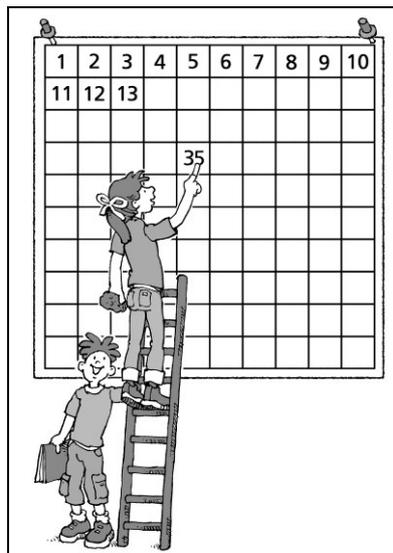


Auswertung der Vergleichsarbeit

im Fach Mathematik

Grundschulen

Schuljahrgang 3, Schuljahr 2013/2014



SACHSEN-ANHALT

Landesinstitut für Schulqualität
und Lehrerbildung (LISA)

Inhaltsverzeichnis

	Seite
1	Anlage der Vergleichsarbeit 3
2	Beschreibung der Teilnehmergruppe 4
3	Darstellung der Ergebnisse im Überblick 5
3.1	Ergebnisse im Bereich <i>Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit</i> 5
3.1.1	Daten erfassen und darstellen 6
3.1.2	Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten vergleichen 7
3.2	Ergebnisse im Bereich <i>Raum und Form</i> 8
3.2.1	Sich im Raum orientieren..... 9
3.2.2	Geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen 10
3.2.3	Einfache geometrische Abbildungen erkennen, benennen und darstellen 11
3.2.4	Flächen- und Rauminhalte vergleichen und messen..... 12
3.3	Ergebnisse beim Problemlösen, Argumentieren, Darstellen und Modellieren 13
3.4	Einschätzungen der Lehrkräfte zu Aufgaben und Anforderungen 14
4	Zusammenfassung und Hinweise zur Weiterarbeit..... 16
5	Anhang 18
5.1	Kompetenzstufenmodell 18
5.2	Beschreibung der Kompetenzstufen 18

1 Anlage der Vergleichsarbeit

Die Vergleichsarbeiten, die unter Leitung des Instituts zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB) entwickelt werden, bieten mit ihrer Überprüfungsfunktion eine Möglichkeit, „sich der Erträge eines kompetenzorientierten Unterrichts zu vergewissern, indem durch geeignete Testverfahren untersucht wird, in welchem Maße die in den Bildungsstandards ausgewiesenen Kompetenzen von den Schülerinnen und Schülern erreicht wurden“¹.

Die der Vergleichsarbeit zugrunde liegenden bundesweiten Bildungsstandards beziehen sich auf den vierten Schuljahrgang. Die Ergebnisse sind eine Orientierungshilfe, inwieweit die Schülerinnen und Schüler die in den Bildungsstandards formulierten Kompetenzen bereits erworben haben.

Die Vergleichsarbeit Mathematik im Schuljahrgang 3 (VERA-3) wurde im Schuljahr 2013/2014 landesweit unter gleichen Bedingungen geschrieben:

- Die Arbeitszeit betrug 70 Minuten (davon 10 Minuten Einlesezeit und zweimal 30 Minuten Arbeitszeit pro Testheft).
- Getestet wurden die Bereiche *Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit* sowie *Raum und Form*.
- Als Hilfsmittel waren Lineal und Geodreieck zugelassen.
- Die Arbeit wurde nicht bewertet.

In der Vergleichsarbeit werden, anders als in der zentralen Klassenarbeit, durch Festlegung aller Bundesländer nur zwei Kompetenzbereiche geprüft. Der Bereich Raum und Form war bereits im vergangenen Schuljahr Gegenstand des Testverfahrens. Durch die Wiederholung dieses Testbereichs kann die Kompetenzentwicklung über einen längeren Zeitraum eingeschätzt werden.

Die Vergleichsarbeit unterscheidet sich in der Bearbeitungszeit und der prozentualen Zuordnung der Anforderungsbereiche von den Vorgaben des Leistungsbewertungserlasses² für Klassenarbeiten.

Verschiedene Aufgabenformate (Multiple-Choice-Verfahren, Kurzantworten, Richtig-Falsch-Antworten, offene Antworten etc.), ähnliche Aufgabeninhalte zu einem Kompetenzschwerpunkt mit unterschiedlichen Kompetenzanforderungen und viele Teilaufgaben, für die häufig nur ein

¹ http://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2010/2010_00_00-Konzeption-Bildungsstandards.pdf (Stand: 19.06.2014)

² Vgl. Kultusministerium des Landes Sachsen-Anhalt (2010): Leistungsbewertung in der Grundschule. RdErl. des MK vom 24.6.2010-23-83200

Punkt erteilt wird, kennzeichnen die inner- und außermathematischen Aufgaben in VERA-3. Die Zuordnung der Aufgaben erfolgt nach einem fünfstufigen Kompetenzstufenmodell³.

Die Ergebnisse zu den einzelnen Items werden auf der Ebene von Kompetenzstufen (KS) dargestellt. Zur Erläuterung der Kompetenzstufen werden im Anhang weitergehende Hinweise zu dem Kompetenzstufenmodell gegeben, welche auf den zu erreichenden Bildungsstandards bis zum Ende des vierten Schuljahrgangs beruhen. Dies ist immer bei der Interpretation der Aufgabenergebnisse zu beachten.

Korrekturanweisungen zu den Aufgaben unterstützen die Lehrkräfte im Besonderen bei der Bewertung halboffener und offener Aufgabenstellungen.

Die Ergebnisse der beteiligten Schulen des Landes Sachsen-Anhalt wurden zentral erfasst und ausgewertet. Der Auswertungsbericht ermöglicht den Schulen neben dem Vergleich der eigenen Ergebnisse mit den Landesergebnissen, die interne Analyse mit Schlussfolgerungen für innerschulische fachliche Entwicklungsprozesse. Somit erhalten Lehrkräfte sowie Eltern Informationen über individuelle Kompetenzstände der Schülerinnen und Schüler und können das Lehren und Lernen gezielt darauf ausrichten.

2 Beschreibung der Teilnehmergruppe

Für die Auswertung der Vergleichsarbeit Mathematik des Schuljahres 2013/2014 liegen schulbezogene Ergebnisse aus 540 Grundschulen vor (siehe Tabelle 1).

Teilnehmergruppe	Anzahl	Prozent
Schülerinnen und Schüler (gesamt)	15361	100
davon weiblich	7619	49,6
davon männlich	7742	50,4
Anzahl der Schülerinnen und Schüler mit diagnostizierten Teilleistungsstörungen	1160	7,6
Anzahl der Schülerinnen und Schüler mit Migrationshintergrund	508	3,3

Tabelle 1: Zusammensetzung der Teilnehmergruppe

³ Vgl. Kompetenzstufenmodell zu den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4), auf Grundlage des Ländervergleichs 2011 überarbeitete Version in der Fassung vom 11. Februar 2013, <http://www.iqb.hu-berlin.de/bista/ksm> (Stand: 22.07.2014)

3 Darstellung der Ergebnisse im Überblick

3.1 Ergebnisse im Bereich Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

In der Vergleichsarbeit 2013/2014 wurde der Bereich *Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit* mit 12 Aufgaben und insgesamt 13 Teilaufgaben (Items) getestet. Die Aufgaben berücksichtigen alle fünf Kompetenzstufen (vgl. Tabelle 2).

