



SACHSEN-ANHALT

Kultusministerium

SCHRIFTLICHE ABITURPRÜFUNG 2006

Mathematik
(Grundkursniveau)

Arbeitszeit: 210 Minuten

Es sind die drei Pflichtaufgaben und eine Wahlpflichtaufgabe zu lösen.
Der Prüfling entscheidet sich für eine Wahlpflichtaufgabe.

Die zur Bewertung vorgesehene Wahlpflichtaufgabe ist vom Prüfling anzukreuzen.

Wahlpflichtaufgabe 4.1

Wahlpflichtaufgabe 4.2

(Unterschrift)

Pflichtaufgaben

Aufgabe 1
Analysis

Gegeben sind die Funktionen f_a in ihrem größtmöglichen Definitionsbereich durch

$$y = f_a(x) = 3 \cdot \frac{\ln x + a}{x}, \quad a \in \mathbb{R}. \text{ Ihre Graphen seien } G_a.$$

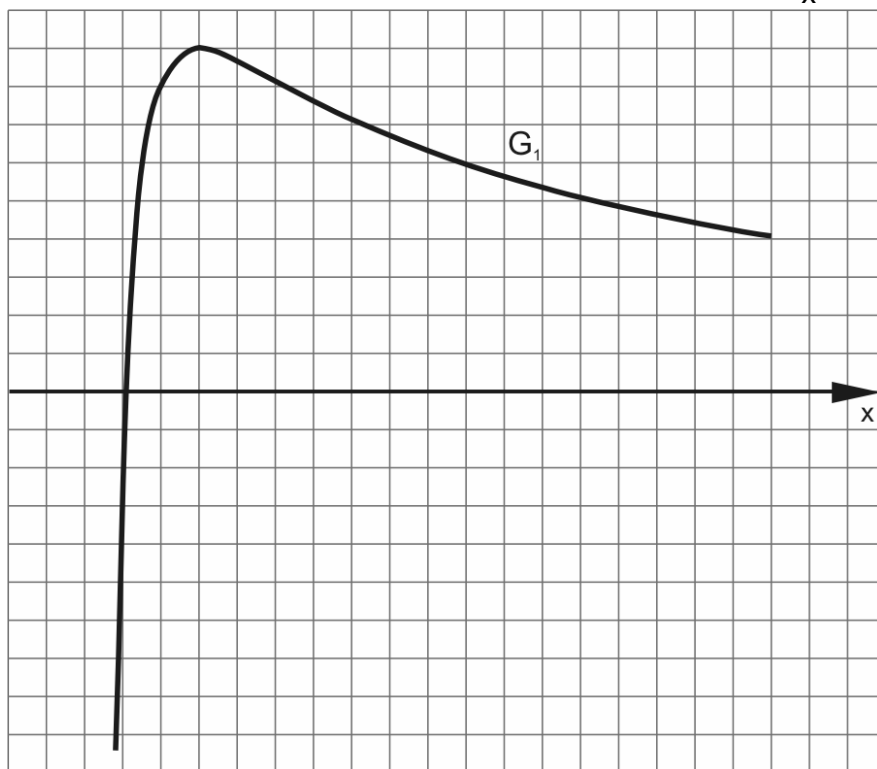
- a) Geben Sie den größtmöglichen Definitionsbereich der Funktionen f_a an.
Ermitteln Sie den Anstieg der Graphen G_a im jeweiligen Schnittpunkt mit der x -Achse.

Zeigen Sie, dass die Punkte $H_a \left(e^{1-a} \mid f_a(e^{1-a}) \right)$ Hochpunkte der Graphen G_a sind und ermitteln Sie eine Gleichung der Ortskurve der Hochpunkte.

[Ergebnis zur Kontrolle: $y = \frac{3}{x}$]

Die Abbildung zeigt den Graphen G_1 in einem unvollständigen kartesischen Koordinatensystem.

Ergänzen Sie in der Abbildung die Ordinateachse, ermitteln Sie die Skalierung der Koordinatenachsen und zeichnen Sie die Ortskurve der Hochpunkte der Graphen G_a ein.



- b) Nennen Sie Schritte zum Ermitteln des Wertebereichs der Funktionen f_a .
- c) Weisen Sie nach, dass $y = F_1(x) = 1,5 \cdot (\ln x)^2 + 3 \cdot \ln x$ Gleichung einer Stammfunktion der Funktion f_1 ist.

Der Graph G_1 , die Ortskurve durch die Hochpunkte der Graphen G_a und die Gerade mit der Gleichung $x = 6$ begrenzen eine Fläche vollständig.
Ermitteln Sie die Maßzahl des Inhaltes dieser Fläche.

Hinweis: Beschriften Sie dieses Aufgabenblatt mit Ihrem Namen und fügen Sie es der Prüfungsarbeit bei.

