Institut zur Qualitätsentwicklung
im Bildungswesen

Vergleichsarbeiten 2017
3. Jahrgangsstufe (VERA-3)
Mathematik – Didaktische Handreichung
Modul C

Didaktischer Aufgabenkommentar

Muster und Strukturen
Größen und Messen

Inhaltsverzeichnis

Autorinnen und Autoren der fachdidaktischen Erläuterungen in den Modulen B und C sind Prof. Dr. Hedwig Gasteiger und Daniela Götz (B und C) sowie Dr. Heino Reimers und die Mitglieder der Aufgabenentwicklergruppe (C). Die gezeigten Testaufgaben entstanden in Kooperation von Lehrkräften aus acht Bundesländern und Fachdidaktikerinnen / Fachdidaktikern unter Federführung der fachdidaktischen Kooperationspartnerin Prof. Dr. Hedwig Gasteiger (Universität Osnabrück) und des Instituts zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen.

Muster und Strukturen

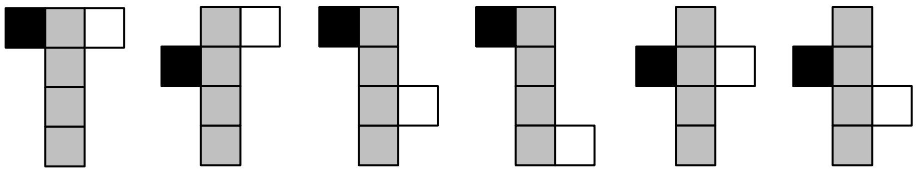
Worum geht es in diesem Inhaltsbereich?

Begriffsklärung

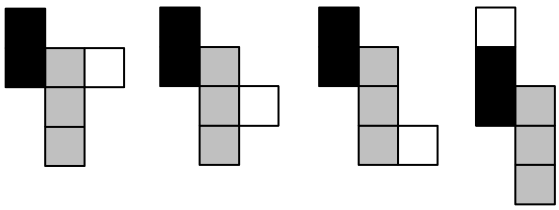
In der Literatur werden die Begriffe „Muster“ und „Struktur“ vielfach synonym verwendet. Dennoch sind Nuancen in den Begrifflichkeiten zu unterscheiden.

Unter Struktur versteht man den Kern eines mathematischen Beziehungsgefüges und dessen Eigenschaften. Struktur ist also die Art und Weise, wie die Teile eines Ganzen miteinander verbunden sind. Am Beispiel der Würfelnetze lässt sich eine mathematische Strukturierung exemplarisch verdeutlichen:

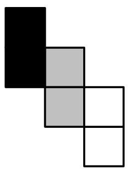
Würfelnetze mit **Vierer**streifen



Würfelnetze mit **Dreier**streifen



Würfelnetze mit **Zweier**streifen



Ein mathematisches Muster stellt eine Beziehung zwischen Zahlen, Formen, Funktionen, etc. dar. Muster sind besonders gekennzeichnet durch Regelmäßigkeit oder Wiederholungen, sie lassen sich oftmals fortsetzen, und es lassen sich zum Teil Vorhersagen treffen, wie ein Muster weitergehen kann.

Muster dienen dazu, auch diejenigen Teile eines mathematischen Sachverhalts sichtbar oder herstellbar zu machen, die man in den gegebenen Situationen nicht sieht („Muster fortsetzen“).

Anzahl der Kinder	1	3	5	10	20	27
Eintrittspreis	3 €			30 €		

Wie die Beispiele zeigen, sind Muster und Strukturen eng aufeinander bezogen. Von der Werkunft ist ein Muster - ähnlich eines „Probestücks“ – ein sich wiederholendes Element und Strukturen ähneln eher „Bauplänen“. Je nach Aufgabenstellung kann das Muster oder die Struktur mehr im Vordergrund stehen.

Unterricht

Muster und Strukturen sind als übergreifendes Prinzip das Fundament aller Inhaltsbereiche des Mathematikunterrichts und der Mathematik als Wissenschaft. Gegenstand des Mathematikunterrichts ist das Entdecken, das Herstellen und das Nutzen von Mustern.

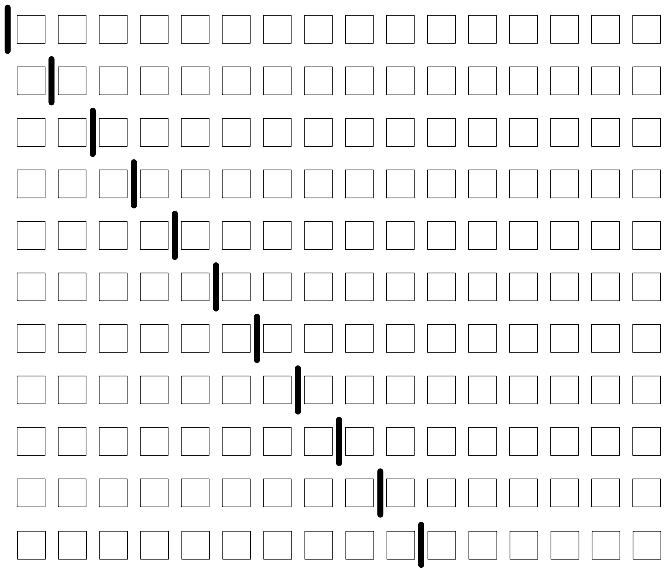
Das Denken in Mustern und Strukturen bedeutet eine entscheidende Steigerung der Denkökonomie. Je besser ein Kind Zahlen, Rechnungen, Formen, einzelne Wissenselemente und Fertigkeiten vernetzen kann, desto geringer wird sein Gedächtnis belastet.

Bei der Diskussion von Mustern und Strukturen werden insbesondere die allgemeinen mathematischen Kompetenzen *Darstellen*, *Argumentieren* und *Kommunizieren* gefordert und gefördert.

Im Folgenden werden Beispiele zu den verschiedenen mathematischen Inhaltsbereichen dargelegt, an denen das übergreifende Prinzip von Mustern und Strukturen für den Mathematikunterricht verdeutlicht wird. Vor allem die enge Vernetzung zwischen Arithmetik und Geometrie wird daraus ersichtlich.

Muster in der Arithmetik

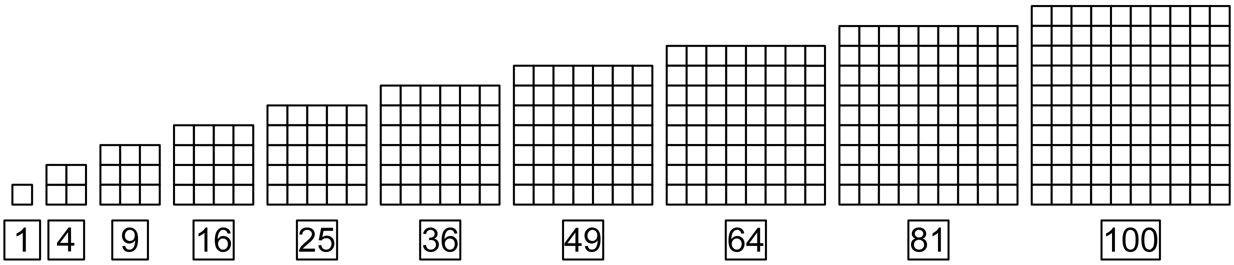
Muster und Strukturen sind grundlegend für das Zahlverständnis (z. B. Stellenwertsystem, mathematische Strukturen in Arbeitsmitteln) und das Verständnis der Rechenoperationen (z. B. Entwicklung von Grundvorstellungen zu Multiplikationsaufgaben, Zahlzerlegungen).



0 + 10
1 + 9
2 + 8
3 + 7
4 + 6
5 + 5
6 + 4
7 + 3
8 + 2
9 + 1
10 + 0

Muster in der Geometrie

Das Beispiel Quadratzahlen zeigt den Bezug zwischen einer geometrischen Folge und einer arithmetischen Zahlenfolge.



Vertiefend können folgende Fragestellungen bearbeitet werden: Wie viel muss man zur ersten Quadratzahl addieren, um zur zweiten zu kommen? Wie viel fehlt von der zweiten zur dritten? ... Was fällt dir auf? Wie heißt die Quadratzahl von 11, von 12, ...?

Muster in der Kombinatorik

Muster und Strukturen in der Kombinatorik werden z. B. in Baumdiagrammen deutlich. Alle Möglichkeiten eines kombinatorischen Problems können so übersichtlich erfasst werden.

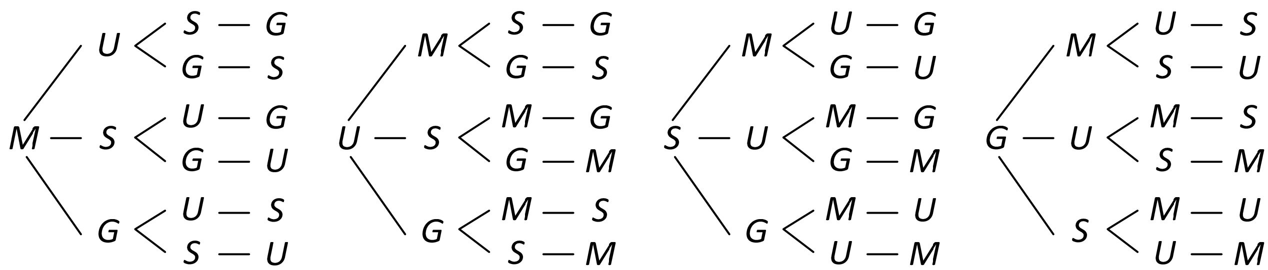
Beispiel:

Die Klasse 3a besucht eine Zirkusvorstellung. Max, Uli, Susanne und Gabriele sind dicke Freunde und wollen nebeneinandersitzen.

Wie viele Möglichkeiten gibt es, sich nebeneinanderzusetzen?

Es gibt _________ Möglichkeiten.

Max = M *Uli = U* *Susanne = S* *Gabriele = G*



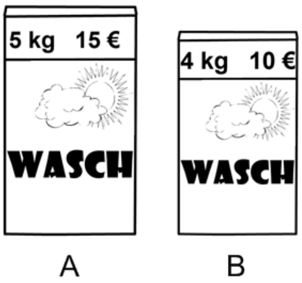
Muster in der sachbezogenen Mathematik

Wenn zwischen Größen und/oder Zahlen ein Rechenmuster besteht, mit dem man eine Größe und/oder Zahl aus der anderen bestimmen kann, so spricht man davon, dass Größen bzw. Zahlen in einem „funktionalen Zusammenhang“ stehen.

Mögliche Beispiele:

1. Proportionaler Zusammenhang von zwei Größen

Welches Waschmittel ist günstiger?



A

Gewicht in kg	5	1
Preis in €	15	3

B

Gewicht in kg	4	2	1
Preis in €	10	5	2,50

2. Funktionaler Zusammenhang von zwei Zahlen:

Bestimmen der Kantenlänge und des Rauminhalts von Würfeln (durch Auszählen von Einheitswürfeln).

Kantenlänge	2	3	4		
Rauminhalt	8	27	64		

Arithmetische Muster

Aufgabe 3:

H	Z	E
● ●	● ● ● ● ●	● ● ●

Leo legt in jeder Spalte noch zwei Plättchen dazu. Leo erhält die Zahl ________ .

Auswertung

RICHTIG	475

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Reproduzieren (I)
Kompetenzstufe	III
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	strukturierte Zahldarstellungen (z.B. Hunderter-Tafel) verstehen und nutzen (3.1.a)

Aufgabe 11:

Alle Zahlenpaare wurden nach der gleichen Regel gebildet.

Ergänze die fehlende Zahl.

