SACHSEN-ANHALT

Kultusministerium

SCHRIFTLICHE ABITURPRÜFUNG 2007

Mathematik
(Grundkursniveau)

Arbeitszeit: 210 Minuten

Es sind die drei Pflichtaufgaben und eine Wahlpflichtaufgabe zu lösen.
Der Prüfling entscheidet sich für eine Wahlpflichtaufgabe.

Die zur Bewertung vorgesehene Wahlpflichtaufgabe ist vom Prüfling anzukreuzen.

☐ Wahlpflichtaufgabe 4.1 ☐ Wahlpflichtaufgabe 4.2

(Unterschrift)

Pflichtaufgaben **Aufgabe 1**
Analysis

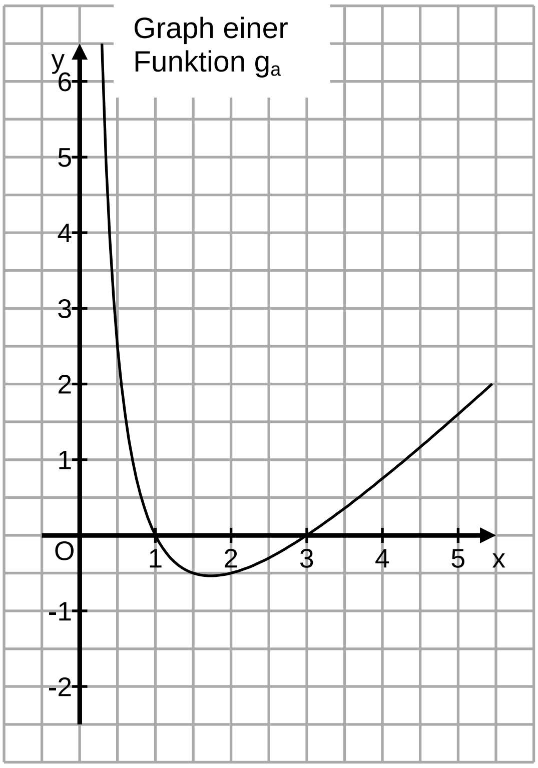
Gegeben sind die Funktion f durch $y = f(x) = x(x-1)(x-3)$, $x \in R, x \geq 0$,

und die Funktionen g_a durch $y = g_a(x) = \frac{ax^2 - 4x + 3}{x}$, $a, x \in R; x > 0$.

a) Ermitteln Sie von der Funktion f die Nullstellen sowie vom Graphen der Funktion f die Lage und Art der lokalen Extrempunkte.

Zeichnen Sie den Graphen der Funktion f im Intervall $0 \leq x \leq 3{,}5$ in das gegebene Koordinatensystem.

b) Die Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion g_a. Von dieser Funktion stimmen die Nullstellen mit genau zwei Nullstellen der Funktion f überein.
Berechnen Sie für diesen Fall den Wert des Parameters a.



Zeigen Sie, dass die Geraden mit der Gleichung $y = ax - 4$ Asymptoten der Graphen der Funktionen g_a sind.

Geben Sie eine Gleichung der Tangente t an den Graphen der Funktion f im Koordinatenursprung an sowie den Wert des Parameters a, für den die Asymptote parallel zur Tangente t verläuft.
Geben Sie die Anzahl der Tangenten an den Graphen der Funktion f an, die parallel zu dieser Asymptote verlaufen.

Die Graphen der Funktionen f und g_1 schneiden einander in genau zwei Punkten. Sie schließen eine Fläche vollständig ein.
Berechnen Sie die Maßzahl des Inhaltes dieser Fläche.

[zur Kontrolle: $G_1(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 3\ln x$
ist Gleichung einer Stammfunktion von g_1.]

c) Weisen Sie nach, dass der Graph einer Stammfunktion von g_1 genau zwei lokale Extrempunkte besitzt.

HINWEIS: Beschriften Sie dieses Aufgabenblatt mit Ihrem Namen und fügen Sie es der Prüfungsarbeit bei.

Pflichtaufgaben **Aufgabe 2**
Analytische Geometrie

In einem kartesischen Koordinatensystem sind gegeben

eine Ebene E durch die Punkte A(–15 | –10 | 2), B(–15 | –35 | 2) und C(9 | –10 | 9)

sowie eine Gerade g durch $\vec{x} = \begin{pmatrix} -18{,}5 \\ -10 \\ 14 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 24 \\ -25 \\ 7 \end{pmatrix}, \quad t \in R.$

a) Ermitteln Sie eine Koordinatengleichung der Ebene E und charakterisieren Sie die Lage dieser Ebene zur x-z-Ebene des Koordinatensystems.

