SACHSEN-ANHALT

Landesinstitut für Schulqualität
und Lehrerbildung (LISA)

ANREGUNGEN ZUR SCHUL- UND UNTERRICHTSENTWICKLUNG 4/2016

AUSWERTUNGSBERICHT DER ZENTRALEN KLASSENARBEIT 6 IM FACH MATHEMATIK

Schuljahr 2015/2016

Grundschule
Sekundarschule
Gemeinschaftsschule
Gesamtschule
Gymnasium
Fachgymnasium
Förderschule
Berufsbildende Schule

ALLGEMEINES

Seit dem Schuljahr 2004/2005 wurden im Schuljahrgang 6 zentrale Klassenarbeiten auf der Grundlage der Rahmenrichtlinien Gymnasium für das Fach Mathematik geschrieben. Ihr Hauptziel ist, das angestrebte Bildungsniveau bereits zu einem frühen Zeitpunkt in der Schullaufbahn an überschulischen Maßstäben zu messen.
Die zentrale Klassenarbeit wurde im Fach Mathematik im Schuljahr 2015/2016 verbindlich durchgeführt und benotet. Gemäß der fachdidaktischen Konzeption wurden etwa zu einem Drittel Aufgaben zum Überprüfen der Solidität grundlegender mathematischer Kompetenzen gestellt. Für die Überprüfung dieser grundlegenden mathematischen Kompetenzen wurde die Behandlung der Themen 1 bis 6 der Rahmenrichtlinien aus der didaktischen Einheit der Schuljahrgänge 5 und 6 vorausgesetzt. Mit einem Anteil von zwei Dritteln bildete das vorab angekündigte „Thema 8: Dreiecke, Vierecke und Körper" den Schwerpunkt in Bezug auf inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen.
In ihrer Gesamtheit stellten die Aufgaben vielfältige und differenzierte Anforderungen. Die Anforderungsbereiche I, II und III waren im Ganzen annähernd im Verhältnis von BE (AFB I) : BE (AFB II) : BE (AFB III) = 30 : 50 : 20 realisiert. Die Überprüfung eines breiten Spektrums der allgemeinen mathematischen Kompetenzen *Probleme mathematisch lösen*, *mathematisch modellieren*, *mathematisch argumentieren und kommunizieren* sowie *mathematische Darstellungen und Symbole verwenden* war den Aufgaben immanent.
Die Arbeitszeit betrug 45 Minuten. Die Aufgaben wurden den Schülerinnen und Schülern in Form von Arbeitsblättern vorgelegt. Zugelassene Hilfsmittel waren Lineal, Zirkel, Winkelmesser, Dreieck oder Geodreieck.

ERGEBNISSE IM ÜBERBLICK

Für die Auswertung der zentralen Klassenarbeit wurde auf dem Bildungsserver eine elektronische Erfassungshilfe bereitgestellt. Die Aufnahme der schulbezogenen aggregierten Ergebnisse erfolgte in einem Online-Verfahren. Grundlage für die vorliegenden Ergebnisübersichten sind die Ergebnisse von 7.112 Schülerinnen und Schülern aus 80 Gymnasien und Gesamtschulen.

Notenbezogene Resultate

In Tabelle 1 sind die notenbezogenen Ergebnisse im Überblick dargestellt.

Noten	1	2	3	4	5	6
Halbjahresnote (in %)	7,7	36,0	37,2	16,4	2,6	0,2
ZKA 6 (in %)	4,9	20,3	30,4	31,8	11,8	0,8

Tab. 1: Prozentuale Verteilung der Halbjahresnoten und Noten in der zentralen Klassenarbeit Mathematik (Abweichungen zu 100 % ergeben sich durch Runden von Teilergebnissen).

Der Tabelle 1 ist zu entnehmen, dass circa ein Viertel der Schülerinnen und Schüler sehr gute oder gute Ergebnisse in der zentralen Klassenarbeit erzielten. Etwa ein Achtel der Schülerinnen und Schüler erreichten nicht mindestens ausreichende Ergebnisse in der zentralen Klassenarbeit. Der Landesmittelwert für die Noten der zentralen Klassenarbeit Mathematik betrug 3,28.

Bei den Halbjahresnoten in Mathematik im Schuljahrgang 6 wurde in den erfassten Schulen ein Landesmittelwert von 2,71 erreicht. Der Anteil der nicht mindestens ausreichenden Ergebnisse betrug 2,8 %. Die Halbjahresnoten 1 und 2 wurden von 43,7 % der Schülerinnen und Schüler erreicht.