4 | 9	10 | 21	7 | 15	2 | 5	13 | 27	3 | ☐

Auswertung

RICHTIG	7

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	IV
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Gesetzmäßigkeiten in geometrischen und arithmetischen Mustern (z. B. in Zahlenfolgen oder strukturierten Aufgabenfolgen) erkennen, beschreiben und fortsetzen (3.1.b)

Aufgabe 15:

Ergänze.

4	10	16	40	48
2	5	8		24

Auswertung

RICHTIG	20

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	II
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	funktionale Beziehungen in Tabellen darstellen und untersuchen (3.2.b)

Aufgabe 16:

Ein Ausschnitt aus dem Tausenderbuch.
Ergänze die Zahlen in den beiden fett umrandeten Kästchen.

			604
611			
	622		
		633	

Auswertung

<table>
<tr><td rowspan="1">RICHTIG</td><td>vgl. Lösungsgrafik
<table><tr><td></td><td>602</td><td></td><td>604</td></tr><tr><td>611</td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td>622</td><td></td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td>633</td><td></td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>644</td></tr></table>Beide Zahlen müssen richtig eingetragen sein.</td></tr>
</table>

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	II
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	sich im Zahlenraum bis 1.000.000 orientieren (z. B. Zahlen der Größe nach ordnen, runden) (1.1.c); strukturierte Zahldarstellungen (z.B. Hunderter-Tafel) verstehen und nutzen (3.1.a)

Aufgabenbezogener Kommentar

Bei Aufgaben mit arithmetischen Mustern müssen Beziehungen zwischen vorgegebenen Zahlen (wie in Aufgabe 11 und 15) oder Zusammenhänge/Regelmäßigkeiten in strukturierten Zahldarstellungen (wie in Aufgabe 3 und 16) erkannt, beschrieben und/oder fortgesetzt werden. Mit einem gewissen Zahlensinn kann ein Kind diese Zusammenhänge sofort erfassen, wenn einfache Zahlbeziehungen wie z. B. Vorgänger/Nachfolger, das Doppelte/die Hälfte, immer 100 größer, immer um 2 kleiner etc. zugrunde liegen.

Bei den Aufgaben 3, 11 und 16 sind die Beziehungen nicht auf den ersten Blick offensichtlich, so dass Strategien genutzt werden müssen. Während es bei den Darstellungsformen Stellenwerttafel und dem Ausschnitt aus dem Tausenderbuch eher um ein Erfassen der strukturierten Zahldarstellung geht, kann in Aufgabe 11 ein systematisches Probieren und Prüfen von operativen Zusammenhängen hilfreich sein, um die Bildungsvorschrift zu erfassen. Bei einigen arithmetischen Mustern (z. B. in Tabellen oder Zahlenfolgen) kann das Ermitteln des Unterschieds zwischen den Zahlen zum Erkennen der Beziehung/Struktur führen.

Mögliche Schwierigkeiten

Erkennen die Lernenden die Zusammenhänge nicht oder stellen sie diese falsch her, so zeigen sich oft systematische Fehler in den Lösungen (z. B. werden bei Aufgabe 16 die gesuchten Zahlen nicht mit der 600, sondern mit der 100 gebildet). Eine zusätzliche Schwierigkeit liegt darin, wenn mehr als eine Bedingung durch die Aufgabenstellung bedacht werden muss (z. B. bei Aufgabe 11 das Verdoppeln und das Addieren von 1). Typische Schülerfehler wären in diesem Fall, dass nur eine Bedingung berücksichtigt wird. Auch eine fehlende und/oder falsche Orientierung in einem Zahlenfeld kann zu falschen Ergebnissen führen (z. B. in Aufgabe 16 die Orientierung nach links, rechts, oben und unten und die damit einhergehenden Bedingungen). Bei den Aufgaben 3, 11 und 16 werden von den Lernenden grundlegende Fähigkeiten in der Lesekompetenz verlangt. Können diese nicht geleistet werden, so besteht die Möglichkeit, dass die Aufgabenstellung nicht vollständig erfasst wird (z. B. werden bei Aufgabe 3 nicht in jeder Spalte zwei Plättchen ergänzt).

Aufgabe 3

Die Aufgabe erfordert ein Stellenwertverständnis und das Übertragen einer Darstellung in eine andere. Bei ungenauem Lesen oder mangelnder Lesekompetenz könnten folgende Fehler auftreten:

- Die dargestellte Zahl wird als Lösung aufgeschrieben.
- Plättchen werden nur in einer Spalte ergänzt.
- In den Spalten wird jeweils nur ein Plättchen hinzugefügt.

Bei fehlendem Stellenwertverständnis kann die Anzahl der Plättchen als Lösung angegeben werden.

Aufgabe 11

Die operative Beziehung innerhalb der Zahlenpaare (der Nachfolger des Doppelten + 1) verlangt einen gewissen Zahlensinn oder das Nutzen von Strategien zur Lösungsfindung. Es kommt zu fehlerhaften Ergebnissen, wenn die Zahlenpaare nur einzeln betrachtet beziehungsweise nur zwei Zahlenpaare betrachtet werden und die Bildungsvorschrift des einen Zahlenpaares (z. B. + 5) zur Berechnung der fehlenden Zahl genutzt wird. Geläufige Zahlbeziehungen (wie Verdoppeln, Halbieren, Vervielfachen) oder das Bestimmen der Differenz zwischen den Zahlen führen bei dieser Aufgabe nicht zur Lösung. Die Kinder müssen erkennen, dass der Zusammenhang zwischen den beiden Zahlen eines Zahlenpaares als Regel für alle Zahlenpaare zutrifft.

Aufgabe 15

Ein möglicher Fehler ist das zeilenweise Betrachten der Zahlen, so dass die Zahlen der zweiten Zeile als Folge 2, 5, 8, verstanden werden und somit als Lösung 11 (jeweils + 3) angegeben wird. Wenn die Kinder den Zusammenhang zwischen den Zeilen und Spalten herstellen, sind kaum Schwierigkeiten zu erwarten, da Verdoppelungsaufgaben bis 20 meist schnell erfasst werden. Bei 48 lässt sich die Beziehung des Verdoppelns und Halbierens im Zehner und Einer gut erkennen. Schwieriger wäre es beim Halbieren von Zahlen, wenn eine Zehnerüberschreitung zur Berechnung der Hälfte erforderlich ist, z. B. 38/19, 56/28 oder 74/37.

Aufgabe 16

Fehlerquellen können das Weiter- oder Rückwärtszählen von einer vorgegebenen Zahl (z. B. 638 rechts unten – weitergezählt von 633) bzw. das Ergänzen fehlender Zahlen zeilen- oder spaltenweise ohne Beachtung der Struktur sein. Dies führt dazu, dass das leere Kästchen in der unteren rechten Ecke falsch oder nicht bestimmt wird, da in der unteren Zeile keine Angabe als Zählstart oder Orientierung vorhanden ist.

Anregungen für den Unterricht

Um das Erkennen von Gesetzmäßigkeiten zu fördern, sind Aufgaben geeignet, bei denen kein zu hoher Anspruch an die Rechenfertigkeit gestellt wird. So eignen sich beispielsweise Aufgaben im Zahlenbereich bis 100 für die Thematisierung arithmetischer Muster und Strukturen.

Die folgenden Anregungen für den Unterricht sind in Kategorien eingeteilt und zeigen Möglichkeiten zur Erweiterung und Fortführung der oben dargestellten VERA-Aufgaben.

A) Operative Beziehungen – z. B. Aufgabe 11
B) Muster in Tabellen – z. B. Aufgabe 15
C) Arithmetische Muster in Feldern – z. B. Aufgabe 16

A) Operative Beziehungen – Zahlenpaare

1. Möglichkeiten zur Differenzierung bestehen durch die Variation der Anzahl der vorgegebenen Zahlenpaare und fehlenden Zahlen sowie des Komplexitätsgrads der Beziehungen zwischen den Zahlen:
   - einfache Regel (Vorgänger/Nachfolger, Doppelte/Hälfte, immer + 4/immer – 3 …) für die Beziehung zwischen den Zahlen eines Paares

7	8	12	13	5	6	41	42	24	25	36	

- schwierigere/komplexere Regel (das Dreifache/dritter Teil, Vorgänger des Doppelten, …) für die Beziehung zwischen den Zahlen eines Paares

21	7	30	10	66	22	120	40	9	3	15	

- Neben dem Ergänzen von Zahlen in Zahlenpaaren, zu denen die Regel bekannt ist, können Aufgaben zum Vervollständigen und Fortsetzen nach vorgegebenen Regeln gestellt werden:

  Regel: immer – 4

13	9	10		21		77			2		

2. Weitere Aufgabenstellungen zur Entwicklung der allgemeinen mathematischen Kompetenzen könnten das Finden von Regeln zu Zahlenpaaren oder das entsprechende Beschreiben/Aufschreiben und/oder Ergänzen solcher Paare sein.
   - Finde die Regel. Schreibe sie auf. (→*Problemlösen*, *Kommunizieren*)
   - Finde zwei weitere Zahlenpaare mit der gleichen Regel. (→*Problemlösen*)

7	8	12	13	5	6	41	42	24	25	36	37

   - Beschreibe, wie die Zahlenpaare gebildet werden. (→ *Kommunizieren*)

3. Offene Aufgabenstellungen:
   - Zahlenpaare zu vorgegebenen Regeln selbst entwickeln (→ *Problemlösen*): Finde Zahlenpaare zur Regel immer + 5

   - Eigenproduktionen (→ *Problemlösen*): Erfinde eigene Zahlenpaare und schreibe die Regel dazu.

   Regel:____

4. Weitere Variationen sind:
   - Zuordnen von vorgegebenen Regeln zu vorgegebenen Zahlenpaaren (→ *Problemlösen*, *Argumentieren*)

4	9		10	21		7	15		2	5		13	27		3	7

Finde die passende Regel. Kreuze an.

- ☐ immer das Doppelte
- ☐ immer + 5
- ☐ immer der Nachfolger
- ☐ immer das Doppelte und dann + 1

- Fehler in Zahlenpaaren finden und begründen (→ *Argumentieren*):

4	9		10	21		7	13		2	5		13	27		3	7

Welches Zahlenpaar passt nicht?

Begründe.

✍ ____

____

____

Eine Steigerung des Anspruchsniveaus erreicht man in der Regel zusätzlich durch das gewählte Zahlenmaterial sowie durch die Komplexität der Beziehungen. Diese Möglichkeiten zur Aufgabenvariation können auch auf Zahlenfolgen übertragen werden**.**

B) <u>Muster in Tabellen – Strukturierte Päckchen</u>

Bei Mustern in Tabellen oder strukturierten Päckchen müssen Beziehungen zwischen Zahlen in Zeilen und/oder Spalten einer Tabelle erfasst werden. Die Differenzierung ergibt sich durch das gewählte Zahlenmaterial sowie durch die Komplexität der Beziehungen (z. B. das Doppelte, der Vorgänger, eins weniger als die Hälfte …) und der Position der fehlenden Zahl oder Zahlen.

Möglichkeiten zur Arbeit mit arithmetischen Mustern in Tabellen oder Päckchen

- Tabellen fortsetzen – Spalten oder Zeilen ergänzen
- Fehler finden und begründen (→ *Kommunizieren*, *Argumentieren*):

12 + 21 = 33	12 + 21 = 33
13 + 20 = 33	12 + 22 = 34
14 + 19 = 33	12 + 23 = 35
15 + 18 = 33	12 + 24 = 36
16 + 17 = 33	12 + 25 = 37
17 + 15 = 33	12 + 26 = 38

Ein Ergebnis ist falsch. Woran kannst du das erkennen? Erkläre. Du brauchst die einzelnen Aufgaben **nicht** alle nachzurechnen.

- Eigenproduktionen/Erstellen von Tabellen oder Päckchen mit arithmetischen Mustern (→ *Problemlösen*)
- Erkennen und Beschreiben von Zusammenhängen innerhalb von Tabellen oder Päckchen (→ *Problemlösen)*

Tina hat ein Päckchen ausgesucht und beschrieben.