Kompetenzstufen	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	KS 5
Anzahl der Teilaufgaben (Items)	3	3	3	3	1
durchschnittliche landesweite Lösungshäufigkeit	90 %	72 %	63 %	56 %	30 %

Tabelle 2: Anzahl der Teilaufgaben im Bereich Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit geordnet nach Kompetenzstufen mit durchschnittlicher landesweiter Lösungshäufigkeit

Abbildung 1 stellt die Landesergebnisse der getesteten Teilaufgaben (Items) im Bereich *Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit* sowie die Zuordnung der jeweiligen Kompetenzstufen zu den Aufgaben dar. Die landesweiten Lösungshäufigkeiten streuen von 93 bis 30 Prozent.

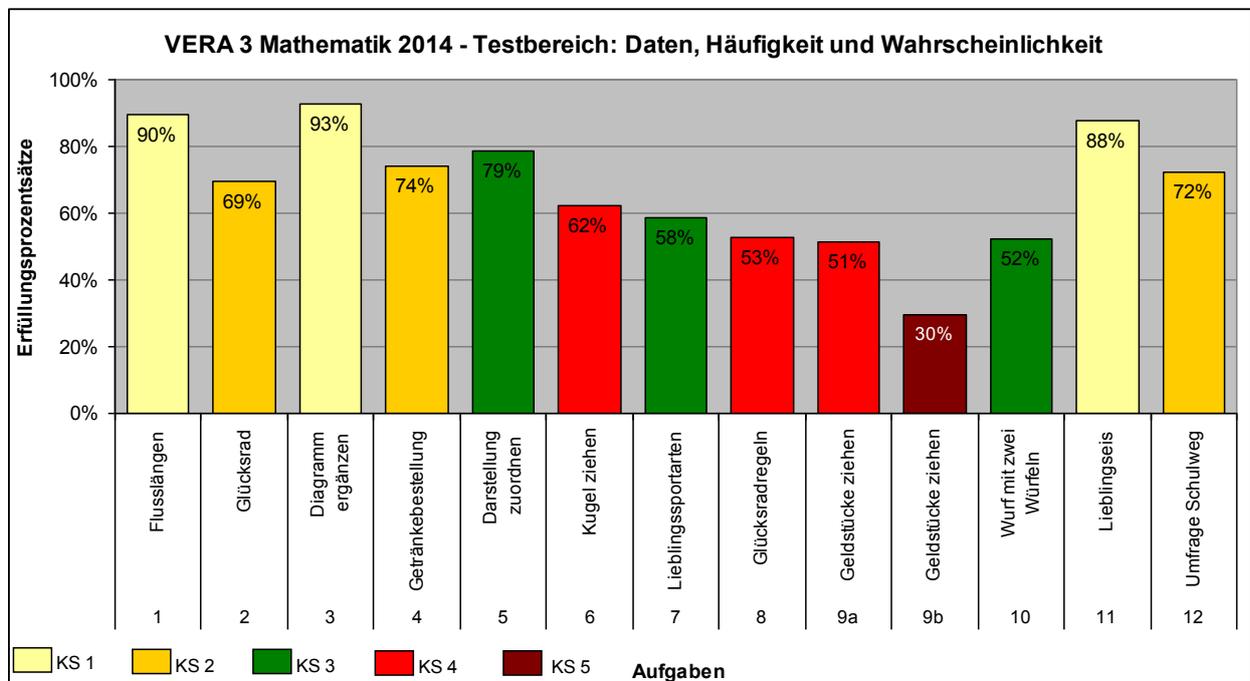


Abbildung 1: Vergleichsarbeit Mathematik, Schuljahr 2013/2014, Schuljahrgang 3, Landesergebnisse im Bereich Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

Im Bereich *Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit* wurden in der Vergleichsarbeit Kompetenzen zu ausgewählten Bildungsstandards getestet. Die Aufgaben aus diesem Bereich werden im Folgenden den entsprechenden Bildungsstandards zugeordnet. Die Tabellen mit den chronologisch geordneten Aufgaben weisen die Kompetenzstufen der Teilaufgaben sowie deren durchschnittlich landesweit erreichten Lösungshäufigkeiten aus und enthalten Aussagen zur Auswertung der Aufgaben.

3.1.1 Daten erfassen und darstellen

Bildungsstandard: *aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen*

Aufg. Nr.	Aufgabe	KS	Lösungshäufigkeit	
			Land	Schule
1	– Daten aus Streifendiagramm entnehmen, mit den Daten aus der Tabelle vergleichen und zuordnen	1	90 %	
3	– aus der Tabelle entnommene Daten im Streifendiagramm im angegebenen Maßstab (Zweierschritte durch vorgegebene Kästchen) darstellen	1	93 %	
4	– relevante Daten unter Beachtung der ungeraden Werte zwischen den Teilstrichen aus einem Diagramm entnehmen, addieren und zur Lösungsfindung Summen miteinander vergleichen * kein eindeutiger Rückschluss auf Lösungshäufigkeiten der Teilaufgaben, Teilaufgabe a) mit höherer Lösungshäufigkeit	2	74 %	
5	– Werte aus der Tabelle entnehmen, mit vier verschiedenen Darstellungen desselben Sachverhaltes vergleichen und die abweichende Darstellung (Schaubild, Diagramme, Strichliste) erkennen * trotz großer Herausforderung durch Verknüpfung unterschiedlicher Darstellungsformen und Skalierungen hohe Lösungshäufigkeit erreicht * mögliche Fehlerursache durch Überlesen des Wortes „nicht“ in der Aufgabenstellung	3	79 %	
7	– erforderliche Daten aus dem Diagramm entnehmen und zur Lösung der Teilaufgaben verwenden – relevante Begriffe wie „Hälfte“ oder „doppelt so oft“ zur Entscheidungsfindung einbeziehen	3	58 %	
11	– die aus dem Kreisdiagramm abgelesenen Flächenverhältnisse zu einem Sachverhalt richtig deuten und in eine andere Darstellungsform übertragen	1	88 %	
12	– Daten aus dem Streifendiagramm ablesen, mit den in der Tabelle formulierten Aussagen vergleichen und auf Richtigkeit prüfen * Voraussetzung Vertrautheit mit Begriffen „mehr“ und „genau“	2	72 %	