Die Ergebnisse der zentralen Klassenarbeit im Fach Mathematik schwankten zwischen 2,22 und 4,13 (vgl. Abbildung 1). Die Hälfte aller erfassten Schulen (Box) hatten Notendurchschnitte von 3,19 bis 3,47. Jeweils 25 % aller erfassten Schulen erzielten Ergebnisse von 2,22 bis 3,19 beziehungsweise von 3,47 bis 4,13. Die Halbjahresnoten im Schuljahrgang 6 streuten von 2,15 bis 3,11 und die Hälfte der erfassten Halbjahresnoten lag zwischen 2,52 und 2,89.

Bei der Interpretation der Daten ist zu beachten, dass sich die Halbjahresnoten und die Noten der zentralen Klassenarbeit auf unterschiedliche Kompetenzüberprüfungen beziehen.

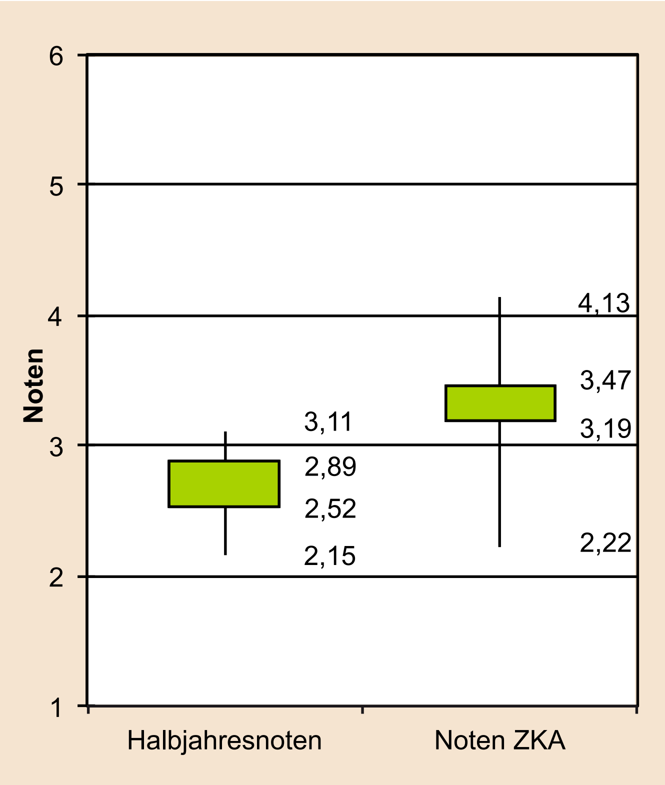

Abb. 1: 100 %-Perzentilbänder der Halbjahresnoten und Noten der zentralen Klassenarbeit im Fach Mathematik (Schulmittelwerte)

Aufgabenbezogene Landesergebnisse

Aufgabe 1: Grundlegende mathematische Kompetenzen
Die Tabelle 2 zeigt die in Aufgabe 1 erzielten Erfüllungsprozentsätze und die Einordnung in die Anforderungsbereiche.

Aufgabe	Kurzbeschreibung Kompetenz	AFB			EFP
		I	II	III	
1a-1	gebrochene Zahlen dividieren	1			69 %
1a-2	gebrochene Zahlen multiplizieren und addieren	1			56 %
1b	Dezimalzahlen subtrahieren		1		60 %
1c	gebrochene Zahl runden	1			60 %
1d	mit Größen rechnen		1		91 %
1e-1	Winkel zeichnen	1			56 %
1e-2	Winkelart angeben	1			72 %
1f	Symmetrie erkennen und Symmetrieachsen einzeichnen	1			64 %

Tab. 2: Erfüllungsprozentsätze (Landesmittelwerte) in Aufgabe 1

Die Erfüllungsprozentsätze streuen in Aufgabe 1 zwischen 56 % (Aufgaben 1a-2 und 1e-1) und 91 % (Aufgabe 1d). Der durchschnittliche Erfüllungsprozentsatz der Aufgabe 1 liegt im Schuljahr 2015/2016 bei 66,1 % und damit unter dem durchschnittlichen Erfüllungsprozentsatz der Aufgabe 1 der letzten verbindlich durchgeführten zentralen Klassenarbeit im Fach Mathematik (74,5 %) im Jahr 2013.
Auffallend ist, dass die durchschnittlichen Erfüllungsprozentsätze der Aufgaben, die den gebrochenen Zahlen zuzuordnen sind (1a bis 1c), zwischen 56 % und 69 % schwanken. Im Durchschnitt konnten in diesen Aufgaben etwas mehr als drei Fünftel der erreichbaren Bewertungseinheiten erteilt werden.
In Tabelle 2 ist auch erkennbar, dass es offenbar eine Diskrepanz hinsichtlich der Kompetenz des Zeichnens eines überstumpfen Winkels (56 %) und der Kompetenz des Identifizierens dieser Winkelart (72 %) gibt.