Sie sagt: „Die erste Zahl wird immer um 5 größer. Die zweite Zahl bleibt immer gleich. Das Ergebnis wird immer um 5 größer.“

Welches Päckchen ist es? Kreuze an.

66 + 10 = 66 + 12 = 66 + 14 = 66 + 16 = 66 + 18 =	15 + 21 = 20 + 21 = 25 + 21 = 30 + 21 = 35 + 21 =	80 + 26 = 79 + 27 = 78 + 28 = 77 + 29 = 76 + 30 =
☐	☐	☐

Bei Päckchen mit arithmetischen Mustern (strukturierte/„schöne“ Päckchen) gilt es zusätzlich, das Ergebnis in die Betrachtung der Zusammenhänge einzubeziehen.

Diese Beziehungen können zum besseren Verständnis veranschaulicht werden.

Markiere mit Mustern	Markiere mit Pfeilen.	Du kannst Plättchen nutzen um zu erklären, was dir auffällt.
6 + 1 = 7	6 + 1 = 7	6 + 1 = 7 ● ● ● ● ● ● ○
5 + 2 = 7	-1 ↓+1 ? 5 + 2 = 7	5 + 2 = 7 ● ● ● ● ● ○ ○
4 + 3 = 7	-1 ↓+1 ? 4 + 3 = 7	4 + 3 = 7 ● ● ● ● ○ ○ ○

C) <u>Arithmetische Muster in Feldern</u>

Beziehungen zwischen Zahlen können auch in einem Feld dargestellt werden.

Zur Variation der <u>Aufgabe 16</u> können weitere Ausschnitte aus dem Tausenderbuch oder der Hundertertafel genutzt werden. Die Differenzierung ergibt sich durch das gewählte Zahlenfeld sowie die Position und Anzahl der vorgegebenen und fehlenden Zahlen.

Neben Ausschnitten aus der Hundertertafel oder dem Tausenderbuch, in denen es um Beziehungen zwischen den Zahlen und ihren Anordnungen geht, gibt es weitere Zahlenfelder, die arithmetische Muster beinhalten.

Dies gilt insbesondere für die so genannten „Magischen Quadrate“ oder „Zauberquadrate“. Hier sind die Summen der Zahlen aller Zeilen, Spalten und der beiden Diagonalen immer gleich (magische Zahl). Vertiefende Informationen zu diesem Thema sind im Internet abrufbar. Aus Platzgründen werden im Folgenden daher nur einige Beispiele kurz vorgestellt:

D) <u>Muster im 3 x 3 Feld, Magische Quadrate/Zauberquadrat (z. B. das älteste magische Quadrat „Lo Shu“):</u>

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Aufgabenstellungen zum Zahlenfeld (magischen Quadrat):

Berechnen der fehlenden Zahlen ohne Vorgabe der Summe:

Berechne die fehlenden Zahlen.

2		6
	5	
4	3	

Summe (magische Zahl) muss selbst erfasst werden (Diagonale).

Berechnen der fehlenden Zahlen mit Vorgabe der Summe:

Berechne die fehlenden Zahlen.

2		6
	5	
4	3	

Summe (magische Zahl): 15

Erkennen und Beschreiben von Beziehungen (→ *Problemlösen*, *Kommunizieren*):

Wie sind die Zahlen angeordnet? Erkläre.

Entdeckungen:

- Summe der Senkrechten, Waagerechten und Diagonalen ergeben immer 15
- Gerade Zahlen stehen in den Ecken
- Ungerade Zahlen stehen zwischen geraden Zahlen
- Die Summe ist das fünffache der Mittelzahl
- Anordnung der Zahlen kann vertauscht werden

Erfinden eigener Quadrate mit gleichen Summen (→ *Problemlösen*):

3	4	8
10	5	0
2	6	7

5	6	10
12	7	2
4	8	9

Begründen, ob Zahlenfelder „magische Quadrate“ sind (→ *Argumentieren*):

Ist das ein magisches Quadrat?

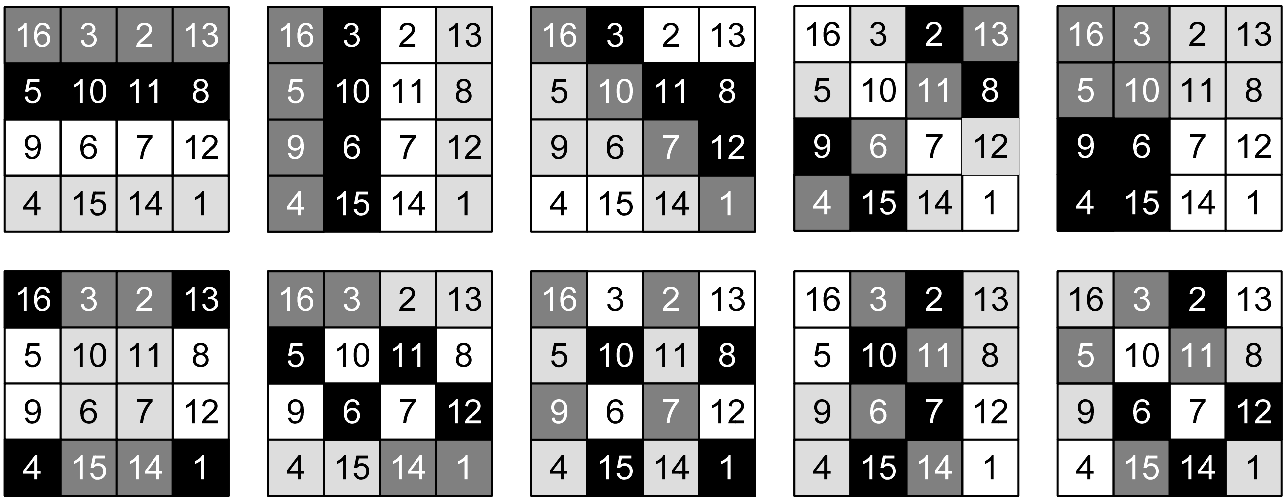
30	20	50
60	0	40
10	80	10

Begründe.

E) Muster im 4 x 4 Feld, Magische Quadrate/Zauberquadrat (z. B. „Dürer- Quadrat“):

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Neben dem Berechnen der Summen (magische Zahl) in den Spalten, Zeilen und Diagonalen können die Kinder die magische Zahl 34 als Summe von vier Zahlen im Zahlnefeld suchen und so Muster erkennen und beschreiben. (→ *Problemlösen*, *Kommunizieren*)



Berechnen der fehlenden Zahlen (ohne Vorgabe der Summe). (→ *Problemlösen*)

Berechne die fehlenden Zahlen.

16	3	2	
5		11	8
9	6	7	12
	15		1

Summe (Magische Zahl) muss selbst erfasst werden (3. Zeile)

Berechnen der fehlenden Zahlen (bei Vorgabe der Summe). (→ *Technische Grundfertigkeiten*)

Berechne die fehlenden Zahlen.

	32	36	25
		30	
26		31	
	29		28

Summe (magische Zahl): 130

(→ *Kommunizieren*)

Beschreibe, wie du die Zahlen gefunden hast.

✍ ____

____

____

- Finde weitere 4x4 Felder (magische Quadrate) mit der Summe 34. (→ *Problemlösen*)
  Neue magische Quadrate entstehen, wenn
  - Zeilen oder Spalten vertauscht werden,
  - das Quadrat um 90°oder 180° nach links oder rechts gedreht wird
  - das Quadrat an einer der vier Symmetrieachsen gespiegelt wird

  z. B.

3	16	13	2
10	5	8	11
6	9	12	7
15	4	1	14

Ein weiteres Beispiel zu Mustern in Feldern ist im Folgenden etwas ausführlicher beschrieben:
Präsentation eines Zahlenfeldes (ca. 1 Minute)

Auftrag:
Schau dir das Zahlenfeld an und merke dir die Zahlen und ihre Position. (→ *Problemlösen*: Zusammenhänge erkennen und nutzen)

1	19	18	2
9	11	12	8
7	13	14	6
3	17	16	4

- Eintragen der gemerkten Zahlen in ein vorgegebenes leeres oder selbst gefaltetes 4x4 Feld

Vanessa

1			*2*
	9	*8*	
	7	*6*	
3			*4*

Moritz

1	*19*	*18*	*2*
9	*10*	*11*	*8*
7	*12*	*13*	*6*
3	*17*	*16*	*4*

Lydia

1	*18*	*19*	*2*
8	*11*	*12*	*9*
6	*13*	*14*	*7*
3	*16*	*17*	*4*

- Reflexion über Vorgehen und Entdeckungen (→ *Kommunizieren*, *Argumentieren*)
  - Wie hast du dir die Zahlen gemerkt?
  - Wie viele Zahlen hast du dir gemerkt?
  - Kannst du ein Muster erkennen?

Beschreiben und Darstellen der Entdeckungen und Strukturen

Erklärung von Julia:

- zuerst habe ich mir die Eckzahlen gemerkt

- 6,7,8,9 im Kreuzmuster, Anfang rechts unten

- 5,10,15,20 – 5er Zahlen haben gefehlt

- dann die Mitte, links beginnend, wie normal

- 11 schräg unter 1

- 12 schräg unter 2

- 13 schräg unter 3

- 14 schräg unter 4

1 √	*19*	*18*	*2* √
7	*11* √	*12* √	*8* √
9	*13* √	*14* √	*6* √
3 √	*17* √	*16* √	*4* √

Erklärung von William: Beziehungen als Gleichungen dargestellt

Kannst du dich an unser Zahlenfeld erinnern, das du dir einprägen solltest? Welche Zahlen waren es und wie waren sie angeordnet?

Trage die Zahlen an die richtige Stelle ein.

1	*19*	*18*	*2*
9	*11*	*12*	*8*
7	*13*	*14*	*6*
3	*17*	*16*	*4*

Wie hast du dir die Zahlen gemerkt? Gibt es einen Trick?

1 + 19 = 20 *1 + 9 = 10*

18 + 2 = 20 *7 + 3 = 10*

9 + 11 = 20 *2 + 8 = 10*

12 + 8 = 20 *6 + 4 = 10*

7 + 13 = 20 *19 + 11 = 30*

14 + 6 = 20 *13 + 17 = 30*

3 + 17 = 20 *18 + 12 = 30*

16 + 4 = 20 *14 + 16 = 30*

Kannst du ein Muster erkennen?

Ja

Weitere Muster oder Beziehungen:

1	*19*	*18*	*2*
9	*11*	*12*	*8*
7	*13*	*14*	*6*
3	*17*	*16*	*4*

1,2,3,4
in den Ecken

1	*19*	*18*	*2*
9	*11*	*12*	*8*
7	*13*	*14*	*6*
3	*17*	*16*	*4*

Schräg:
z. B. 1 - 11, 2 - 12,
3 - 13, 4 - 14

1	*19*	*18*	*2*
9	*11*	*12*	*8*
7	*13*	*14*	*6*
3	*17*	*16*	*4*

Summe immer 10

1	*19*	*18*	*2*
9	*11*	*12*	*8*
7	*13*	*14*	*6*
3	*17*	*16*	*4*

Suche immer 20

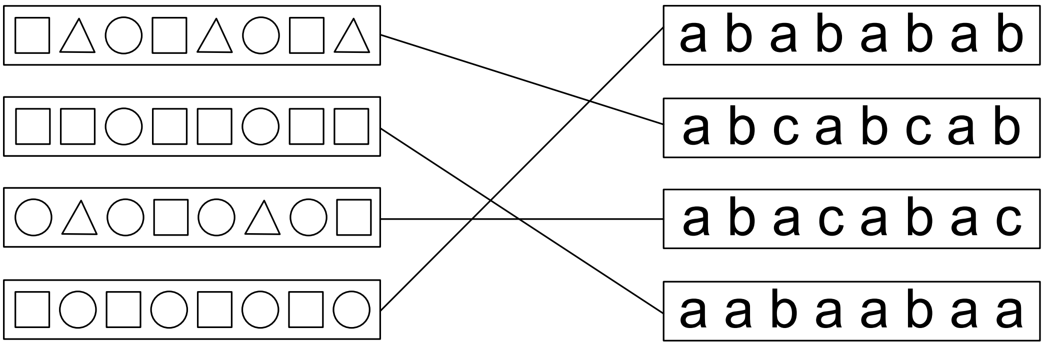
- Eigene Muster im Quadrat entwickeln (→ *Problemlösen*)

Aufgabe 4:

Welche Muster haben die gleiche Regel? Verbinde.