3.1.2 Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten vergleichen

Bildungsstandard: *Grundbegriffe „sicher, unmöglich, möglich“ kennen*

Aufg. Nr.	Aufgabe	KS	Lösungshäufigkeit	
			Land	Schule
9a	<ul style="list-style-type: none"> - Begriff „nicht möglich“ und „Summe“ im Zusammenhang mit dem Zufallsexperiment (mögliche Summe aus 3 Münzen) verstehen, Kommaschreibweise im angegebenen Größenbereich beherrschen und heuristische Lösungsverfahren wie Probieren anwenden 	4	51 %	
9b	<ul style="list-style-type: none"> - Begriffe „möglich“ und „nicht sicher“ verstehen und im Zusammenhang mit dem dargelegten Sachverhalt (mögliche Summe aus den 3 Münzen) begründen * sinkende Lösungshäufigkeit bei der Darstellung mathematischer Lösungsprozesse (Aufg. 9b), Nichtbeachtung der Information „3 Münzen“ im Text 	5	30 %	

Bildungsstandard: *Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten einschätzen*

Aufg. Nr.	Aufgabe	KS	Lösungshäufigkeit	
			Land	Schule
2	<ul style="list-style-type: none"> - Gewinnchancen bei vier achteiligen Glücksrädern durch den Vergleich der Anzahlen der Gewinnfelder einschätzen * Darstellung der Gewinnfelder mit Zahlen scheint ungewohnter als eine farbliche Unterscheidung 	2	69 %	
6	<ul style="list-style-type: none"> - Mengenverhältnisse schwarzer zu weißen Kugeln ermitteln, um die Chance, eine weiße Kugel zu ziehen, sprachlich darzustellen * relativ hohe Lösungshäufigkeit lässt auf vertrautes Aufgabenformat schließen 	4	62 %	
8	<ul style="list-style-type: none"> - andere Spielregel für eine gleiche Gewinnchance bei einem achteiligen Glücksrad beschreiben * sprachliche Darstellung der weiteren Spielregel stellt eine erhöhte Anforderung dar, die die Hälfte der Schülerinnen und Schüler bewältigte 	4	53 %	
10	<ul style="list-style-type: none"> - begründen, warum beim Würfeln mit zwei Würfeln die Summe nicht eins ergeben kann * geringe Lösungshäufigkeit durch Vielfalt an nicht relevanten Informationen und ungenaues Begründen möglich 	3	52 %	

3.2 Ergebnisse im Bereich Raum und Form

In der Vergleichsarbeit 2013/2014 wird der Bereich *Raum und Form* mit 17 Aufgaben und insgesamt 19 Teilaufgaben (Items) getestet. Die Aufgaben berücksichtigen alle fünf Kompetenzstufen (vgl. Tabelle 3).

Kompetenzstufen	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	KS 5
Anzahl der Teilaufgaben (Items)	5	3	7	2	2
durchschnittliche landesweite Lösungshäufigkeit	79 %	70 %	55 %	41 %	29 %

Tabelle 3: Anzahl der Teilaufgaben im Bereich Raum und Form geordnet nach Kompetenzstufen mit durchschnittlicher landesweiter Lösungshäufigkeit

Abbildung 2 stellt die Landesergebnisse der getesteten Teilaufgaben (Items) im Bereich *Raum und Form* sowie die Zuordnung der jeweiligen Kompetenzstufen zu den Aufgaben dar. Die landesweiten Lösungshäufigkeiten streuen von 92 bis 27 Prozent.

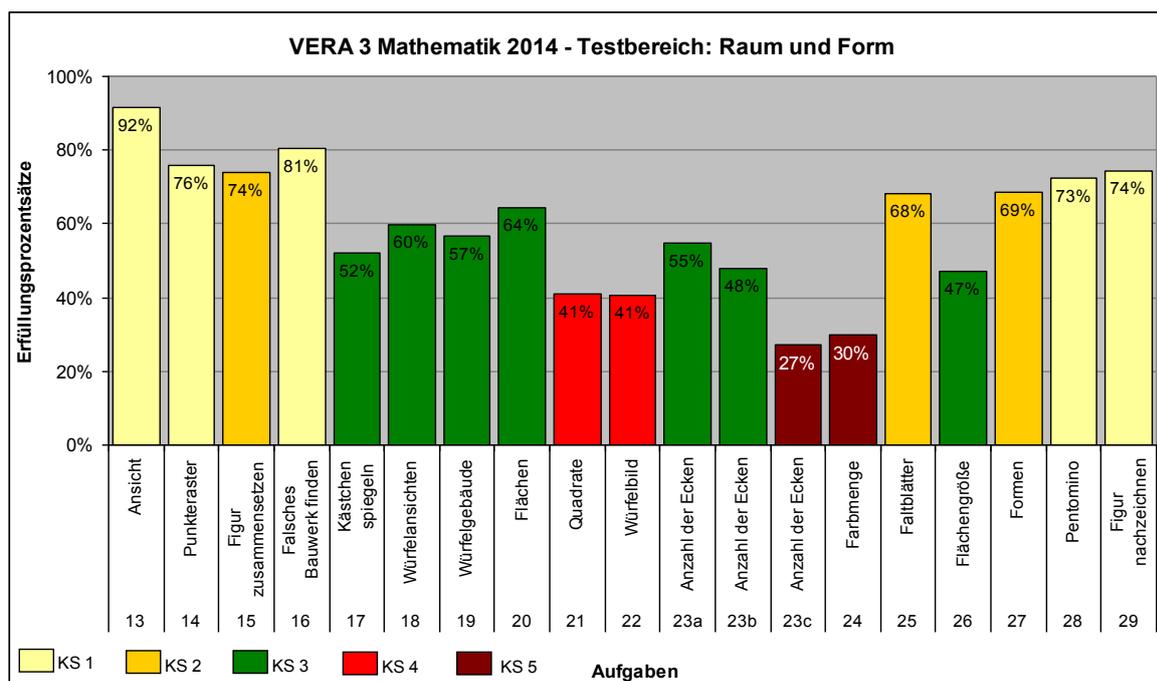


Abbildung 2: Vergleichsarbeit Mathematik, Schuljahr 2013/2014, Schuljahrgang 3, Landesergebnisse im Bereich Raum und Form

Im Bereich *Raum und Form* wurden in der Vergleichsarbeit Kompetenzen zu ausgewählten Bildungsstandards getestet. Die Aufgaben aus diesem Bereich werden im Folgenden den entsprechenden Bildungsstandards zugeordnet. Die Tabellen mit den chronologisch geordneten Aufgaben weisen die Kompetenzstufen der Teilaufgaben sowie deren durchschnittlich landesweit erreichten Lösungshäufigkeiten aus und enthalten Aussagen zur Auswertung der Aufgaben.