Die in Tabelle 2 dargestellten Landesmittelwerte geben eine erste Orientierung zur Einordnung der in der eigenen Klasse oder Schule erreichten Ergebnisse. Vertiefende Informationen bieten die in der Abbildung 2 dargestellten aufgabenbezogenen Ergebnisse in Form von 90 %-Perzentilbändern.

Die Abbildungen 2 bis 4 finden Sie auf dem Ergänzungsblatt sowie online unter: http://www.bildung-lsa.de/lisa-kurz-texte

Am Beispiel des Perzentilbandes zur Aufgabe 1a-1 sei exemplarisch erläutert, welche Informationen entnommen werden können (gerundete Werte):

- Die Box gibt an, dass die Hälfte aller Schulen Erfüllungsprozentsätze von 60 % bis 77 % haben.
- 20 % aller Schulen haben Erfüllungsprozentsätze von 45% bis 60 % (untere Antenne).
- Weitere 20 % der Schulen haben Erfüllungsprozentsätze von 77 % bis 87 % (obere Antenne).
- Jeweils 5 % der Schulen liegen mit ihren Erfüllungsprozentsätzen unter- bzw. oberhalb der Antennen.

Das Perzentilband gibt im Unterschied zur isolierten Angabe eines Erfüllungsprozentsatzes auch Auskunft über die Leistungsstreuung der Landesergebnisse. Die Abbildung 2 ermöglicht die Verortung der klassen- bzw. schulbezogenen Ergebnisse in den unteren, mittleren oder oberen Leistungsbereich.

Aufgaben 2 bis 7: Aufgaben zum Schwerpunkt der ZKA
Die Tabelle 3 zeigt die zur Bewältigung der Teilaufgaben notwendigen Kompetenzen in Kurzform, die durchschnittlich erreichten Erfüllungsprozentsätze (Landesmittelwerte) und die Einordnung der Aufgaben 2 bis 7 in die Anforderungsbereiche.

Aufgabe	Kurzbeschreibung Kompetenz	AFB			EFP
		I	II	III	
2a	Planfigur anfertigen, Dreieck konstruieren	3			71 %
2b	Eigenschaft von gleichschenkligen Dreiecken identifizieren		1		68 %
3a	Innenwinkel eines Dreiecks ermitteln		2		68 %
3b	Seitenlänge eines Fünfecks bei vorgegebenem Umfang ermitteln		1		78 %
4a	Koordinaten eines Punktes ablesen	1			88 %
4b	Punkte A, B und C so ergänzen, dass ein Parallelogramm ABCD entsteht		1		80 %
4c	Eigenschaften von Parallelogrammen bei der Begründung der Kongruenz von Dreiecken anwenden			2	56 %
5	Summe aller Kantenlängen eines Quaders ermitteln		2		61 %
6a	Volumen eines Quaders berechnen		3		51 %
6b	Wasserhöhe ermitteln			2	33 %
7a	Volumen einer dreischichtigen Würfelpyramide berechnen		2		37 %
7b	Entstehung einer fünfschichtigen Würfelpyramide als zusammengesetzten Körper erkennen und Würfelanzahl ermitteln			2	37 %

Tab. 3: Erfüllungsprozentsätze (Landesmittelwerte) in den Aufgaben 2 bis 7

In Tabelle 3 ist erkennbar, dass die Erfüllungsprozentsätze zwischen 33 % (Aufgabe 6b, AFB III: Wasserhöhe ermitteln) und 88 % (Aufgabe 4a, AFB I: Koordinaten eines Punktes ablesen) streuen. Auch innerhalb der Anforderungsbereiche treten Unterschiede in den Erfüllungsprozentsätzen auf.
Die Erfüllungsprozentsätze der Aufgaben 6b, 7a und 7b zum Thema „Körper" liegen unter 40 %.