□△○□△○□△	a b a b a b a b
□□○□□○□□	a b c a b c a b
○△○□○△○□	a b a c a b a c
□○□○□○□○	a a b a a b a a

Auswertung

RICHTIG	vgl. Lösungsgrafik  Alle Verbindungen müssen korrekt sein.

Aufgabenmerkmale

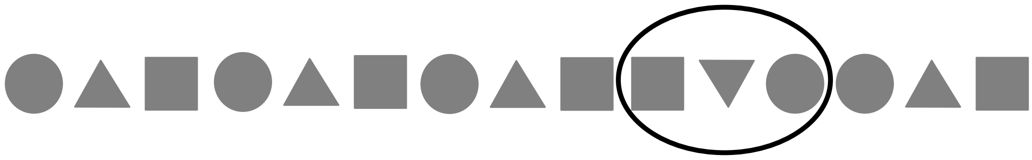
Anforderungsbereich	Reproduzieren (I)
Kompetenzstufe	III
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	arithmetische und geometrische Muster selbst entwickeln, systematisch verändern und beschreiben (3.1.c)

Aufgabe 7:

Mia hat mit diesem Stempel ein Muster gestempelt.
Einmal hat sie den Stempel gedreht.

Kreise den gedrehten Stempelabdruck ein.

Auswertung

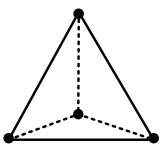
RICHTIG	vgl. Lösungsgrafik  Gilt nur als richtig, wenn der komplette Stempel eingekreist wurde.
FALSCH	alle anderen Antworten Es reicht nicht, wenn nur das gedrehte Dreieck gekennzeichnet wurde.

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	III
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	eigene Vorgehensweisen beschreiben, Lösungswege anderer verstehen und gemeinsam darüber reflektieren (2.1)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	arithmetische und geometrische Muster selbst entwickeln, systematisch verändern und beschreiben (3.1.c)

Aufgabe 13:

Linus will Kantenmodelle bauen. Er hat 30 gleich lange Stäbe.



Mit den Stäben kann er höchstens _________ von diesen Pyramiden bauen.

Auswertung

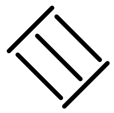
RICHTIG	5

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	III
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	die vier Grundrechenarten und ihre Zusammenhänge verstehen (1.2.a); funktionale Beziehungen in Sachsituationen erkennen, sprachlich beschreiben (z.B. Menge - Preis) und entsprechende Aufgaben lösen (3.2.a)

Aufgabe 14:

Kiara hat mit Stäben diese Figur gelegt.



Sie sagt: „Für 6 solcher Figuren brauche ich 25 Stäbe.“

Hat Kiara recht?

Kreuze an.

☐ ja ☐ nein

Begründe.

____

____

____

Auswertung

RICHTIG	NEIN wurde angekreuzt UND eine richtige Begründung gegeben, die sich auf die 6 Figuren bezieht bzw. darauf, dass 25 nur für 5 Figuren reichen, z. B.: • Sie braucht 30 Stäbe. • Es muss 5 mal 6 gerechnet werden, nicht 5 mal 5. ODER NEIN wurde angekreuzt UND eine richtige Begründung gegeben, die sich auf andere mathematische Zusammenhänge beruft, z. B.: • weil 25 : 6 geht nicht, • weil 25 eine ungerade Zahl ist und man für 6 Figuren eine gerade Zahl an Stäbchen braucht, • weil 6 mal 5 nicht 25 ergibt.
FALSCH	alle anderen Antworten, z. B.: JA wurde angekreuzt UND keine ODER eine falsche Begründung gegeben. ODER NEIN wurde angekreuzt UND eine falsche, unvollständige ODER keine Begründung gegeben, die sich nicht auf die 6 Figuren bezieht, z. B.: • weil es zu wenig sind, • weil 5 mal 5 25 sind, • weil es eine ungerade Zahl ist und es zu wenig sind.

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Verallgemeinern und Reflektieren (III)
Kompetenzstufe	III
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	eigene Vorgehensweisen beschreiben, Lösungswege anderer verstehen und gemeinsam darüber reflektieren (2.1); Begründungen suchen und nachvollziehen (3.3)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbez. Kompetenzen (Leitideen)	die vier Grundrechenarten und ihre Zusammenhänge verstehen (1.2.a); funktionale Beziehungen in Sachsituationen erkennen, sprachlich beschreiben (z.B. Menge - Preis) und entsprechende Aufgaben lösen (3.2.a)

Aufgabenbezogener Kommentar

Im vorliegenden Aufgabenkomplex ist der inhaltliche Kompetenzbereich *Muster und Strukturen* mit den Kompetenzbereichen *Raum und Form* und *Zahlen und Operationen* vernetzt. Es gibt Aufgabenstellungen, bei denen das Muster mit einzelnen Elementen oder mit mehreren zusammenhängenden Elementen gebildet wird.

Bei den <u>Aufgaben 4</u> und <u>7</u> muss zunächst die verwendete Regel erkannt werden. In der <u>Aufgabe 4</u> geht es darum, die Regel eines Musters unabhängig von den einzelnen Elementen, die das Muster bilden, zu betrachten. Bei <u>Aufgabe 7</u> gilt es, einen Fehler innerhalb eines Musters zu finden. In den <u>Aufgaben 13</u> und <u>14</u> muss jeweils eine ebene Darstellung als geometrisches Objekt erfasst bzw. gedeutet werden. Bei diesen beiden Aufgaben ist zur Lösung darüber hinaus das Erkennen des proportionalen Zusammenhangs notwendig.

Mögliche Schwierigkeiten

<u>Aufgabe 4</u>

Das Aufgabenformat ist eventuell ungewohnt. Wenn Lernende die vier Musterzeilen als Einheit mit identischer Regel betrachten, wenden sie vielleicht die Regel an: Gleiche Formen bedeuten gleiche Buchstaben. Mit dieser Strategie kommen sie nicht zu einer Lösung. Sie müssen erkennen, dass jede Musterzeile einzeln mit der jeweiligen Übersetzungsvorschrift abgeglichen werden muss.

<u>Aufgabe 7</u>

Die drei Formen des kompletten Stempels müssen von den Lernenden als Einheit erfasst werden, damit sie die Aufgabe richtig lösen können.

<u>Aufgabe 13</u>

Fehlt den Lernenden das Vorstellungsvermögen, um von der ebenen Abbildung auf das räumliche Objekt zu schließen, könnte es passieren, dass sie die gestrichelten Linien nicht als Kanten identifizieren bzw. den Stäben nicht zuordnen. Der Fachbegriff „Kantenmodell“ muss ihnen bekannt sein.

<u>Aufgabe 14</u>

Wenn Lernende das Signalwort „solcher“ nicht als Hinweis auf die einzelne Figur wahrnehmen, dann legen sie die Figuren vielleicht gedanklich aneinander und kommen so zu einem falschen Ergebnis (Im Rahmen der Erprobung der Aufgabe kam dies jedoch nicht vor.). Die Antwort setzt eine Begründung voraus (→ *Argumentieren*). Unter Umständen haben die Lernenden das Problem verstanden, können die Begründung aber nicht schlüssig formulieren.

Anregungen für den Unterricht

A) <u>Beschreiben und Weiterführen von Mustern (Bandornamente, Parkette und Symmetrien in der Ebene):</u>

1. Es bietet sich folgender Umgang mit Eigenproduktionen der Lernenden an:
   - Die Schülerinnen und Schüler entwickeln selbst ein Bandornament auf der Basis einer einfachen Vorlage (Abb. A).
   - Das fertige Bandornament zerschneiden sie in zwei Teile (Abb. B).

- Durch das Zusammensetzen der einzelnen Abschnitte wird der Blick auf die verwendete Regel gelenkt (Abb. C).
- Wenn der Rand abgeschnitten ist, kann es passieren, dass ein an sich passendes Muster gedreht fortgesetzt wird. Dieser Fehler lässt sich gut am Material besprechen (Abb. D).
- Des Weiteren kann ein halbes Muster an alle Kinder ausgeteilt werden. Nun soll das eigene Muster so beschrieben werden, dass sich der entsprechende Muster-Partner findet.

Beispielvorlage: Erfinde selbst ein Muster:

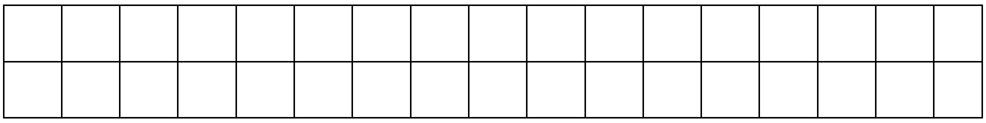


Abb. A

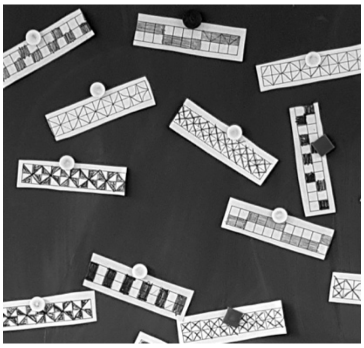


Abb. B

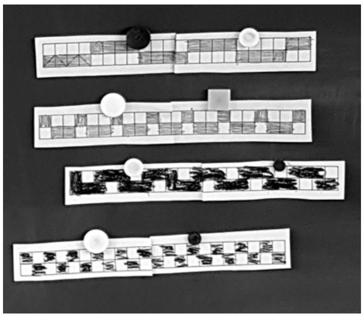


Abb. C

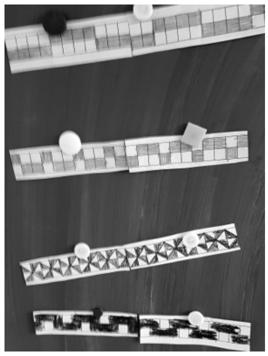
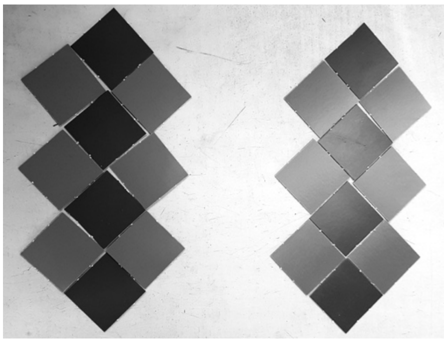
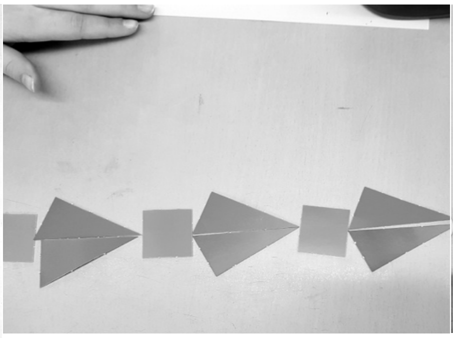
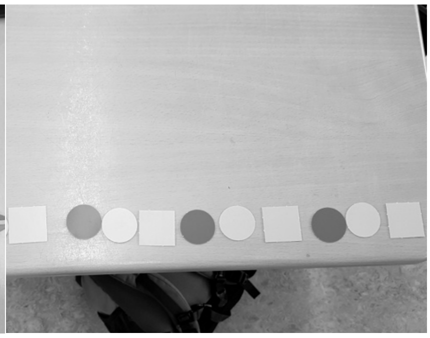