3.2.1 Sich im Raum orientieren

Bildungsstandard: *über räumliches Vorstellungsvermögen verfügen*

Aufg. Nr.	Aufgabe	KS	Lösungshäufigkeit	
			Land	Schule
25	<ul style="list-style-type: none"> – Formen auf angedeuteten Faltblättern mit den darunter abgebildeten (aufgeklappten) Formen vergleichen <i>oder</i> – gedanklich die Spiegelung an der Faltkante vornehmen und die Figur zur linken Seite ergänzen 	2	68 %	

Bildungsstandard: *räumliche Beziehungen erkennen, beschreiben und nutzen*

Aufg. Nr.	Aufgabe	KS	Lösungshäufigkeit	
			Land	Schule
13	<ul style="list-style-type: none"> – drei in der Draufsicht dargestellte geometrische Körper dem entsprechenden Schrägbild unter Beachtung der Anordnung der vorgegebenen Körper zuordnen * Voraussetzungen sind räumliches Vorstellungsvermögen und die Fähigkeit zum Perspektivwechsel 	1	92 %	
20	<ul style="list-style-type: none"> – Flächen (Rechteck, Kreis und Dreieck) erkennen und von sich überschneidenden Flächen eine gemeinsame Fläche herausfiltern * Herausforderung korrektes Sprachverständnis „steht im Rechteck, aber nicht im Dreieck“ 	3	64 %	

Bildungsstandard: *Darstellungen von Bauwerken zueinander in Beziehung setzen*

Aufg. Nr.	Aufgabe	KS	Lösungshäufigkeit	
			Land	Schule
16	<ul style="list-style-type: none"> – verschiedene Ansichten von Bauwerken betrachten und miteinander vergleichen * Voraussetzungen: Fähigkeit zum gedanklichen Drehen von Körpern und räumliches Vorstellungsvermögen (siehe auch Aufgabe 18) 	1	81 %	
18	<ul style="list-style-type: none"> – Ansicht eines Bauwerks durch gedankliches Drehen erkennen und der vorgegebenen Seitenansicht (Perspektive eines Kindes) zuordnen * Lösungshäufigkeit der Jungen um 5 % höher als die der Mädchen 	3	60 %	

Aufg. Nr.	Aufgabe	KS	Lösungshäufigkeit	
			Land	Schule
19	<ul style="list-style-type: none"> – ein Würfelbauwerk durch Ergänzen einzelner Würfel vervollständigen <i>oder</i> – durch Berechnung der Differenz die Lösung herbeiführen * 62 % der Jungen lösten diese Aufgabe richtig (Auffälligkeit: Lösungshäufigkeit der Jungen um 10 % höher) 	3	57 %	
22	<ul style="list-style-type: none"> – gegenüberliegende Fläche eines Würfels durch gedankliches Zusammenfügen eines Würfelnetzes erkennen * geringe Lösungshäufigkeit möglicherweise auf untypisches Würfelnetz oder unzureichende Raumerfahrungen auf der handelnden und bildlichen Ebene mit dem Würfel zurückzuführen 	4	41 %	
28	<ul style="list-style-type: none"> – zwei deckungsgleiche Figuren mit unterschiedlichen Lagen aus verschiedenen anderen Figuren herausfiltern * geringere Lösungshäufigkeit durch unzureichende optische Wahrnehmungs- und Differenzierungsfähigkeiten erklärbar (Vielfalt, Anzahl und Lage der Figuren) 	1	73 %	

3.2.2 Geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen

Bildungsstandard: *ebene Figuren nach Eigenschaften sortieren, Fachbegriffe zuordnen*

Aufg. Nr.	Aufgabe	KS	Lösungshäufigkeit	
			Land	Schule
23a	– Gesamtanzahl der Ecken verschiedener geometrischer Figuren bestimmen	3	55 %	
23b	* stark abnehmende Lösungshäufigkeit (23c), wenn die zu bestimmenden Figuren selbst festzulegen und zwei verschiedene Lösungsmöglichkeiten anzugeben sind	3	48 %	
23c		5	27 %	

Bildungsstandard: Ebene Figuren untersuchen

Aufg. Nr.	Aufgabe	KS	Lösungshäufigkeit	
			Land	Schule
15	– zwei Teile zu einer vorgegebenen Figur gedanklich zusammenfügen * Lösungsschwierigkeiten, da handlungsorientiertes Arbeiten nicht möglich war	2	74 %	
27	– Teilflächen einer Figur erkennen * Ursache für geringere Lösungshäufigkeit möglicherweise auf nicht erfasste veränderte Lage und Größenunterschiede der Figuren zurückzuführen	2	69 %	

Bildungsstandard: Zeichnungen mit Hilfsmitteln sowie Freihandzeichnungen anfertigen

Aufg. Nr.	Aufgabe	KS	Lösungshäufigkeit	
			Land	Schule
14	– anhand von Hilfspunkten ein Quadrat zeichnen * unzureichendes Grundwissen zu den Merkmalen eines Quadrates oder falsches Abzählen im Punkteraster als Fehlerursache denkbar	1	76 %	
29	– vorgegebene Figur in ein Punkteraster duplizieren * Lösungsbeobachtungen weisen auf zweiteiliges Punkteraster als mögliche Fehlerquelle hin	1	74 %	

3.2.3 Einfache geometrische Abbildungen erkennen, benennen und darstellen**Bildungsstandard: Eigenschaften der Achsensymmetrie erkennen und nutzen**

Aufg. Nr.	Aufgabe	KS	Lösungshäufigkeit	
			Land	Schule
17	– Figur an waagerechter Spiegelachse beidseitig spiegeln * Lösungsschwierigkeit durch fehlendes Originalbild auf einer Seite der Spiegelachse (Fehlerquelle: Ergänzung nur unterhalb oder oberhalb der Spiegelachse)	3	52 %	

3.2.4 Flächen- und Rauminhalte vergleichen und messen

Bildungsstandard: *Flächeninhalt vergleichen, messen und untersuchen*

Aufg. Nr.	Aufgabe	KS	Lösungshäufigkeit	
			Land	Schule
21	– geeignete Lösungsstrategie durch Probieren, Einzeichnen oder Abmessen von Einheitsquadraten finden, um die Anzahl der fehlenden schwarzen Quadrate zu bestimmen	4	41 %	
24	– gleichen Flächeninhalt unterschiedlicher Figuren durch Abzählen oder Multiplikation der Einheitsquadrate (Figur 1) ermitteln, indem u. a. zwei Dreiecke zu einem Einheitsquadrat zusammenzufügen waren * kein eindeutiger Rückschluss auf Fehlerursachen durch Zusammenfassung der Teilaufgaben, denkbare Probleme: falsches Bestimmen der Flächeninhalte bzw. Abzählen der Einheitsquadrate oder unzureichende Begründung	5	30 %	
6	– Anzahl verdeckter Einheitsquadrate durch Auszählen, Einzeichnen oder Berechnen bestimmen * kein eindeutiger Rückschluss auf Lösungshäufigkeiten der Teilaufgaben, denkbar: Figur A mit höherer Lösungshäufigkeit	3	47 %	

3.3 Ergebnisse beim Problemlösen, Argumentieren, Darstellen und Modellieren

Eine große Anzahl von Aufgaben dieser Vergleichsarbeit zeigt deutlich die enge Verknüpfung zwischen der Entwicklung inhaltsbezogener und der Herausbildung prozessbezogener Kompetenzen. Viele Aufgaben repräsentieren die Auseinandersetzung mit inner- und außermathematischen Anforderungssituationen aus dem Vorstellungsbereich der Kinder. Die Schülerinnen und Schüler sollen hier ihre mathematischen Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten bewusst zur Problemlösung einsetzen.