Mithilfe der in den Abbildungen 3 und 4 dargestellten 90 %-Perzentilbänder für die Aufgaben 2 bis 7 lassen sich die schulischen Erfüllungsprozentsätze im Vergleich zu den Landesergebnissen einordnen.
In Abbildung 3 ist zu erkennen, dass die schulischen Erfüllungsprozentsätze der Aufgaben, die den Umgang mit Dreieck, Viereck und Fünfeck zum Gegenstand haben, im mittleren und oberen Leistungsbereich oberhalb von 60 % liegen. Geringer ist der Erfüllungsprozentsatz bei Teilaufgabe 4c, in der die Schülerinnen und Schüler entscheiden und begründen müssen, ob zwei Dreiecke zueinander kongruent sind (56 %). Hier ist zu beachten, dass diese Aufgabe im Anforderungsbereich III verortet ist.

Ein anderes Bild ergibt sich bei der Darstellung der 90 %-Perzentilbänder für die Aufgaben 5 bis 7. Die überwiegend den Anforderungsbereichen II und III zugeordneten Aufgaben zum Thema „Körper" haben im Durchschnitt einen Erfüllungsprozentsatz von unter 50 %.

Die Aussagekraft der Perzentilbänder wird anhand der Teilaufgaben 7a und 7b illustriert. Beide Aufgaben weisen jeweils einen Erfüllungsprozentsatz von 37 % auf. Mithilfe der 90 %-Perzentilbänder ist zu erkennen (vgl. Abbildung 4), dass die Erfüllungsprozentsätze unterschiedlich stark streuen. Erreichte die Hälfte aller erfassten Schulen in Teilaufgabe 7a Erfüllungsprozentsätze von 29 % bis 43 %, so sind dies in Teilaufgabe 7b 32 % bis 42 % (gerundete Werte). Ferner wird deutlich, das in Teilaufgabe 7a die Streuung im unteren und oberen Leistungsbereich größer ist als in Teilaufgabe 7b. Dass in Teilaufgabe 7a mehr Schülerinnen und Schüler Ergebnisse im mittleren Leistungsbereich (der Box) erzielten, als in Teilaufgabe 7b, liegt möglicherweise daran, dass die Teilaufgabe 7b in einem höheren Maße von den unterrichtlichen Voraussetzungen abhängig ist, als die Teilaufgabe 7a, die eine Volumenberechnung zum Gegenstand hat.

HINWEISE ZUR WEITERARBEIT

Die Analyse der mit diesem Auswertungsbericht vorliegenden Landesergebnisse ermöglicht die Einordnung der Ergebnisse zur Lokalisierung von Stärken und Schwächen auf Schul-, Klassen- und Individualebene. Dabei sollte die Einordnung der Schülerleistungen vor dem Hintergrund der schul- und klassenspezifischen Gegebenheiten (z. B. schulinterne Planung, Zusammensetzung der Schülerschaft, Schulorganisation, eigene Unterrichtsarbeit) geschehen, um über mögliche Ursachen zu diskutieren und Ansatzpunkte für entsprechende Maßnahmen herauszuarbeiten. Die in der zentralen Klassenarbeit 2016 vorkommenden Aufgaben bieten Anknüpfungspunkte für die Gestaltung und Weiterentwicklung eines kompetenzorientierten Mathematikunterrichts. Sie sollen Anstoß für eine fachdidaktische Diskussion und Kooperation in den Kollegien und Fachschaften vor Ort geben.

Die noten- und aufgabenbezogenen Landesergebnisse der zentralen Klassenarbeit Mathematik 2016 belegen, dass Schülerinnen und Schüler in einigen Bereichen noch über Reserven hinsichtlich ihres Standes der Kompetenzentwicklung verfügen. Im Folgenden werden deshalb exemplarisch Möglichkeiten aufgezeigt, wie die Aufgaben zu einer kompetenzfördernden und lernwirksamen Gestaltung des Mathematikunterrichts beitragen können.

Grundlegende mathematische Kompetenzen sichern – Voraussetzung für erfolgreiches Weiterarbeiten im Mathematikunterricht

Etwa zu einem Drittel wurden in dieser Arbeit Aufgaben zum Überprüfen der Solidität grundlegender mathematischer Kompetenzen gestellt (Aufgabe 1). Bisweilen waren auch Inhalte Gegenstand dieser Aufgaben, die unverzichtbare Grundlage für das Erwerben und Entwickeln mathematischer Kompetenzen im Mathematikunterricht in den folgenden Schuljahren sind. Die Ergebnisse weisen darauf hin, dass Schülerinnen und Schüler in diesem Bereich intensiv gefördert werden müssen. Die in der zentralen Klassenarbeit eingesetzten Aufgaben eignen sich u. a. zum Einsatz im Rahmen von Täglichen Übungen, um

- das Ausgangsniveau für das Erlernen neuer Unterrichtsinhalte zu sichern und
- länger zurückliegende Inhalte zu wiederholen und wachzuhalten.