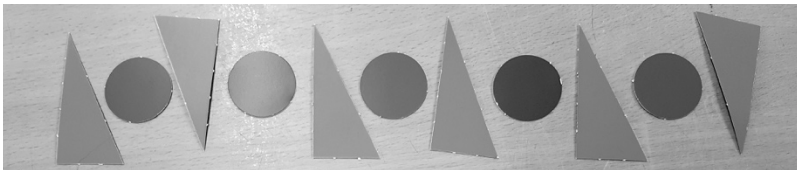
Abb. D

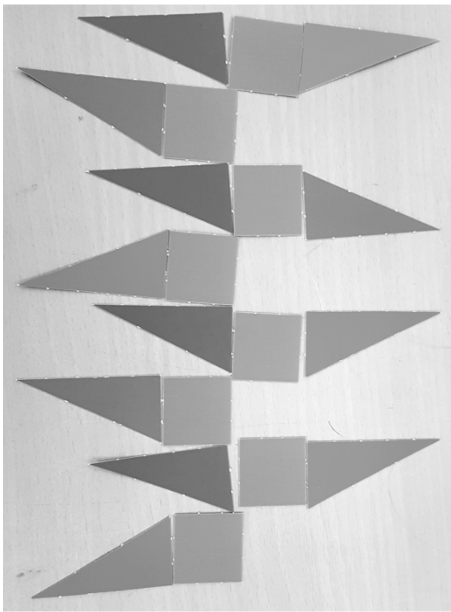
2. Muster können auch durch Drehung und Spiegelung einzelner Elemente entstehen. Zum Vertiefen des Verständnisses für Muster eignet sich deshalb das Herstellen von **Spiegelbildern**, z. B. das mehrfache Spiegeln eines Elementes an senkrechten bzw. waagerechten Spiegelachsen.
3. Muster können auch in Verbindung mit Musik thematisiert werden. Z. B. wird ein Rhythmus geklopft. Die Kinder werden aufgefordert, den gehörten Rhythmus in eine ikonische oder symbolische Darstellung zu übertragen. Sie legen ein Muster oder beschreiben es mit Worten. Beispiel: lang - lang - kurz - kurz - kurz

4. Eine weitere Übung schult das Finden von Fehlern in Mustern. Dazu legen die Lernenden zunächst Muster mit Plättchen.

Danach bauen sie einen Fehler ein. Im „Museumsgang“ (Es darf nicht geredet, nichts angefasst oder verändert werden.) suchen andere Kinder den Fehler. Alle gehen dazu leise durch die Klasse und schauen sich die Werke der anderen an.





Anschließend beschreiben sie den entdeckten Fehler, korrigieren ggf. und begründen ihn mit der entsprechenden Muster-Regel (→ *Kommunizieren*, *Argumentieren*). Dies kann in Partnerarbeit geschehen, oder es werden exemplarisch einzelne Fehler im Klassengespräch betrachtet.

B) <u>Muster mit räumlichen Objekten und proportionalen Zusammenhängen:</u>

Anzahlen von Einzelteilen, die für den Bau eines geometrischen Objekts benötigt werden und die Gesamtmenge an Material für den Bau mehrerer dieser Objekte, stehen in einem proportionalen Zusammenhang. Je mehr Objekte gebaut werden, umso mehr Material wird benötigt. Mit einer gegebenen Menge lässt sich nur eine bestimmte Anzahl der entsprechenden Objekte bauen.

1. Zweidimensionale Muster

Im Unterricht ließe sich das so erarbeiten:

- Jede Schülerin/jeder Schüler erhält 30 Stäbchen.
- Die Aufgabe lautet: „Lege ein Muster. Lege das gleiche Muster noch einmal.“ oder „Lege das gleiche Muster sechs Mal“.
- Nach der Phase des Probierens und Bauens legt jeder sein schönstes Muster mehrmals mit insgesamt 30 Stäbchen.

- Ein Auftrag für den „Museumsgang“ könnte lauten: „Prüft, ob alle gelegten Muster die gleiche Anzahl von Stäbchen haben.“

Im Unterrichtsgespräch kann visualisiert werden (→*Darstellen*), welche Kombinationen möglich sind und wie sich die Anzahl proportional oder antiproportional entwickelt. Je mehr Stäbchen das einzelne Muster enthält, umso weniger Muster können gelegt werden (s. Abb. A und B als Beispiele mit jeweils 2 identischen Mustern á 15 Stäbchen).

Beispiel: Möglichkeiten bei 30 Stäbchen:

Anzahl der Muster	1	2	3	5	10
Anzahl der Stäbchen	30	15	10	6	3

Bei dieser Aufgabenstellung lässt sich auch thematisieren, wie sich die Anzahl der benötigten Stäbchen verändert, wenn einzelne Muster-Elemente aneinandergelegt werden (einzelne Dreiecke im Vergleich zu Dreiecksreihen wie in Abb. C).

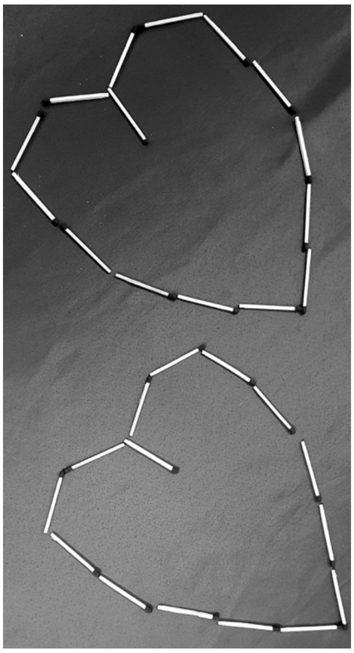
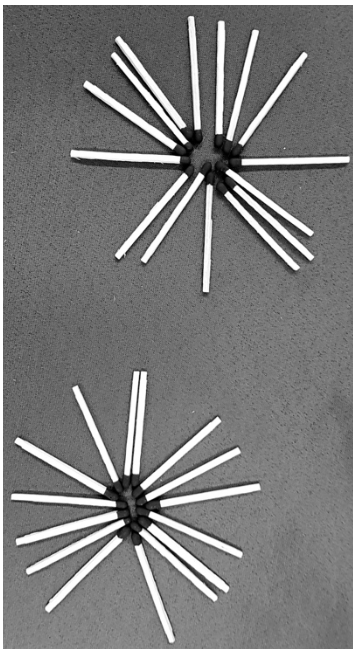
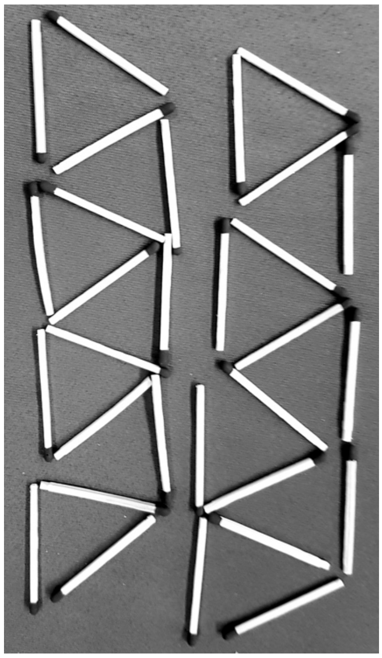
		

Abb. A	Abb. B	Abb. C

2. Dreidimensionale Muster

Proportionalität liegt auch den Aufgaben zugrunde, bei denen mehrere Kantenmodelle nach derselben Vorschrift erstellt werden sollen. Im Vergleich zur oben genannten Anregung handelt es sich um dreidimensionale Musterelemente.

Diese Aufgaben erfordern oftmals **räumliches Vorstellungsvermögen**, vor allem, wenn zweidimensionale Baupläne oder Schrägbilder mit dreidimensionalen Objekten in Verbindung gebracht werden müssen. Folgende Aktivitäten können hier unterstützen:

- Körper untersuchen
- Körper als Kantenmodelle nachbauen
- Kantenmodelle mit ebenen Abbildungen vergleichen
- Mehrere Kantenmodelle nach ebenen Abbildungen bauen
- Überlegen, wie viele Stäbchen man für 3, 5, 10, ... Kantenmodelle benötigen würde.

3. Argumentieren im Kontext geometrischer Muster

Um die Kompetenz des *Argumentierens* im Unterricht zu fördern, können Schülerlösungen beurteilt und gemeinsam korrigiert werden, die sich z. B. mit proportionalen Zusammenhängen im Kontext solcher Bauaufgaben befassen.

Dabei wird erkennbar, dass Schülerlösungen nicht immer eindeutig richtig oder falsch sind, sondern oft nur unvollständige Begründungen enthalten. Diese können richtige Ansätze zeigen, lassen aber auch erkennen, dass eine Kompetenz erst ansatzweise entwickelt ist. Lösungen von „Begründungsaufgaben“, in denen die Kinder schriftlich argumentieren, können eine sehr wertvolle diagnostische Hilfe sein, weil sie Hinweise auf die den Lösungsprozess begleitenden Denkprozesse geben. Diese Lösungen lassen sich zusätzlich im Gespräch mit den Kindern in der Klasse im Sinne von Teilleistungen würdigen und bieten gleichzeitig die Chance, mit den Kindern Ideen für alternative Lösungen zu entwickeln (→ *Kommunizieren*).

So können Aufgabenlösungen zur Aufgabe 14 mit gezielten Fragen untersucht werden:

- Was muss in der Antwort stehen, damit andere deinen Gedankengang nachvollziehen können? (→ *Kommunizieren*)
- Welche Begründung ist für dich eine gute Begründung? Warum? (→ *Argumentieren*)

Sie kann nur 5 damit machen

Nein weil 25 ist nicht in der 6er reihe

Weil in einer Figur 5 Stäbe sind und 5·6 = 30 ist.

Sie hat nicht recht denn 5·6 = 30. Kiara braucht 30 Stäbe.

Ja Kirra hat recht

Nein es reict nicht weil es zowenige Stäbe

Weil für eine Figur, Man 6 Stäbe brauch und 6·6 = 36 und nicht 25.

Muster in Anwendungssituationen

Aufgabe 1:

5 Minuten Springen auf dem Trampolin kosten 1 €.

Wie viel kosten 10 Minuten? ___________

Auswertung

RICHTIG	2 € (Die Einheit muss mitgenannt werden.)

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	I
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	einfache Sachaufgaben zur Proportionalität lösen (3.2.c)

Aufgabe 2:

Bei einem Einkauf ab 10 Euro gibt es eine Sammelfigur als Geschenk.
Bei jeden weiteren 10 Euro gibt es wieder eine Figur.
Wie viele Sammelfiguren bekommt Lena bei einem Einkauf von 24,77 Euro?

Lena bekommt _________ Sammelfiguren.

Auswertung

RICHTIG	2

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	II
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	funktionale Beziehungen in Sachsituationen erkennen, sprachlich beschreiben (z.B. Menge - Preis) und entsprechende Aufgaben lösen (3.2.a)

Aufgabe 5:

Eine Runde mit dem Riesenrad dauert 2 Minuten.

6 Runden dauern ________ Minuten.

Auswertung

RICHTIG	12

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	I
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	einfache Sachaufgaben zur Proportionalität lösen (3.2.c)

Aufgabe 6:

Ein Los kostet 50 Cent.

Ergänze in der Tabelle.