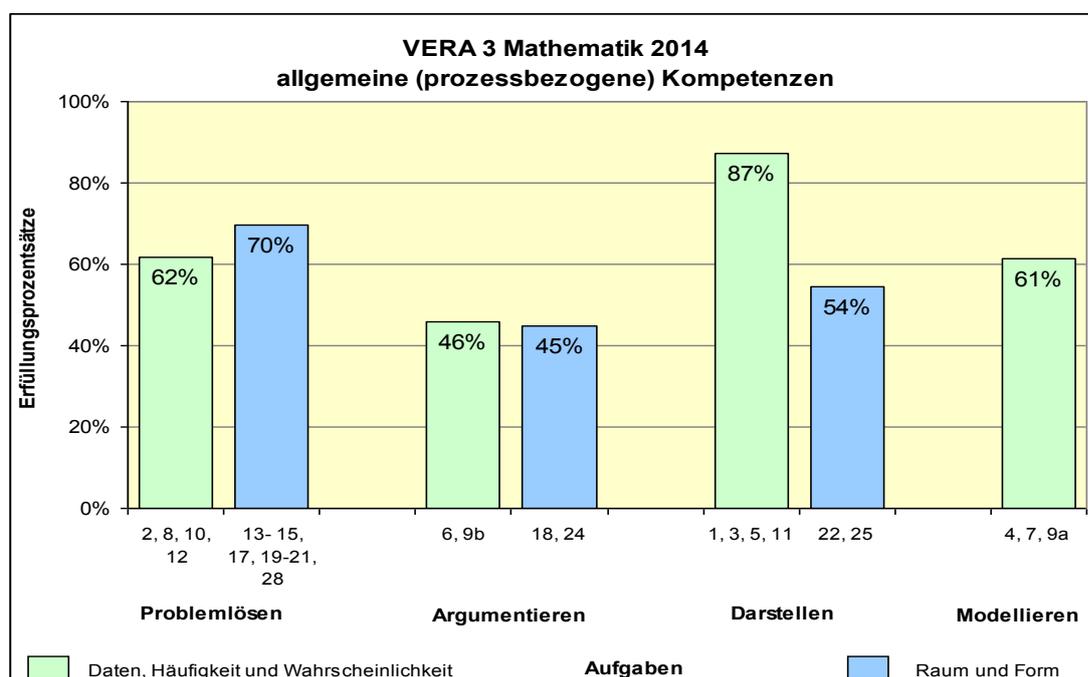


Abbildung 3: Vergleichsarbeit Mathematik, Schuljahr 2013/2014, Schuljahrgang 3, Landesergebnisse prozessbezogene Kompetenzen

Der Entwicklungsstand der prozessbezogenen Kompetenzen weist Unterschiede auf. Während beim Problemlösen und Argumentieren in Bezug nahezu gleiche Erfüllungsprozentsätze erreicht wurden, zeigt sich beim Darstellen eine über 30 Prozent höhere Erfüllungsrate im Bereich *Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit* gegenüber dem Bereich *Raum und Form*.

Dies könnte unter anderem an der Verteilung des Schwierigkeitsgrades der Aufgaben liegen oder an der Intensität der Behandlung entsprechender Inhalte im Unterricht.

Die meisten Aufgaben zur Entwicklung der **Problemlösekompetenz** konnten mehr als die Hälfte der Schülerinnen und Schüler richtig lösen. Die höchste prozentuale Erfüllung in diesem Bereich weist Aufgabe 13 auf. Fast allen Kindern ist es gelungen, der dargestellten Ansicht von oben die richtigen Körper zuzuordnen. In Aufgabe 21 gelang es sogar noch 41 Prozent der

Kinder, die richtige Flächengröße zu ermitteln. Diese Aufgabe hatte die geringste prozentuale Erfüllung im Bereich Problemlösen.

Die prozessbezogene Kompetenz des **Argumentierens** wurde ebenfalls in einigen Aufgaben überprüft. Dabei stand im Vordergrund, dass Lösungswege und Lösungen sprachlich dargestellt werden sollten und Begründungen gefunden werden mussten. Die Lösungshäufigkeiten zu dieser Kompetenz schwanken zwischen 62 und 30 Prozent. Es ist der Auswertung nicht zu entnehmen, ob Gründe für geringere Lösungshäufigkeiten im mathematischen oder im sprachlichen Bereich liegen.

Eine wichtige prozessbezogene Kompetenz ist das **Darstellen** mathematischer Sachverhalte auf unterschiedliche Weise. Die Lösungshäufigkeiten von 93 bis 80 Prozent zeigen eine erfreuliche Tendenz auf.

Beim **Modellieren** im Mathematikunterricht der Grundschule sollen interessante Sachverhalte aus der Lebenswirklichkeit der Kinder Ausgangspunkt sein, um mathematische Zusammenhänge zu entdecken, Lösungsmöglichkeiten zu entwickeln sowie Lösungen am Sachverhalt zu überprüfen (Aufgaben 4, 7 und 9a). Durchschnittlich 61 Prozent der Kinder konnten diese Aufgaben richtig erfüllen.

3.4 Einschätzungen der Lehrkräfte zu Aufgaben und Anforderungen

Auch in diesem Jahr nutzten zahlreiche Lehrkräfte die Möglichkeit der Meinungsäußerungen zur Vergleichsarbeit. Dabei wurde sich hauptsächlich zu strukturellen, in geringerem Maße zu inhaltlichen und organisatorischen Sachverhalten geäußert.

Schwerpunkt der Rückmeldungen war die Struktur der Vergleichsarbeit. Bemängelt wurde unter anderem die einseitige Behandlung von nur zwei inhaltsbezogenen Kompetenzbereichen bzw. das Fehlen arithmetischer Aufgaben oder die Praxis der Punktvorgabe. Wie alle vorangegangenen VERA-Arbeiten (siehe Kapitel 1) wurde auch diese unter Leitung des Instituts zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen entwickelt und dient nicht der Benotung (anders als die zentrale Klassenarbeit am Ende des 4. Schuljahrganges) oder der Evaluation des gesamten Kompetenzstandes der Schülerinnen und Schüler, sondern ist ein geeignetes Testverfahren, das eine Analyse ermöglicht, wie weit ausgewählte Kompetenzbereiche der Bildungsstandards von den Schülerinnen und Schülern zum Testzeitpunkt beherrscht werden.