Damit können diese Aufgaben zum integralen Bestandteil eines Mathematikunterrichts werden, der die in den Bildungsstandards für das Fach Mathematik ausgewiesenen zu erreichenden Ziele im Blick hat.
Eine Analyse der Einzelaufgaben hilft, die Ursachen für die zum Teil niedrigen Erfüllungsprozentsätze – auch in den dem Anforderungsbereich I zugeordneten Aufgaben – zu eruieren. In Aufgabe 1a-2 muss ein Rechenausdruck, in dem mehrere gebrochene Zahlen und Operationen vorkommen, berechnet werden. Um mögliche Ursachen ausmachen zu können, kann der Rechenausdruck recht leicht modifiziert werden, in dem

- zunächst nur einschrittige Rechenausdrücke unter Verwendung einer Operation vorkommen oder
- Rechenausdrücke ohne voriges ineinander umwandeln von gemeinen Brüchen, Dezimalbrüchen oder gemischten Zahlen auftreten.

Die bereits oben aufgezeigten Diskrepanzen hinsichtlich der landesweiten Erfüllungsprozentsätze zwischen dem Zeichnen eines Winkels und dem Angeben der Winkelart können Anlass dafür sein, Winkel, Winkelgrößen und Winkelarten stärker in den Fokus zu nehmen. Dazu eignen sich neben den Identifikationsaufgaben auch Aufgaben, die das Zeichnen oder Skizzieren von Winkeln thematisieren, um eine sinntragende Vorstellung der Winkelarten zu entwickeln.

Auf gute Ergebnisse aufbauen: Ebene Figuren

Die in den Aufgaben 2 (Dreieck) und 3 (Fünfeck) sowie in den Teilaufgaben 4a und 4b (Koordinatensystem) erreichten Ergebnisse belegen, dass die gezeigten Schülerleistungen den Anforderungen bisweilen gut entsprechen. In der Unterrichtsarbeit ist insbesondere der Teil der Schülerinnen und Schüler zu fördern, die bei der Bewältigung solcher Aufgaben noch Probleme haben.

Begründungsaufgaben stärker thematisieren

In der dem Anforderungsbereich III zugeordneten Teilaufgabe 4c, die einen Erfüllungsprozentsatz von 56 % aufweist, wenden die Schülerinnen und Schüler ihre Kenntnisse über die Eigenschaften von Parallelogrammen bei der Begründung der Kongruenz von Dreiecken an. In Abhängigkeit von den unterrichtlichen Voraussetzungen sind in dieser Aufgabe ganz und gar verschiedene Begründungen möglich. Das Ergebnis sollte Anlass dafür sein, Begründungsaufgaben im Mathematikunterricht stärker zu berücksichtigen.

Auf den Umgang mit Folgefehlern und die Vielfalt von Lösungsansätzen wird im Ergänzungblatt eingegangen.

AUSBLICK – WEITERENTWICKELTES KONZEPT FÜR DIE ZENTRALE KLASSENARBEIT 6 FÜR 2017

Die zentrale Klassenarbeit im Fach Mathematik wird am 2. Juni 2017 auf freiwilliger Basis durchgeführt. Grundlage für die Konzeption sind alle Kompetenzschwerpunkte der didaktischen Einheit der Schuljahrgänge 5 und 6. Mit einem Umfang von 10 von insgesamt 30 Bewertungseinheiten werden Aufgaben zum Überprüfen von mathematischen Grundwissen und Grundkönnen gestellt. Die Anforderungsbereiche werden über die Aufgaben in ausgewogenem Verhältnis repräsentiert. Der Schwerpunkt liegt im Anforderungsbereich II. Die Arbeitszeit beträgt 45 Minuten.

Als Hilfsmittel sind zugelassen: Lineal, Winkelmesser, Dreieck oder Geodreieck, Zirkel. /3/

Signalworte (Operatoren) für Arbeitsaufträge im Mathematikunterricht
Die Übersicht über Signalworte für die Formulierung von Aufgaben im Fach Mathematik wurde überarbeitet und ist auf dem Landesbildungsserver bereitgestellt. Auf der Grundlage der überarbeiteten Signalwortliste wird auch eine Musterserie zum weiterentwickelten Konzept erscheinen.