Anzahl der Lose	2	3	4	8
Preis		1,50 €		

Auswertung

<table>
<tr><td>RICHTIG</td><td>vgl. Lösungsgrafik
Ein Los kostet 50 Cent.
Ergänze in der Tabelle.
<table><tr><th>Anzahl der Lose</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th><th>8</th></tr><tr><td>Preis</td><td>1 €</td><td>1,50 €</td><td>2 €</td><td>4 €</td></tr></table>Die Notation ist in Cent oder Euro (mit oder ohne Dezimalstellen) möglich.
Alle Lösungen müssen jedoch inkl. der Nennung der Einheiten korrekt sein.</td></tr>
</table>

Aufgabenmerkmale

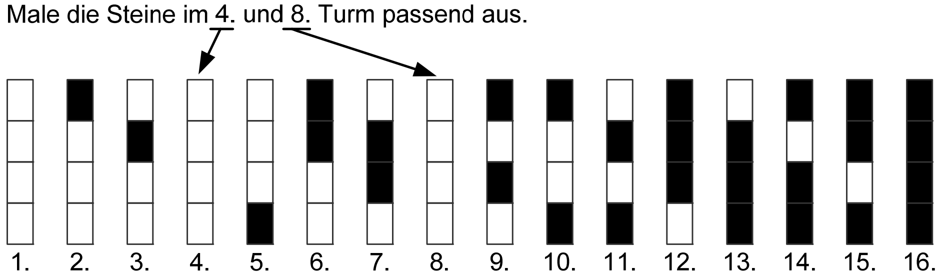
Anforderungsbereich	Reproduzieren (I)
Kompetenzstufe	II
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompe-	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1); eine Darstellung

tenzen	in eine andere übertragen (5.2)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	funktionale Beziehungen in Tabellen darstellen und untersuchen (3.2.b)

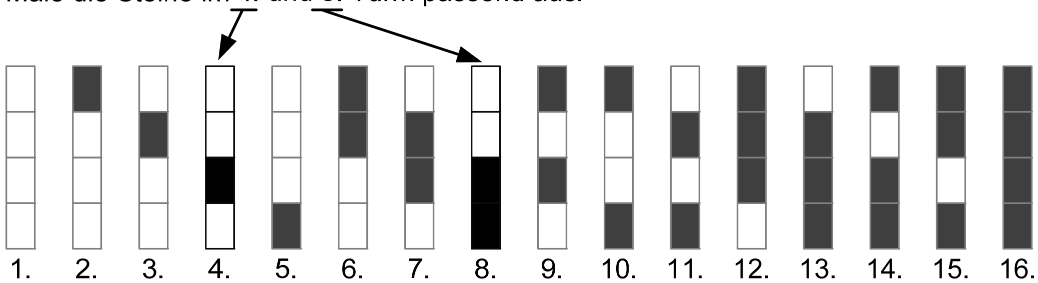
Aufgabe 8:

Klara hat mit weißen und schwarzen Bausteinen 4er-Türme gebaut.
Sie will alle Möglichkeiten geordnet aufmalen.

Male die Steine im 4. und 8. Turm passend aus.



Auswertung

RICHTIG	vgl. Lösungsgrafik Male die Steine im 4. und 8. Turm passend aus.  Beide Türme müssen korrekt ausgefüllt sein.

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	III
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z.B. systematisch probieren) (1.2)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Gesetzmäßigkeiten in geometrischen und arithmetischen Mustern (z. B. in Zahlenfolgen oder strukturierten Aufgabenfolgen) erkennen, beschreiben und fortsetzen (3.1.b)

Aufgabe 9:

Tim spart jede Woche 2,50 € von seinem Taschengeld. Er möchte sich einen Zauberkasten für 29,90 € kaufen. Wie lange muss er sparen?

Er muss dafür _________ Wochen sparen.

Auswertung

RICHTIG	12

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	V
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen (4.2)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	einfache Sachaufgaben zur Proportionalität lösen (3.2.c)

Aufgabe 10:

Die Schülerzeitung soll für alle Kinder der Schule gedruckt werden.
Einer der beiden Schulkopierer braucht dafür 120 Minuten.

Anton sagt: „Es dauert 240 Minuten, wenn 2 Kopierer gleichzeitig drucken.“

Hat Anton recht? Kreuze an. ☐ ja ☐ nein

Begründe.

✍ ____

____

____

____

Auswertung

RICHTIG	NEIN wurde angekreuzt UND alle Begründungen, die erkennen lassen, dass Anton nicht recht hat, da sich die Kopierdauer nicht erhöht, sondern verringert, z. B.: • Er hat nicht recht, weil das Drucken mit zwei Kopierern weniger Zeit benötigt / kürzer dauert / zwei Kopierer schneller drucken. • weil 120 : 2 = 60 • Wenn zwei Drucker drucken, kann es ja nicht mehr als 120 Minuten sein, weil einer ja schon 120 Minuten braucht. • Er hat nicht recht, weil man mit zwei Kopierern nicht doppelt so lange braucht.

FALSCH	alle anderen Antworten, z. B. keine, eine unzureichende oder eine unvollständige Begründung: • Ja, er hat recht. Aber dann werden es doppelt so viele. • Er hat nicht recht, weil es nicht stimmt. • Er hat nicht recht, nur einer braucht so lange. • Er hat nicht recht, weil es dann zu lange dauert.

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	V
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Begründungen suchen und nachvollziehen (3.3); Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	funktionale Beziehungen in Sachsituationen erkennen, sprachlich beschreiben (z.B. Menge - Preis) und entsprechende Aufgaben lösen (3.2.a)

Aufgabe 12:

Die Lehrerin will für 30 Kinder Fahrkarten kaufen. Für jedes fünfte Kind ist die Karte kostenlos.

Die Lehrerin muss nur _________ Fahrkarten bezahlen.

Auswertung

RICHTIG	24

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	IV
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1); Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen (4.2)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Sachaufgaben lösen und dabei die Beziehungen zwischen der Sache und den einzelnen Lösungsschritten beschreiben (1.3.a); funktionale Beziehungen in Sachsituationen erkennen, sprachlich beschreiben (z.B. Menge - Preis) und entsprechende Aufgaben lösen (3.2.a)

Aufgabenbezogener Kommentar

Aufgabe 1 und 5

Die beiden Aufgaben beschreiben Alltagssituationen, die **direkte proportionale Zusammenhänge** (funktionale Beziehungen) in den Blick nehmen. Ausgehend von dem Wert einer Größe kann die fehlende Größe errechnet werden **(je mehr, desto mehr**). Man kann diese Aufgaben lösen, indem man zunächst auf 1 und anschließend auf den neuen Wert schließt.

Aufgabe 6

Auch diese Aufgabe verlangt das Erkennen des direkten proportionalen Zusammenhangs **(je mehr, desto mehr)**. Jedoch muss die funktionale Beziehung mit Hilfe der Zahlenwerte in einer Tabelle bzw. der Angabe im Text entdeckt werden. Die auf Grundlage des funktionalen Zusammenhangs berechneten Ergebnisse müssen wiederum in einer Tabelle dargestellt werden.

Aufgabe 2

Basierend auf den Alltagserfahrungen der Kinder wird der **proportionale Zusammenhang** zwischen dem Geldwert eines Einkaufs und der Anzahl von Sammelfiguren dargestellt **(je mehr, desto mehr).**

Aufgabe 9 und 12

In Sachzusammenhängen lassen sich **proportionale Zusammenhänge** nicht immer auf den „ersten Blick“ erkennen. Bei Aufgabe 9 ist die funktionale Beziehung aufgrund einer regelmäßigen Wiederholung gegeben – hier die regelmäßige Auszahlung des gleichen Taschengeldbetrags **(je öfter, desto mehr).** Bei Aufgabe 12 ist bei einer Kaufsituation ein Rabatt im Endpreis zu berücksichtigen, der einem Muster, basierend auf proportionalen Zusammenhängen, folgt.

Aufgabe 10

Bei dieser Aufgabe handelt es sich um eine Sachsituation, der ein **antiproportionaler** oder **indirekt proportionaler Zusammenhang** zugrunde liegt **(je mehr, desto weniger)**.

Aufgabe 8

Diese Aufgabe ist dem Bereich der **Kombinatorik** zuzuordnen. Die Darstellung aller kombinatorischen Lösungsmöglichkeiten in Form eines **geometrischen Musters** gilt es zu erkennen und zu ergänzen.

Mögliche Schwierigkeiten

Aufgaben 1, 5 und 6

Bei diesen Aufgaben mit **proportionalen Zuordnungen** müssen die Zusammenhänge zwischen den einander zugeordneten Werten erkannt werden, um dann mit Hilfe der Multiplikation (oder gegebenenfalls auch Division) fehlende Werte berechnen zu können. Schwierigkeiten könnte dies in Aufgabe 1 bereiten, da hier nicht angegeben wird, welcher Geldwert *einer* Minute zugeordnet wird (im Gegensatz zur Aufgabe 5: *Eine* Runde dauert...), sondern „5 min“ als gegebener Wert zu betrachten ist, dem ein Euro zugeordnet wird. Wird dies nicht erkannt, sondern von „1 min“ ausgegangen, folgt daraus die Verzehnfachung des Preises anstelle der Verdoppelung.

Wie viel kosten 10 Minuten? 10,00 €

Bei Aufgabe 6 ist der Wert, der *einem* Los zugeordnet wird, nicht in der Tabelle gegeben. Er kann jedoch aus dem Text entnommen werden.

Aufgabe 2

Die notwendige Beachtung einer **Schwelle** für das Erreichen des nächsten Wertes bildet eine mögliche Hürde in Aufgabe 2. Es muss erkannt werden, dass jeweils nur „volle Zehner" den Erhalt einer weiteren Figur bewirken und welche Schwellenwerte (10 €, 20 €, 30 € …) dadurch von Bedeutung sind.

Aufgabe 10

Das Erkennen einer **Antiproportionalität** – wie in Aufgabe 10 – gelingt nicht allen Kindern auf Anhieb. Das „je mehr, desto mehr" der Proportionalität muss hier als „je mehr, desto weniger" erkannt werden. Eine Erhöhung der Anzahl an Kopierern führt zu einer Verminderung der benötigten Zeit.

Aufgabe 9

Eine besondere Schwierigkeit dieser Aufgabe ist, dass der Preis des Zauberkastens kein Vielfaches des Taschengeldbetrags ist und somit durch die Anwendung einer Strategie (→ *Problemlösen*) zunächst das den Preis am wenigsten übersteigende Vielfache des wöchentlichen Taschengeldbetrags ermittelt werden muss.

Aufgabe 12

Die Überführung einer Sachsituation in die Sprache der Mathematik (→ *Modellieren*) ist ein Schwerpunkt in Aufgabe 12. Die Formulierung „…für jedes fünfte Kind" muss verstanden, richtig interpretiert und in eine mathematische Struktur gebracht werden, die zur korrekten Berechnung der zu bezahlenden Fahrkarten führt.

Aufgabe 8

Es ist nicht für alle Kinder augenscheinlich, nach welcher Gesetzmäßigkeit alle **kombinatorischen** Möglichkeiten von Klara gefunden wurden (Es wandern die schwarzen Steine jeweils systematisch durch die Positionen.). Die Kinder müssen das von Klara gebildete Muster nachvollziehen und entsprechend ergänzen können.

Anregungen für den Unterricht

Die gegebenen Sachsituationen enthalten mehrfach **proportionale Zuordnungen** als Muster (Aufgaben 1, 2, 5, 6 und 9). Diese Muster können verdeutlicht werden, indem die enthaltene mathematische Struktur in Tabellen überführt und erweitert wird (→ *Darstellen*). Das Verbalisieren der Zusammenhänge und weiterführender Erkenntnisse hilft, funktionale Zusammenhänge besser zu verstehen und mit Alltagserfahrungen in Verbindung zu bringen.

Beispiel: Aufgabe 1:

Zeit	5 min	10 min	15 min	20 min
Preis	1€	2€	3€	4€

Mögliche Fragestellungen (→ *Kommunizieren*):

- Warum gibt es in der Tabelle nur 5-min-Schritte?
- Warum wird wohl keine minutengenaue Bezahlung ermöglicht?
- Wie viel bezahlt ein Kind, das 12 min springen möchte?