Aus den genannten Gründen ist es auch möglich, dass einzelne Inhalte erst zu einem späteren Zeitpunkt im Unterricht behandelt werden, was vereinzelt zu Fehlern oder Problemen führte. Ein Teil der Lehrkräfte merkte dies an. Aufgrund der Konzeption der Vergleichsarbeit (Nichtbenotung usw.) stellt dies aber keinen Nachteil dar, sondern kann die Planung des eigenen

Unterrichts mit den betroffenen Schülerinnen und Schülern positiv beeinflussen, da Schwachstellen deutlich werden, wie folgender Kommentar einer Lehrkraft zeigt: „Jetzt weiß ich wieder, wo noch Schwächen oder auch Stärken meiner Schüler liegen.“

Ein Teil der Lehrerinnen und Lehrer schätzte die Arbeit als lehrplangerecht, ausgewogen und im Anspruchsniveau angemessen ein. Sie bestätigten, dass die Aufgaben verständlich formuliert, herausfordernd und erfüllbar waren. Organisatorisch wurde angemerkt, dass die Zeitvorgaben für einige Schülerinnen und Schüler zu knapp bemessen waren. Angeregt wurde – wie im Fach Deutsch – beide Teile an unterschiedlichen Tagen zu bearbeiten. Fachliche Anmerkungen bezogen sich im Einzelnen auf das gehäufte Bearbeiten von Diagrammen oder auch Würfelnetzen und Spiegelungen. Dies fiel manchen Kindern schwer und stellte für einzelne Lehrkräfte eine zu einseitige Anforderung dar. Die Testaufgaben sollen den Kompetenzstand der Schülerinnen und Schüler aber hinreichend objektiv, zuverlässig und zutreffend erheben und können sich deshalb nicht auf nur eine oder zwei Aufgaben pro Teilkompetenz beschränken.

Auffällig war außerdem, dass ein inklusiver Unterricht auch in diesem Zusammenhang immer mehr in den Fokus gerät. So wurde die Frage nach einer „schädigungsspezifischen Aufbereitung“ für Schülerinnen und Schüler mit erhöhtem Förderbedarf gestellt, um „Hinweise für die Bewertung von Schülerinnen und Schülern mit Rechenschwäche bzw. Förderschwerpunkt Lernen“ gebeten oder allgemein der Stellenwert von Vergleichsarbeiten im inklusiven Unterricht kritisch diskutiert.

Vereinzelte Äußerungen zeigen auch, dass das Bild von einem zeitgemäßen Mathematikunterricht noch nicht von allen Lehrkräften verinnerlicht wurde. So wurde u. a. kritisiert, dass Aufgaben nicht im Lehrplan enthalten seien oder nicht mit dem in der Klasse benutzten Lehrwerk korrespondieren. Auch wurde eine generelle Überforderung unterstellt und die Vergleichsarbeit grundsätzlich hinterfragt, da das hauptsächliche Ziel der Grundschule sein sollte, dass „die 4 Grundrechenarten beherrscht werden.“

Laut Lehrplan Sachsen-Anhalts soll der Grundschulunterricht jedoch neben dem Erwerb elementaren Wissens und Könnens die Entwicklung grundlegender Kompetenzen in den Mittelpunkt stellen. Die Schülerinnen und Schüler sollen Fähigkeiten ausbilden, um Problemlösungen in variablen Situationen erfolgreich nutzen zu können. Ziel ist die Entwicklung von Handlungskompetenz, die es ermöglicht, das Erlernte in unterschiedlichen Lebenssituationen anzuwenden. Es geht eben nicht darum, „Lernstoff“ abzuarbeiten, sich auf „das Rechnen“ zu beschränken oder vorher eingeübte Aufgaben und Lösungswege abzufragen.

4 Zusammenfassung und Hinweise zur Weiterarbeit

Die durchschnittliche Lösungshäufigkeit aller Aufgaben der Vergleichsarbeit Mathematik im Schuljahrgang 3 im Schuljahr 2013/2014 lag bei 63 Prozent. Damit ist sie nahezu unverändert im Vergleich zum Vorjahr, wo sie bei 61 Prozent lag. Die zusammenfassende Darstellung der Landesergebnisse entsprechend der Teilkompetenzen der KMK-Bildungsstandards geordnet nach Lösungshäufigkeiten erfolgt in Abbildung 4.

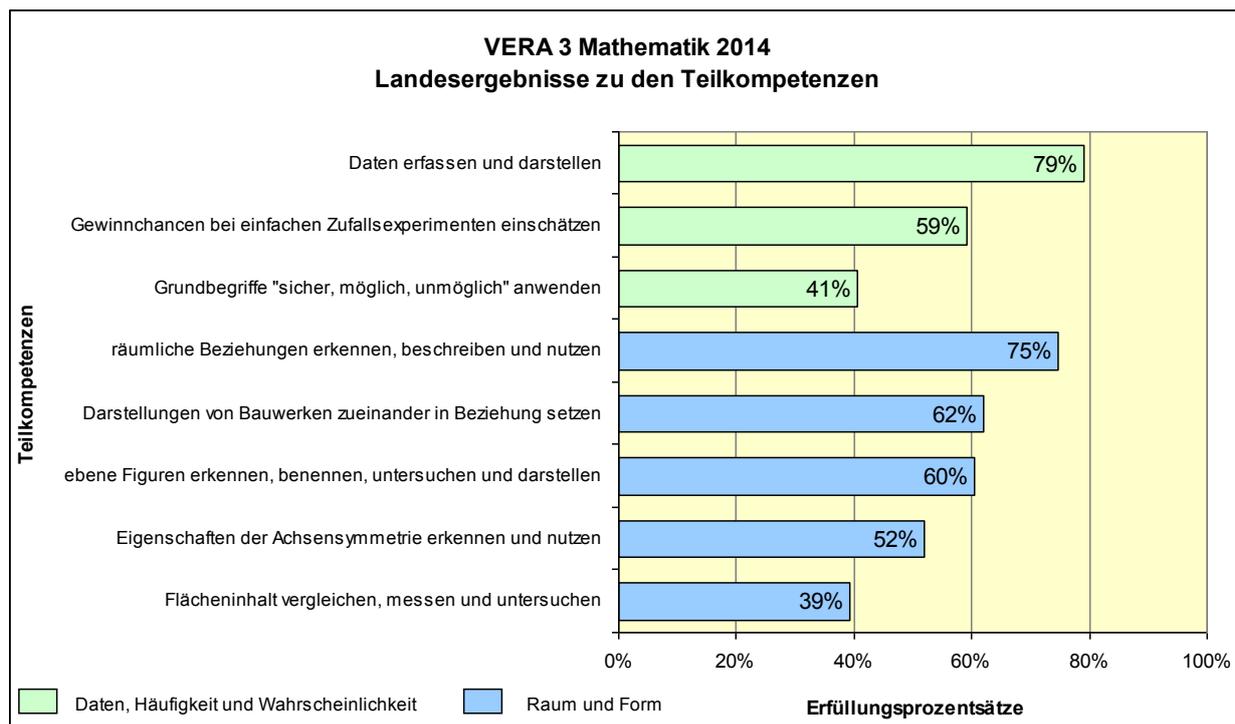


Abbildung 4: Teilkompetenzen geordnet nach durchschnittlicher Lösungshäufigkeit

Im Bereich **Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit** wurde eine durchschnittliche Lösungshäufigkeit von 67 Prozent erzielt.

Die Schülerinnen und Schüler erreichten die höchste Lösungshäufigkeit bei den Aufgaben, die dem Bildungsstandard *Daten erfassen und darstellen* zugeordnet sind (79 %).