Pflichtaufgaben

Aufgabe 2
Analytische Geometrie

Ein Werkstück hat die Form eines schiefen Prismas ABCDEFGH, mit Parallelogrammen als Begrenzungsflächen.

Dieses Prisma wird durch die Koordinaten der Eckpunkte

$$A(0 \mid 0 \mid 0), B(-2 \mid 8 \mid 0), C(-11 \mid 14 \mid 0) \text{ und } E(3 \mid 3 \mid 15)$$

in einem kartesischen Koordinatensystem beschrieben; eine Einheit entspricht 1 cm.

- a) Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes D der Fläche ABCD.
Berechnen Sie das Gradmaß des Winkels, den die Kanten \overline{AB} und \overline{AD} einschließen.
Berechnen Sie das Volumen des Werkstücks.
Stellen Sie eine Koordinatengleichung der Ebene auf, in der die Fläche ADHE liegt.
- b) In das Werkstück soll jeweils eine Bohrung senkrecht zur Fläche ABCD vom Punkt $P_1(-3 \mid 8 \mid 0)$ aus und senkrecht zur Fläche ADHE vom Punkt $P_2(-5 \mid 5 \mid 5)$ aus erfolgen. Diese Bohrungen treffen in einem Punkt S aufeinander.
Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes S.

Pflichtaufgaben

Aufgabe 3
Stochastik

Ein Optik-Unternehmen fertigt optische Linsen verschiedener Art in sehr großer Anzahl. Erfahrungsgemäß hat eine Linse mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,98 die geforderte Präzision.

- a) Für Linsensysteme werden jeweils drei Linsen zufällig ausgewählt. Begründen Sie, warum dies als BERNOULLI-Kette angesehen werden kann.

Zeichnen Sie ein Baumdiagramm für diese BERNOULLI-Kette und tragen Sie die Wahrscheinlichkeiten an den einzelnen Zweigen ein.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

- A: Genau eine der ausgewählten Linsen hat nicht die geforderte Präzision.
B: Höchstens eine der ausgewählten Linsen hat nicht die geforderte Präzision.

- b) Eine Serie umfasst 50 Linsen. Die Zufallsgröße X beschreibe die Anzahl derjenigen Linsen, die nicht die geforderte Präzision haben. Die Zufallsgröße X werde als binomialverteilt angenommen. Berechnen Sie den Erwartungswert der Zufallsgröße X und die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zufallsgröße X einen Wert annimmt, der um mindestens 2 größer ist als ihr Erwartungswert.

Das Optik-Unternehmen hat die Qualität der Linsen verbessert. In einer Stichprobe von 50 Linsen haben mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,6 alle Linsen die geforderte Präzision. Die Zufallsgröße Y beschreibe die Anzahl der Linsen, die die geforderte Präzision haben. Diese Zufallsgröße werde als binomialverteilt angenommen.

- c) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, mit der nunmehr eine Linse die geforderte Präzision hat.

Wahlpflichtaufgaben**Aufgabe 4.1
Analysis**

Eine Firma beauftragt vor Einführung eines neuen Produktes ein Marktforschungsinstitut mit einer Marktanalyse.

Es wird angenommen, dass die Anzahl n der pro Monat verkauften Stücke des Produktes nur vom Verkaufspreis x (in Euro) abhängt. Diese Abhängigkeit kann durch die Gleichung

$$n(x) = 2,025 \cdot 10^{12} \cdot x^{-4}$$

beschrieben werden.

Die Herstellungskosten betragen 150 Euro je Stück.

Der Gewinn G wird aus der Differenz der Einnahmen und der Herstellungskosten berechnet. Er hängt vom Verkaufspreis x ab. Diese Abhängigkeit wird durch die Funktion G mit $G(x)$, $x \in \mathbb{R}$ und $x > 0$ beschrieben.

Stellen Sie eine Gleichung für diese Funktion G auf.

Ermitteln Sie denjenigen Verkaufspreis x , bei dem der monatliche Gewinn maximal ist und geben Sie diesen Gewinn an.

Wahlpflichtaufgaben**Aufgabe 4.2
Analytische Geometrie**

In einem kartesischen Koordinatensystem ist ein regelmäßiges Sechseck ABCDEF durch die Eckpunkte $A(2 \mid 1 \mid 2)$, $B(4 \mid 1 \mid 0)$ und $D(2 \mid -3 \mid -2)$ gegeben.

Begründen Sie, dass ein regelmäßiges Sechseck in gleichseitige Dreiecke aufgeteilt wird, wenn man den Mittelpunkt dieses Sechsecks jeweils mit den Eckpunkten verbindet.

Berechnen Sie die Koordinaten des Mittelpunktes und die Maßzahl des Umkreisradius des Sechsecks ABCDEF.

Die Fläche des Sechsecks ABCDEF schneidet die x - y -Ebene in einer Strecke s . Geben Sie eine Gleichung der Geraden an, auf der die Strecke s liegt.

Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes C des Sechsecks ABCDEF.