Mehr Informationen finden Sie auf dem Bildungsserver unter: http://tinyurl.com/signalworte

Quellen:
/1/ Zentrale Klassenarbeiten im 6. Schuljahrgang – Hinweise zum Ziel und zur Konzeption. Nichtamtlicher Text (SVBl. LSA Nr. 5 vom 21.05.2007)
/2/ Kultusministerium des Landes Sachsen-Anhalt. Fachlehrplan Mathematik Gymnasium/Fachgymnasium. Magdeburg. 2015.
/3/ Schreiben des Ministeriums für Bildung des Landes Sachsen-Anhalt vom 24. August 2016 an die Schulleiterinnen und Schulleiter der Gymnasien und Gymnasialzweige der Kooperativen Gesamtschulen

Impressum
Herausgeber: Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (LISA)
Autor: Thomas Gyöngyösi

Alle bisher erschienenen Informationsblätter finden Sie auch auf dem Bildungsserver Sachsen-Anhalt unter: www.bildung-lsa.de/lisa-kurz-texte

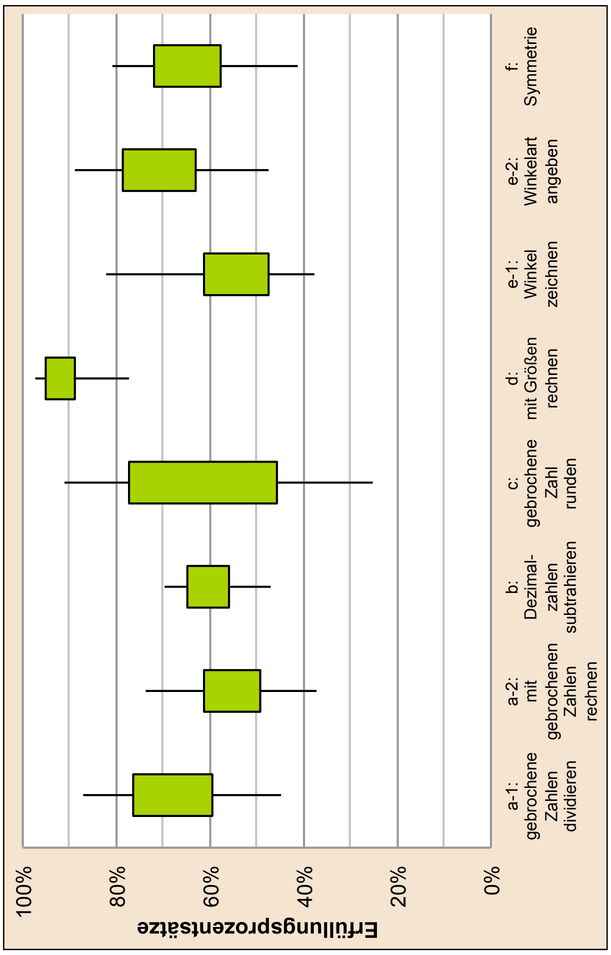

Abbildung 2: **90 %-Perzentilbänder für die Aufgabe 1**

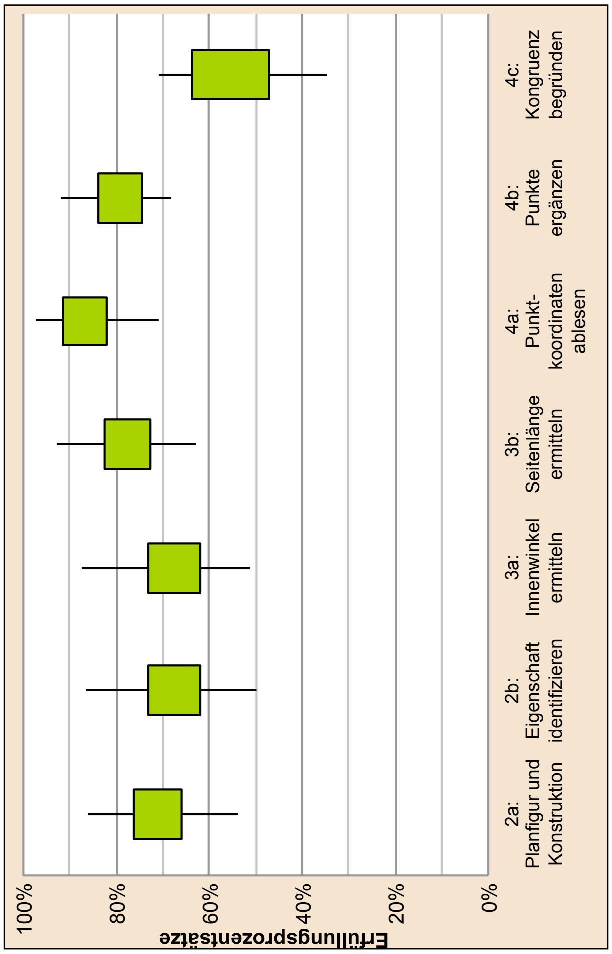

Abbildung 3: **90 %-Perzentilbänder für die Aufgaben 2 bis 4**

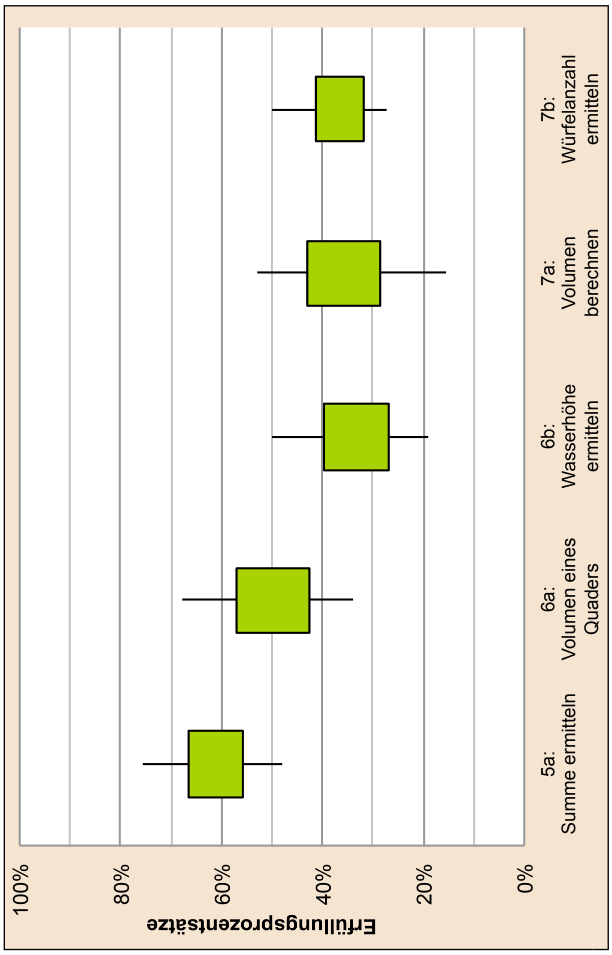

Abbildung 4: **90 %-Perzentilbänder für die Aufgaben 5 bis 7**

KOMMENTIERUNG DER AUFGABE 6

Am Beispiel der Aufgabe 6 wird detaillierter auf den Umgang mit Folgefehlern und auf die Vielfalt von Lösungsansätzen eingegangen.
Die Aufgabe 6 ist in den übergeordneten Kontext „Aquarium“ eingeordnet. Die Schülerinnen und Schüler haben den Auftrag