Beispiel: Aufgabe 5:

Runden	1	2	3	4	5	6	7	8
Dauer	2 min	4 min	6 min	8 min	10 min	12 min	14 min	16 min

Beispiel: Aufgabe 6:

Bei Aufgabe 6 ist diese Tabellenstruktur bereits vorgegeben. Nach der Ermittlung des Preises für zwei Lose kann hier durch geschicktes Verdoppeln auf die Kosten bei jeweils verdoppelter Anzahl geschlossen werden (2 → 4 → 8 → 16 → 32). Dies könnte in einer erweiterten Tabelle dargestellt werden:

Anzahl Lose	2	3	4	8	16	32
Preis	1 €	1,50 €	2 €	4 €	8 €	16 €

Eine mögliche Weiterführung ist eine Veränderung der Aufgabenstellung, und zwar so, dass die Proportionalität nicht mehr durchgängig vorhanden ist:

An einer anderen Losbude steht dieses Schild:

- Max will 9 Lose. Was soll er beim Losverkäufer bestellen? Bei welchen Losanzahlen lohnt es sich, mehr Lose zu bestellen als man eigentlich möchte? (→ *Argumentieren*)
- Warum wird wohl vom Verkäufer ein Rabatt eingeräumt? (→ *Kommunizieren*)

Darstellung in einer Tabelle:

Anzahl Lose	1	5	9	10	17	18	19	20	30
Preis									

Beispiel: Aufgabe 2:

Bei Aufgabe 2 ist jeweils das Erreichen einer Schwelle „Auslöser“ für den Erhalt einer weiteren Sammelfigur. Vielen Kindern ist dies aus der Einkaufssituation im Supermarkt bekannt. Auch hier ist die Darstellung in einer Tabelle hilfreich für das Verstehen, insbesondere bei Verwendung von „Zwischenwerten“ (→ *Darstellen*):

Einkaufswert	3 €	10 €	16 €	19,99 €	20 €	26 €	30 €	90 €	99,99 €
Anzahl Figuren	0	1	1	1	2	2	3	9	9

Aus dieser Tabelle lässt sich vergleichsweise einfach die Erkenntnis gewinnen, dass (im hier gegebenen Rahmen bis 99,99 €) die jeweilige Zehnerziffer festlegt, welche Anzahl an Spielfiguren vergeben wird.

Interessante Fragestellungen hierzu wären (→ *Kommunizieren, Argumentieren*):

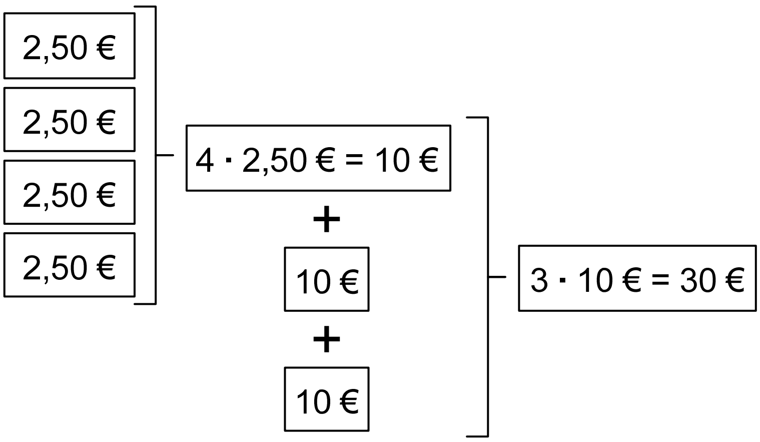
- Wie erkennt man bei Werten ab 10 € die Zahl der Spielfiguren sofort am jeweiligen Einkaufswert?
- Kann es sich lohnen, einen Einkauf in zwei Teile zu teilen, um dadurch mehr Figuren zu erhalten?
- Was kann passieren, wenn zwei Einkäufe zusammengelegt werden?

Beispiel: Aufgabe 9:

Bei Aufgabe 9 muss ermittelt werden, wie lange das Taschengeld gespart werden muss, um einen bestimmten Betrag zu erreichen. Die Berechnung durch Division des Gesamtbetrages durch die wöchentliche Sparrate ist für die Kinder kaum lösbar und somit muss nach einer geeigneten Strategie gesucht werden, die die proportionale Zuordnung Woche – Taschengeldsumme nutzt (→ *Problemlösen, Darstellen*):

Wochen	1	2	4	12
Summe	2,50 €	5 €	10 €	**30 €**

Eine Darstellung der hilfreichen Bündelung könnte auch so aussehen (→ *Darstellen*):

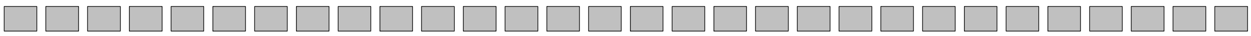


Es muss erkannt werden, dass das nächste **über** dem Preis des Zauberkastens liegende Vielfache von 2,50 € der Zielwert 30 € ist.

Aus der bildlichen Darstellung lässt sich die Berechnung 3 • 4 = 12 ableiten: 4 Wochen muss man sparen um 10 Euro zu bekommen, 3 mal 4 Wochen muss man sparen, um 30 Euro zu bekommen.

<u>Beispiel: Aufgabe 12:</u>
Eine andere Art der Lösungsfindung kann auch anhand einer zeichnerischen Darstellung erfolgen, wie z. B. in <u>Aufgabe 12</u>. Zunächst sollte hier die Zahl der kostenlosen Fahrkarten ermittelt werden, um sie danach von der Gesamtzahl abzuziehen. Dass dies durch die Rechnung 30 : 5 = 6 geschehen kann, ist nicht unbedingt allen Kindern einsichtig. Eine bildliche Darstellung in mehreren Schritten ist als Diskussionsgrundlage (→ *Argumentieren*) für das Verständnis hilfreich:

30 Fahrkarten:



Jede 5. Fahrkarte ist kostenlos:

Division durch 5 ergibt eine Aufteilung in sechs 5er-Blöcke:

So wird deutlich, dass 6 Blöcke mit jeweils einer Gratiskarte entstehen.

Aus dieser Darstellung ist zudem ersichtlich, dass nun sowohl durch Abziehen der Gratiskarten (30 – 6 = 24), als auch durch Multiplikation der bezahlpflichtigen Karten in den „Blöcken" (6 • 4 = 24) die Lösung ermittelt werden kann.

Weiterführend – ebenfalls zunächst grafisch unterstützt – könnten komplexere Aufgabenstellungen gelöst bzw. gemeinsam entwickelt werden, wie z. B.:

„Die Lehrerin will für 72 Kinder Karten kaufen.

Von jeweils 8 gelösten Karten sind 2 kostenlos."

<u>Beispiel: Aufgabe 10:</u>
Ein Beispiel für eine **Antiproportionalität** ist <u>Aufgabe 10</u>. Selbst nach der Erkenntnis, dass mit der Verdoppelung (oder zumindest Erhöhung) der Kopierkapazität nicht etwa eine Erhöhung, sondern eine Verminderung der benötigten Zeit einhergeht (→ *Modellieren*), ist die Formulierung dieser Erkenntnis in der geforderten Begründung für viele Kinder eine Herausforderung (→ *Argumentieren*).

Eine Analyse der Schülerlösungen kann zeigen, dass diese nicht immer eindeutig richtig oder falsch sind, sondern oft nur unvollständige Begründungen enthalten. Diese können richtige Ansätze zeigen, lassen aber auch erkennen, dass eine Kompetenz erst ansatzweise entwickelt ist. Lösungen von „Begründungsaufgaben“, in denen die Kinder schriftlich argumentieren, können eine sehr wertvolle diagnostische Hilfe sein, weil sie Hinweise auf die den Lösungsprozess begleitenden Denkprozesse geben. Diese Lösungen lassen sich zusätzlich im Gespräch mit den Kindern in der Klasse im Sinne von Teilleistungen würdigen und bieten gleichzeitig die Chance, mit den Kindern Ideen für alternative Lösungen zu entwickeln (→ *Kommunizieren*).

So können Aufgabenlösungen zur Aufgabe 10 mit gezielten Fragen untersucht werden:

- Was muss in der Antwort stehen, damit andere deinen Gedankengang nachvollziehen können? (→ *Kommunizieren*)
- Welche Begründung ist für dich eine gute Begründung? Warum? (→ *Argumentieren*)

Hat Anton recht? Kreuze an. ☒ ja ☐ nein
Begründe.
Weil es werden zwei Zeitungen gleichzeitig gedruckt.

Hat Anton recht? Kreuze an. ☐ ja ☒ nein
Begründe.
Nein, er hat nicht recht weil ein Kopierer braucht 120 Minuten, also braucht 2 Kopierer Nur 60 Minuten.

Hat Anton recht? Kreuze an. ☒ ja ☐ nein
Begründe.
weil 2 Kopirer das dopelte machen konnen

Hat Anton recht? Kreuze an. ☐ ja ☒ nein
Begründe.
Weil, wenn sie gleichzeitig drucken dann dauert es 120 Minuten.

Hat Anton recht? Kreuze an. ☐ ja ☒ nein
Begründe.
Es kann nicht stimmen weil wenn beide gleichzeitig drucken dauert es 120 min. Wenn sie nacheinander drucken dann dauert es 240 min.

Hat Anton recht? Kreuze an. ☒ ja ☐ nein
Begründe.
Weil ~~er~~ er gerechnet hat 120 + 120 = 240

Die Fähigkeit zum Argumentieren kann vor allem im intensiven, weiterführenden gemeinsamen Unterrichtsgespräch entwickelt werden (→ *Argumentieren, Kommunizieren*). Es bietet sich dazu an, ähnliche Aufgaben mit Antiproportionalität zu suchen und über die Lösbarkeit zu diskutieren, so z. B.:

„Wenn 20 Kinder mit dem Bus zum Theater fahren, muss jedes Kind 10 Euro bezahlen.“ „Wie viel muss jedes Kind bezahlen, wenn 40 Kinder mitfahren?“

Dass dies ein geringerer Betrag sein muss, sollte nach der Behandlung der Testaufgabe erkannt werden. Doch kann hier einfach eine Halbierung stattfinden, wenn der Eintrittspreis mit eingerechnet ist?

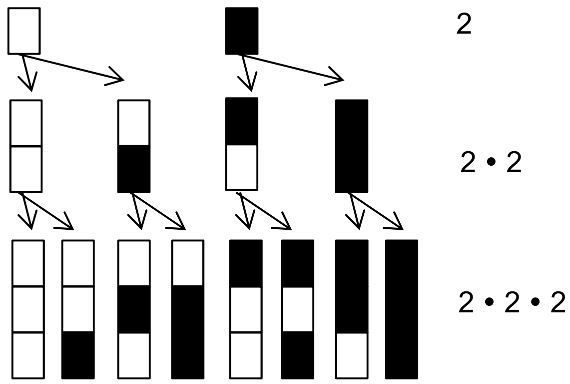
Als weitere Aufgabe bietet sich folgende Situierung an: „Wie ist es, wenn am Veranstaltungstag jemand krank ist?“

Beispiel: Aufgabe 8:

Ein **kombinatorisches Muster** findet sich in Aufgabe 8. Durch die Verwendung der vorgegebenen Systematik werden die beiden gesuchten Färbungen der Steine gefunden.