Bei Aufgaben, die ein Anwenden der stochastischen *Grundbegriffe* „sicher, möglich und unmöglich“ verlangten, verringerte sich die Lösungshäufigkeit um die Hälfte (41 %). Zukünftig sollten unterschiedliche Möglichkeiten zur vielfältigen Beschäftigung mit diesen Begriffen verstärkt im Mathematikunterricht angeboten werden, um die Kinder so zum intensiven Durchdringen der Begriffe anzuregen. Außerdem bieten sich gerade hierbei im Unterricht zahlreiche Verknüpfungsmöglichkeiten mit den prozessbezogenen Kompetenzen an.

Etwas mehr als die Hälfte (59 %) der Schülerinnen und Schüler konnten die *Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten* richtig einschätzen. Auch hier ist es unabdingbar im Unterricht Erfahrungen mit solchen Inhalten zu ermöglichen, da sich nur in der aktiven Auseinandersetzung mit diesen eine nachhaltige Kompetenzentwicklung vollzieht.

Im **Bereich Raum und Form** lag die durchschnittliche prozentuale Erfüllung mit 59 Prozent weitaus niedriger als im ersten Bereich. Dieser Bereich war bereits im Schuljahr 2012/2013 Gegenstand der Vergleichsarbeit. Die durchschnittliche Lösungshäufigkeit lag damals bei 63 Prozent. Damit liegt die durchschnittliche Lösungshäufigkeit im Schuljahr 2013/2014 nur gering unter der des Vorjahres.

Auffällig im Vergleich zum Vorjahr war im Bereich Raum und Form, dass in der Teilkompetenz *räumliche Beziehungen erkennen, beschreiben und nutzen* eine durchschnittliche Lösungshäufigkeit von etwa 75 Prozent der maximalen Erreichbarkeit und damit eine Steigerung um 10 Prozent zum Vorjahr erzielt wurde. Hingegen wurde in der Teilkompetenz *Eigenschaften der Achsensymmetrie erkennen, beschreiben und nutzen* mit 52 Prozent in diesem Jahr eine um 3 Prozent niedrigere Lösungshäufigkeit erzielt. Die Ergebnisse in der Teilkompetenz *Flächeninhalt vergleichen, messen und untersuchen* mit einer um 40 Prozent niedrigeren Lösungshäufigkeit als im Vorjahr (79 %, KS 1) müssen im Zusammenhang mit den erhöhten Kompetenzanforderungen der Aufgaben im Schuljahr 2013/2014 (39 %, KS 2, 3) betrachtet werden.

Kompetenzen im Bereich der ebenen Geometrie, insbesondere zu ebenen Figuren, zu Flächeninhalten und Umfang sowie zum Erkennen, Herstellen und Nutzen von Achsensymmetrien sollten in diesem Zusammenhang weiterhin vertieft werden und gemeinsam mit den allgemeinen mathematischen Kompetenzen, hier besonders dem Darstellen, im Unterricht gefördert werden.

Weiterhin ist es primäre Aufgabe im Mathematikunterricht der Grundschule, die inhaltsbezogenen und die prozessbezogenen Kompetenzen gemeinsam, kontinuierlich und in ausgewogenem Verhältnis zu entwickeln. Dabei kann es nicht darum gehen den Kindern vereinzelt oder phasenweise bestimmte Aufgaben darzubieten, um sie auf Vergleichsarbeiten oder Tests vorzubereiten, sondern darum, eine Unterrichtskultur zu entwickeln, die den Schülerinnen und Schülern in allen Stunden Gelegenheiten bietet, auf ihrem Niveau mathematisch tätig zu sein und ihnen so Lernerfolge ermöglicht und ihre Leistungsentwicklung fördert. Ebenso sind die Entwicklung der Lesekompetenz im Allgemeinen und das „mathematische Lesen“ im Besonderen nach wie vor nicht zu vernachlässigen, um Verständnisprobleme von Beginn an auszuschließen.

5 Anhang

5.1 Kompetenzstufenmodell

Für das Fach Mathematik in der Primarstufe liegt ein Kompetenzstufenmodell⁴ vor, das fünf hierarchisch angeordnete Kompetenzstufen umfasst. Die Kompetenzstufen beginnen bei der Beschreibung von mathematischen Basiskompetenzen und gehen bis zur Identifizierung eines elaborierten und souveränen Umgangs mit Mathematik in der Primarstufe (vgl. Reiss & Winkelmann 2008; 2009). Das Modell ist übergreifend und umfasst alle in den Bildungsstandards ausgewiesenen mathematischen Leitideen. Es ermöglicht daher auf breiter Basis die Interpretation der mathematischen Kompetenz von Schülerinnen und Schülern am Ende der vierten Jahrgangsstufe.

5.2 Beschreibung der Kompetenzstufen

Im Folgenden werden die Stufen des globalen Modells kurz beschrieben.

Kompetenzstufe I: technische Grundlagen (Routineprozeduren auf Grundlage einfachen begrifflichen Wissens)

Schülerinnen und Schülern auf Kompetenzstufe I sind einfache mathematische Begriffe und Prozeduren bekannt und sie können diese in einem innermathematischen Kontext beziehungsweise in einem aus dem Alltag vertrauten oder gut geübten Kontext korrekt reproduzieren. Im Einzelnen werden die Grundaufgaben des kleinen Einpluseins und Einmaleins beherrscht und bei mündlichen, halbschriftlichen und schriftlichen Rechenverfahren genutzt, wenn die Aufgabenstellungen keine besonderen Schwierigkeiten aufweisen. Darüber hinaus werden sie auch in sehr einfachen Sachsituationen korrekt angewendet. Außerdem können Zahlen in Bezug auf ihre Größe verglichen und Zahldarstellungen in Stellentafeln insbesondere im Tausenderraum sicher gelesen werden. Grundlegende Begriffe der ebenen Geometrie (z. B. Kreis, Quadrat, Dreieck) werden bei prototypischen Darstellungen richtig verwendet. Sehr einfache Folgen und Muster können fortgesetzt werden. Gängige Größeneinheiten (z. B. m, km, kg) können gut vertrauten Repräsentanten zugeordnet werden. Auch einfache Größenvergleiche werden geleistet. Einfachen, klar strukturierten Diagrammen, Schaubildern und Tabellen mit Bezug zur Lebenswirklichkeit können unmittelbar ersichtliche Daten entnommen werden. Umgekehrt können einfache Informationen in eine Tabelle eingetragen werden. Es gelingt, sehr einfache und sehr anschauliche Zufallsexperimente in Bezug auf Gewinnchancen zu vergleichen.