- das Volumen eines Quaders in einer Sachsituation zu erkennen und zu berechnen (Teilaufgabe 6a) sowie
- die Wasserhöhe im Aquarium nach einem weiteren Füllvorgang zu ermitteln (Teilaufgabe 6b).

Die Teilaufgabe 6a ist dem Anforderungsbereich II zuzuordnen, da ein weitgehend bekannter Sachverhalt (Berechnung des Volumens eines Quaders) mit komplexerem Informationsgehalt („Dieses Aquarium ist bis 20 cm über dem Boden des Aquariums mit Wasser gefüllt.“) zum Gegenstand gemacht wird, der einen mehrschrittigen Lösungsweg erfordert. Die Teilaufgabe 6b wird hingegen dem Anforderungsbereich III zugeordnet, da ein Sachverhalt in einem wenig vertrauten Kontext dargestellt wird, der eine selbstständige Entwicklung komplexer Lösungen vermittels verschiedener Heurismen und Verfahren erfordert.

Umgang mit Folgefehlern

Die Aufgabe 6 wird der Forderung gerecht, dass die Teilaufgaben so unabhängig voneinander sind, dass eine Fehlleistung in einer Teilaufgabe die weitere Bearbeitung nicht erschwert. Die vorgesehene Anzahl der Bewertungseinheiten darf in Teilaufgabe 6b erteilt werden, wenn es trotz einer nicht korrekten Lösung in Teilaufgabe 6a

- nicht zu einer im Wesentlichen vereinfachten Darstellung einer Lösung kommt oder
- ein nicht sinnvolles oder unreflektiertes Endergebnis angegeben wird.