Zeigen Sie, dass die Gerade g parallel zur Ebene E verläuft.

b) Die Punkte A, B und C geben die Lage von drei Berghütten an. Die Gerade g beschreibt den Verlauf eines Weges w auf dem Kamm eines Berges, an dem eine Mobilfunkstation mit gleicher Entfernung zu den Berghütten errichtet werden soll.
Ein derartiger Standort existiert eindeutig und hat die Entfernung von $\frac{25}{2}\sqrt{3}$ Längeneinheiten zu jeder der Berghütten.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes, der die Lage dieses Standortes beschreibt.

Berechnen Sie das Gradmaß des Winkels, unter dem der Weg w zu einem senkrecht zur Horizontalebene (x-y-Ebene) stehenden Mobilfunkmast verlaufen würde.

Pflichtaufgaben

Aufgabe 3
Stochastik

In einer Studie ist ein Mixgetränk durch Jugendliche beurteilt worden. 20 % der Jugendlichen haben das Mixgetränk als *sehr schmackhaft* eingestuft.

a) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass von 100 Jugendlichen höchstens 20 das Mixgetränk als *sehr schmackhaft* einstufen.

Die Anzahl der Jugendlichen unter 100 Jugendlichen, die das Mixgetränk als *sehr schmackhaft* einstufen, werde durch die Zufallsgröße X beschrieben.
Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsgröße X.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zufallsgröße X einen Wert aus dem Intervall $18 \le X \le 23$ annimmt.

Jemand behauptet, dass die Wahrscheinlichkeit $P(18 \le X \le 23)$ größer ist, als die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zufallsgröße X einen Wert aus dem gleichlangen Intervall $12 \le X \le 17$ annimmt.
Begründen Sie, ohne die Wahrscheinlichkeit $P(12 \le X \le 17)$ zu ermitteln, dass diese Behauptung wahr ist.

b) Ermitteln Sie die Mindestanzahl derjenigen Jugendlichen in einer Stichprobe von 200 Jugendlichen, die mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 0,5 das Mixgetränk als *sehr schmackhaft* einstufen.

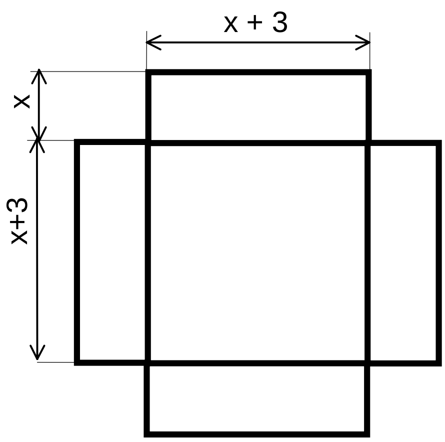
c) Die Aussage der Studie wird angezweifelt. In einem Test werden 50 Jugendliche befragt.
Ermitteln Sie zu der Nullhypothese „Höchstens 10 % der Jugendlichen stufen das Mixgetränk als *sehr schmackhaft* ein“ den größtmöglichen Ablehnungsbereich auf dem Signifikanzniveau $\alpha = 0{,}05$.

Wahlpflichtaufgaben **Aufgabe 4.1**
Analysis

Quaderförmige Behälter (oben offen) sollen hinsichtlich ihres Volumens untersucht werden. Untenstehende Abbildung zeigt ein Netz derartiger Behälter ($x \in D_f$).

Ermitteln Sie eine Funktion f (Zuordnungsvorschrift und Definitionsbereich D_f), die das Volumen dieser Behälter beschreibt und berechnen Sie das Volumen eines solchen Behälters, falls der Inhalt der Grundfläche 16 dm² beträgt.

Zeigen Sie, dass diese Funktion f weder ein lokales Maximum noch ein globales Maximum besitzt.



Maßzahlen in dm

Abbildung (nicht maßstäblich)

Wahlpflichtaufgaben **Aufgabe 4.2**
Analytische Geometrie

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Eckpunkte eines Dreiecks ABC gegeben:

$$A(3 \mid 2),\ B(4 \mid 9) \text{ und } C(1 \mid 8).$$

Zeigen Sie, dass das Dreieck ABC rechtwinklig ist und ermitteln Sie eine Gleichung seines Umkreises k.

Es gibt einen weiteren Punkt C_1 auf dem Kreis k, für den die Inhalte der Flächen der Dreiecke ABC und ABC_1 gleich groß sind.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes C_1.