⁴ Nicole Haag, Hans Anand Pant, Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen an der Humboldt-Universität zu Berlin: Vergleichsarbeiten 2014, 3. Jahrgangsstufe Mathematik, Technischer Bericht

**Kompetenzstufe II: einfache Anwendungen von Grundlagenwissen
(Routineprozeduren in einem klar strukturierten Kontext)**

Schülerinnen und Schüler mit Mathematikkompetenzen auf der Kompetenzstufe II können Grundlagenwissen in einfachen, klar strukturierten und bekannten Anwendungen nutzen. So werden Aufgaben zur Addition, Subtraktion und Multiplikation halbschriftlich und schriftlich durchgeführt, wobei auch Überschlagsrechnungen geleistet und Größenordnungen von Ergebnissen korrekt erkannt werden. Außerdem wird die Struktur des Dezimalsystems genutzt, Gesetzmäßigkeiten werden erkannt und bei der Fortsetzung einfacher Zahlenfolgen, beim strukturierten Zählen und systematischen Probieren berücksichtigt. Grundbegriffe der räumlichen Geometrie (z. B. Würfel) werden korrekt verwendet, wenn diese einen Bezug zum Alltag haben. Einfache räumliche Gebilde werden in ihren strukturellen Eigenschaften gesehen und räumliche Beziehungen zur Lösung einfacher Probleme genutzt. Dabei werden einfache Lagebeziehungen auch dann korrekt erkannt, wenn hierfür die Perspektive einer anderen Person einzunehmen ist. Auch komplexere geometrische Muster und Zahlenreihen werden in ihrer Struktur erkannt und fortgesetzt. Es können einfache Sachaufgaben gelöst werden. Aus dem Alltag vertraute proportionale Zuordnungen werden erkannt und angewendet. Bei einfachem Zahlenmaterial wird das Umwandeln von Größen in gegebene Einheiten auch bei gemischten Größenangaben beziehungsweise einfachen Kommazahlen durchgeführt. Klar strukturierten, auch umfangreicheren Diagrammen, Schaubildern und Tabellen können unterschiedliche Daten entnommen werden. Diese müssen aber in der Regel noch explizit gegeben sein. Umgekehrt können einfache Daten nach gewissen Vorgaben dort auch eingetragen werden. Wesentliche Grundbegriffe aus dem Umfeld von Zufall und Wahrscheinlichkeit wie „sicher“, „unmöglich“ und „wahrscheinlich“ werden korrekt verwendet. Einfache Zufallsexperimente können in Bezug auf Gewinnchancen eingeschätzt werden.

Kompetenzstufe III: Erkennen und Nutzen von Zusammenhängen in einem vertrauten (mathematischen und sachbezogenen) Kontext

Schülerinnen und Schüler, die Kompetenzstufe III erreichen, können das erlernte Wissen flexibel in unterschiedlichen Problemstellungen innerhalb eines vertrauten Kontextes nutzen. Insbesondere wird mit Zahlen und Operationen im curricularen Umfang sicher umgegangen und Überschlagsrechnungen werden auch bei großen Zahlen sicher durchgeführt. Strukturelle Aspekte werden zumindest bei gut geübten Inhalten gesehen und können kommuniziert werden. Dies gilt auch für Inhalte der Geometrie, wobei etwa zwischen verschiedenen Darstellungsformen einer Figur vermittelt werden kann. Beispielsweise werden beim Umgang mit Netzen ebene und räumliche Informationen aufeinander bezogen. Weiterhin sind Grundlagen geometrischer Abbildungen verfügbar, sodass insbesondere einfache Achsenspiegelungen durchgeführt werden können. Zahlenfolgen, die nach komplexeren Regeln aufgebaut sind, können fortgesetzt und fehlerhafte Zahlen in überschaubaren Zahlenfolgen gegebenenfalls identifiziert werden. Einfache Sachsituationen werden modelliert und die damit verbundenen Problemstellungen gelöst. Proportionale Zuordnungen werden sicher genutzt. Der Umgang mit Größen ist flexibel und berücksichtigt – etwa bei Uhrzeiten – spezielle Eigenschaften der Größenbereiche. Hierbei wird auch die Kommaschreibweise korrekt verwendet. Darüber hinaus können in Größenbereichen den gängigen Einheiten geeignete Repräsentanten zugeordnet werden. Daten und Informationen können in bekanntem Kontext flexibel dargestellt werden. Dabei gelingt auch der Umgang mit großen Zahlen. Diagrammen können Informationen entnommen werden, die nicht direkt ablesbar sind, sondern erschlossen oder berechnet werden müssen. Der Informationsgehalt einfacher Diagramme kann explizit beurteilt werden. Bei nicht allzu komplexen Zufallsexperimenten werden Gewinnchancen korrekt eingeschätzt und begründet.

Kompetenzstufe IV: sicheres und flexibles Anwenden von begrifflichem Wissen und Prozeduren im curricularen Umfang

Schülerinnen und Schüler auf Kompetenzstufe IV wenden auch in einem wenig vertrauten Kontext mathematisches Wissen sicher an. Sie beschreiben eigene Vorgehensweisen korrekt, verstehen und reflektieren die Lösungswege anderer Kinder und beherrschen das Rechnen im curricularen Umfang in allen Varianten sicher. Zahldarstellungen in Stellenwerttafeln können auch bei sehr großen Zahlen (also im Zahlenraum bis zu einer Million) nach Vorschrift selbstständig manipuliert und systematisch verändert werden. Begriffe der ebenen und räumlichen Geometrie werden flexibel verwendet und geometrische Aussagen können hinterfragt und diskutiert werden. Auch bei komplexen Zahlenmustern wird die dahinterliegende Regel

erkannt und das Muster korrekt fortgesetzt. Das Rechnen mit Größen ist sicher und flexibel und umfasst insbesondere auch Näherungs- und Überschlagsrechnungen. Modellierungsaufgaben werden selbst dann gelöst, wenn sie nicht unmittelbar auf einfachen Alltagserfahrungen basieren. Informationen aus unterschiedlichen Quellen können in einen Zusammenhang gestellt und in Modellierungsaufgaben selbstständig verwendet und manipuliert werden. Komplexere Zufallsexperimente werden angemessen beurteilt, mögliche Ergebnisse werden korrekt bestimmt.

Kompetenzstufe V: Modellierung komplexer Probleme unter selbstständiger Entwicklung geeigneter Strategien

Schülerinnen und Schüler auf der höchsten Kompetenzstufe bearbeiten mathematische Problemstellungen in allen Inhaltsbereichen auch in einem unbekanntem Kontext angemessen, sicher und flexibel. Dabei werden auf hohem Niveau geeignete Strategien angewendet, sinnvolle Bewertungen abgegeben oder Verallgemeinerungen geleistet. Umfangreiches curricular verankertes Wissen wird auch in ungewohnten Situationen flexibel genutzt. Das Vorgehen kann nachvollziehbar kommuniziert und begründet werden. Mathematische Argumentationen werden angemessen bewertet. Komplexe Sachsituationen werden modelliert und bearbeitet, selbst wenn besondere Schwierigkeiten wie die Verwendung von Tabellen, der Umgang mit zusammengesetzten Größen oder das Rechnen mit Zahlen in Kommaschreibweise auftreten. Es können auch ungewohnte funktionale Zusammenhänge analysiert und genutzt werden. Die Lösung von Aufgaben gelingt auch dann, wenn sie ein hohes Maß an räumlichem Denken oder entsprechenden analytischen Fähigkeiten voraussetzt. Der Umgang mit Daten ist genauso wie die mathematische Aufbereitung von Zufallsexperimenten durch selbstständiges Arbeiten geprägt.