Die Vielfalt von Lösungsansätzen aufzeigen und diskutieren

Die Vielfalt von Lösungen sollte Gegenstand im Mathematikunterricht sein. In Abhängigkeit der im Unterricht eingesetzten Lösungsansätze ist es möglich, unterschiedliche Kompetenzen bei den Schülerinnen und Schülern zu entwickeln. Am Beispiel der Teilaufgabe 6b wird illustriert, welche Lösungsansätze im Unterricht thematisiert werden können. Gleichzeitig wird daran auch anschaulich deutlich, dass nicht alle Lösungsansätze auf der Lösung der Teilaufgabe 6a fußen und damit die Teilaufgaben entkoppelt sind. Alle Herangehensweisen haben gemeinsam, dass sie die allgemeine mathematische Kompetenz *Probleme mathematisch lösen* erfordern, sodass mittels der Aufgabe 6b diese mathematische Kompetenz im Besonderen entwickelt werden kann. Vor allem das verwendete Signalwort „Ermitteln“ lässt vielfältige Lösungswege zu, da es auf das Ergebnis unter Darstellung des Vorgehens bei freier Wahl eines Lösungsverfahrens abzielt. Es ermöglicht vielfältige Lösungsansätze und aktiviert unterschiedliche Kompetenzen.

Lösungsansatz 1: Vergleich der Volumina
Wird unter Nutzung von Rechenvorteilen das Volumen des Wassers im Aquarium in Teilaufgabe 6a korrekt berechnet, so kann die Wasserhöhe im Aquarium nach einem Füllvorgang mit weiteren 14 Eimern Wasser zu je 4 Liter geschlussfolgert werden. Dazu muss das Volumen des hinzukommenden Wassers vermittels $V = 14 \cdot 4\,l = 56\,l$ berechnet werden. In Verbindung mit dem Resultat aus Teilaufgabe 6a folgt, dass die Wasserhöhe im Aquarium nun 40 cm betragen muss. Der für die Schülerinnen und Schüler didaktisch vereinfachte Sachzusammenhang kann zum Anlass genommen werden, um über das Ergebnis zu reflektieren. So kann zum Beispiel das Thema *Oberflächenspannung des Wassers* propädeutisch aufgegriffen werden.

Lösungsansatz 2: Verhältnisgleichung
Ist x die Maßzahl des Volumens des im Aquarium befindlichen Wassers, so gilt:

$$\frac{x\,l}{(x+56)\,l} \mathrel{\hat{=}} \frac{20\text{ cm}}{?}$$

Dieser Lösungsansatz zeigt, dass das bereits im Aquarium befindliche Wasser berücksichtigt wird sowie Volumen und Wasserhöhe ins Verhältnis gesetzt werden. Selbst bei nicht korrektem Volumen des Wassers (fehlerhafte Lösung in Teilaufgabe 6a) kann die volle Anzahl an Bewertungseinheiten in Teilaufgabe 6b erteilt werden. Der Fall eines eventuell überlaufenden Aquariums muss im Antwortsatz thematisiert werden, da die Schülerinnen und Schüler ihre Ergebnisse im Kontext prüfen und interpretieren müssen.

Lösungsansatz 3: Rückwärtsrechnen
Unabhängig von der Lösung in Teilaufgabe 6a kann die Wasserhöhe nach dem nochmaligen Füllvorgang durch zweimalige Division ermittelt werden, denn es gilt:
$56000\text{ cm}^3 : 80\text{ cm} = 700\text{ cm}^2$ und $700\text{ cm}^2 : 35\text{ cm} = 20\text{ cm}$
Damit ergibt sich die finale Wasserhöhe durch die Addition der beiden Wasserhöhen mit 40 cm. Dabei ist es gleichgültig, ob in Teilaufgabe 6a das Volumen des Wassers nicht oder nicht richtig berechnet wurde.

Lösungsansatz 4: Vorwärtsrechnen
Gleichwohl kann aber auch vom Produkt der beiden gegebenen Kantenlängen auf die noch unbekannte Wasserhöhe geschlussfolgert werden. Denn ist x die unbekannte Wasserhöhe, so gilt:
$56000\text{ cm}^3 = 80\text{ cm} \cdot 35\text{ cm} \cdot x\text{ cm} = 2800\text{ cm}^2 \cdot x\text{ cm}$
und damit $x = 20$ cm
Zusammen mit der Ausgangswasserhöhe von 20 cm ergibt sich die korrekte Lösung.

Die Aufgabe 6 zeigt, dass die allgemeine mathematische Kompetenz *Probleme mathematisch lösen* in aktiver Auseinandersetzung mit inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen entwickelt werden kann. Diese Aufgabe ist geeignet, vielfältige Teilkompetenzen des Lösens von mathematischen Problemen zu bedienen.