderen Lösungsweg, um den Flächeninhalt zu ermitteln.
- Erläutere, welche Formel immer gilt und begründe, warum dies so ist.

Daran anschließend kann im Sinne von Aufgabe 3d der Prüfung 2026 als Gedankenanstoß gefragt werden:

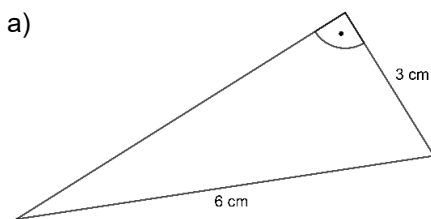
- Welches sind Gemeinsamkeiten (Unterschiede) der beiden Dreiecke?
- Wie kann daraus die Gleichheit der Flächeninhalte beider Dreiecke begründet werden?

Dabei ist es wichtig, sich nicht auf Formeln zu beschränken, sondern allgemeine Beschreibungen mathematischer Zusammenhänge zu nutzen. So kann der Flächeninhalt eines Dreiecks beispielsweise als die Hälfte des Produkts aus Grundseite und Höhe beschrieben werden. Die Herleitung dieser Formel sollte im Unterricht möglichst handlungsorientiert erfolgen, etwa durch Falten oder Schneiden, um verschiedene Darstellungen miteinander zu vernetzen. Solche Darstellungswechsel fördern das Verständnis und bieten auch diagnostische Möglichkeiten zur frühzeitigen Erkennung von Lernschwierigkeiten.

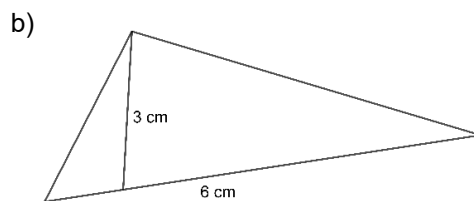
Verstehensorientierung durch kontinuierliche Anwendung sichern

Ein nachhaltiges Verständnis bzw. Lernen entsteht durch die stetige Wiederholung und Anwendung von Konzepten und Strategien. Dadurch wird das reine Auswendiglernen von Formeln weniger bedeutsam, was insbesondere für schwache Lernende von Vorteil sein kann. Zudem werden flexible Lösungswege ermöglicht. Vor allem kognitiv aktivierende Aufgaben, bei denen das Problemlösen im Vordergrund steht, tragen zum Aufbau des Verständnisses bei. Solche Aufgaben, die sich auf das Verständnis des Flächeninhalts von Dreiecken beziehen, können beispielsweise wie folgt aussehen:

- Zeichne drei unterschiedliche Dreiecke mit gleichem Flächeninhalt (ggf. vorgeben).
- Gegeben ist ein Dreieck mit dem Flächeninhalt 12 cm^2 . Zeichne ein Dreieck mit halbem (doppelten, ...) Flächeninhalt.
- Hier wurden Fehler bei der Bestimmung des Flächeninhalts gemacht. Beschreibe die Fehler und korrigiere sie, wenn möglich. (nach [3])



$$A = \frac{6 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}}{2} = 9 \text{ cm}^2$$



$$A = \frac{6 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}}{2} = 9 \text{ cm}^2$$

Ein anschließender Austausch und Diskurs über die verschiedenen Ergebnisse fördert einerseits die Bildung mathematischer Fachsprache und andererseits auch das nachhaltige Erlernen tragfähiger Vorstellungen von Flächeninhalten.

Erst wenn Schülerinnen und Schüler in der Lage sind, solche Aufgaben zu lösen sowie ihre Lösung zu begründen, kann davon ausgegangen werden, dass sie die zugrunde liegenden Zusammenhänge verstanden haben. Auf dieser Grundlage können sie anschließend einen flexiblen Umgang mit Formeln entwickeln.

Literatur/Quellen:

- [1] Holzäpfel, L. et al. (2024): Qualitätsvoll Mathematik unterrichten: Fünf Prinzipien. – In: Mathematik lehren 242, S. 2-9
- [2] Ministerium für Bildung: Schriftliche Abschlussprüfung 2026, Mittlerer Schulabschluss (Realschulabschluss) Mathematik
- [3] Fundamente der Mathematik 6 (ST), Gymnasium (2025), Cornelsen S. 231