Die vertiefende Betrachtung der Aufgabe kann zur Frage führen, wie hier auf andere Weise systematisch sämtliche Möglichkeiten oder auch nur ihre Anzahl gefunden werden können/kann. Eine Lösung kann über die schrittweise Steigerung der Höhe der Türme erfolgen. Die jeweils folgenden

Turmfärbungen ergeben sich daraus, dass jedem Element entweder ein weißes oder ein schwarzes unterbaut wird:



Daraus ergibt sich die Erkenntnis, dass aus jeder weiteren Erhöhung der Türme auch eine Verdoppelung der Möglichkeiten resultiert. So kann die Zahl der Möglichkeiten bei 4 Steinen (aus der Aufgabe bekannt) und weiteren Anzahlen errechnet werden.

Größen und Messen

In diesem Inhaltsbereich geht es vor allem um das Messen, den Aufbau von Größenvorstellungen, das Kennen von Standardrepräsentanten, ein Verständnis für Einheiten sowie das Rechnen.

Für die Erarbeitung der Größen gibt es den Vorschlag einer didaktischen Stufenfolge, die als Orientierung dienen kann (vgl. Radatz et al 1998[1]).

Diese Stufenfolge ist hier am Beispiel Längen dargestellt:

Erste Erfahrungen in Sach- und Spielsituationen sammeln

- Themen aus der Lebenswelt der Kinder aufgreifen (z. B. Sportfest, Körpergröße, …)

Direkter Vergleich von Repräsentanten einer Größe

- direktes Nebeneinanderstellen oder -legen mit Angabe der Größenrelation (z. B. größer/kleiner, länger/ kürzer, dicker/dünner, breiter/schmaler …)
- Repräsentanten (zu messende Gegenstände) müssen dazu zur gleichen Zeit am gleichen Ort sein

Indirekter Vergleich mit nicht standardisierten Maßeinheiten

- willkürliche Maßeinheiten: Körpermaße (wie Fingerbreite, Fußlänge, Handspanne …), Stäbe, Bänder …
- Stufe des ersten Messens: „Maßeinheit" wird wiederholt ohne Lücke und Überschneidung angelegt und das Enthaltensein gezählt (z. B. Tischbreite: 8 Handspannen – 8 ist die Maßzahl, Handspannen die Maßeinheit)
- Die Notwendigkeit standardisierter Einheiten wird erkannt, da bei nicht standardisierten Maßeinheiten unterschiedliche Ergebnisse entstehen.

Indirekter Vergleich mit Hilfe standardisierter Maßeinheiten

- Erarbeitung der standardisierten Einheiten (cm, m, mm, km)
- Die Beziehungen zwischen standardisierten Einheiten (z. B. m, cm) sind mathematisch definiert im Gegensatz zu den Beziehungen zwischen nicht standardisierten Maßeinheiten wie Handspanne oder Fuß.
- Vergleiche sind wiederholbar und führen zu gleichen Ergebnissen: z. B. Tischbreite gemessen: heute, morgen, an einem anderen Ort: 100 cm

Messen mit technischen Hilfsmitteln

- Erarbeitung des Umgangs mit verschiedenen Messinstrumenten: Anlegen des Lineals am Nullpunkt, Nutzen der Skalierung, Thematisierung verschiedener Skalierungen
- Erkennen der Zweckmäßigkeit eines Messgerätes: Die Auswahl des Messgerätes ist von Messobjekt abhängig.
- vielfältige Messhandlungen und -erfahrungen ermöglichen

Entwickeln von Größenvorstellungen

- Aufbau von Stützpunktvorstellungen durch Messerfahrungen: z. B. 1 cm – etwa Breite eines Fingers, 1 m – Höhe der Tafel
- Übungen zum Schätzen

Verfeinern und Vergröbern der Maßeinheiten

- Notwendigkeit von feineren und gröberen Einheiten
- Erarbeiten weiterer Einheiten

[1] Radatz, H. et al. (Hrsg.) (1998): Handbuch für den Mathematikunterricht. Band 2: 2. Schuljahr. Hannover: Schroedel.

- Verfeinern: m → cm, cm → mm / Vergröbern: mm → cm, cm → m, m → km

Rechnen

- Rechnen in einer Einheit und mit zusammengesetzten Einheiten
- Kenntnis von Umrechnungszahlen
- Umrechnen in verschiedene Einheiten

Ein Schwerpunkt bei der Arbeit mit Größen ist die Entwicklung von Größenvorstellungen. Sie sind grundlegend beim Schätzen und auch bei der Bewertung von errechneten Ergebnissen in Sachkontexten. Größenvorstellungen entwickeln sich vor allem durch handlungsorientiertes Arbeiten. Es gilt, vielfältige Gelegenheiten zum Vergleichen, Messen und Schätzen zu schaffen und diese regelmäßig im Unterricht immer wieder aufzugreifen.

Anmerkungen zum Schätzen:

Schätzen ist im Zusammenhang mit Größen eine zentrale Fähigkeit mit großem Realitätsbezug.

Sinnvoll sind Aufgaben, bei denen das Schätzen nötig ist, weil

- keine genauen Angaben vorliegen (z. B. Länge der Autoschlange im Stau)
- ein Schätzwert schneller ermittelt ist (z. B. Gewicht Schulranzen)
- der Schätzwert ausreicht (z. B. Einkauf für den Kindergeburtstag)
- kein Messinstrument vorhanden ist (z. B. Höhe eines Baumes im Wald)
- das Ereignis in der Zukunft liegt (z. B. Einnahmen zum Schulfest)

Kinder erfahren so, dass Schätzen kein Raten ist, sondern dass eine ungefähre Größenangabe durch gedankliches Vergleichen mit individuell bekannten Größen ermittelt werden soll.

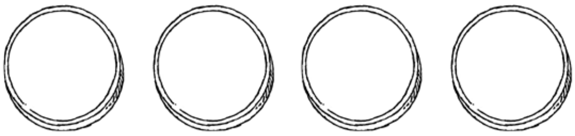
Strategien zum Schätzen sind der **direkte Vergleich** (Man stellt sich einen bekannten Repräsentanten vor, vergleicht gedanklich und ermittelt ebenfalls gedanklich den Unterschied, z. B. Max ist so groß wie die Tür.) oder der **indirekte Vergleich** (Man misst gedanklich, z. B. Das Haus ist so hoch wie 5 Männer.).

Schätzwerte und die Strategien, die zu den Schätzwerten führen, sollten im Unterricht besprochen und begründet werden. Eine Thematisierung von passenden aber auch ungenauen Ergebnissen würdigt einerseits die Schülerleistung und hilft den Kindern andererseits, die Anwendung der Stützpunktvorstellung zu überprüfen und gegebenenfalls anzupassen.

Geld

Aufgabe 20:

Bodo legt zwei Euro mit vier gleichen Münzen. Trage ein.



Auswertung

RICHTIG	50 ODER 50 Cent/ct steht in jeder Münze.

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	II
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind (4.1.c)

Aufgabe 22d:

Wandle in die angegebene Einheit um.

a) 1 kg = ___________ g

c) 90 mm = ____________ cm

b) $\frac{1}{2}$ h = ____________ min

d) 2 € 6 Cent = ____________ Cent

Auswertung

RICHTIG	[a] 1000
RICHTIG	[b] 30
RICHTIG	[c] 9
RICHTIG	[d] 206

Aufgabenmerkmale

	a)	b)	c)	d)
Anforderungsbereich	Reproduzieren (I)	Reproduzieren (I)	Reproduzieren (I)	Reproduzieren (I)
Kompetenzstufe	II	III	II	II
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Grundlegende Fertigkeiten (0)	Grundlegende Fertigkeiten (0)	Grundlegende Fertigkeiten (0)	Grundlegende Fertigkeiten (0)
Bildungsstandard/s -	Größenangaben	Größenangaben	Größenangaben	Größenangaben

Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)	in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)	in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)	in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)

Aufgabe 29:

Eine Packung Luftballons kostet 1,95 €. Ina hat 10 €.

Sie kann höchstens _________ Packungen kaufen.

Auswertung

RICHTIG	5

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	III
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	in Sachsituationen angemessen mit Näherungswerten rechnen, dabei Größen begründet schätzen (4.2.c)

Aufgabenbezogener Kommentar

	Größen-vorstellung	Kenntnis von Standardrepräsentanten	Messen	Verständnis für Einheiten, Umwandeln	Rechnen
Aufgabe 20		x		x	x
Aufgabe 22d				x	
Aufgabe 29	x			x	x

Der Größenbereich Geld ist den Kindern vor allem aus praktischen Erfahrungen des alltäglichen Lebens bekannt (z. B. Einkaufssituationen, Taschengeld). Der Kompetenzaufbau sollte somit auf diesen Erfahrungen und Beobachtungen im Umgang mit Geld basieren. Daraus lassen sich Sachprobleme für den Mathematikunterricht ableiten. Dabei können Ergebnisse auf ihre Plausibilität (z. B. beim Rechnen mit Näherungswerten) überprüft werden (→ *Kommunizieren*, *Argumentieren*).

Oft hängt das Rechnen mit Geld auch mit anderen Kompetenzbereichen zusammen (Aufgabe 29: *Zahlen und Operationen*, *Muster und Strukturen* – Menge/Preis; Aufgabe 20: *Problemlösen* – systematisches Probieren).

Bei der Aufgabe 20 müssen diejenigen Münzen identifiziert werden, die zur Lösung führen (4 · 50 Cent = 200 Cent, sie entsprechen damit dem Wert von 2 Euro). Bei Aufgabe 22 muss das

Wissen um die Einheiten Euro und Cent (1 € entspricht 100 Cent, folglich entsprechen 2 €, 200 Cent) angewendet werden, um zur richtigen Lösung zu kommen (2 € 6 Cent = 206 Cent).

Auch die Aufgabe 29 setzt an dem Verständnis für Einheiten an, indem die Kommaschreibweise (1,95 €) richtig erlesen und gedeutet werden muss (1 € [und] 95 Cent). Die Lernenden sollten zudem aufgrund der Größenvorstellungen erkennen, dass sich diese Aufgabe leicht lösen lässt, wenn begründet überschlagen wird. Konkret bedeutet dies bei der Aufgabe 29, dass der Betrag von 1,95 € auf 2 € aufgerundet wird, um leichter berechnen zu können, wie viele Päckchen Luftballons den Einkaufswert von 10 € nicht übersteigen.

Mögliche Schwierigkeiten

Aufgabe 20

- Es werden lediglich vier gleichwertige Münzen eingezeichnet und der Zusammenhang mit dem Gesamtwert der vier Münzen (2 Euro) wird nicht hergestellt.
- Kinder stellen den Gesamtbetrag von 2 € dar, jedoch ist die Bedingung, dass es vier gleiche Münzen sein müssen, nicht erfasst worden.
- Die Begriffe *Euro* und *Münzen* werden nicht unterschieden.
- Die 50-Cent-Münzen werden mit Euro bezeichnet/angegeben.

Aufgabe 22d

- Die Umwandlung von Euro in Cent wird nicht beherrscht, deshalb werden bspw. Euro und Cent formal addiert, es wird willkürlich ein Komma gesetzt und/oder die Null ans Ende gehängt.
- Es werden die 2 € in Cent umgewandelt und beide Cent-Angaben nicht addiert, sondern getrennt angegeben.

Aufgabe 29

- Textverständnis: Es handelt sich um eine Sachaufgabe, die Textverständnis voraussetzt, um den Kontext und damit den proportionalen Zusammenhang (Menge-Preis) zu erschließen. Eine Schwierigkeit könnte dabei die Deutung des Begriffs *höchstens* sein, der von Lernenden mit *‚nicht mehr als‘* übersetzt werden muss.
- Die Kommaschreibweise wird nicht beherrscht.
- Rechnen mit Dezimalzahlen statt Näherungswerten: Falls Lernende den Vorteil des Rechnens mit Näherungswerten nicht erkennen, erhöht sich der Rechenaufwand erheblich. Das (halb-)schriftliche Rechnen mit Dezimalzahlen führt zur Gefahr sich zu verrechnen.

Anregungen für den Unterricht

Vielseitige Erfahrungen im Umgang mit Geld helfen beim Erwerb der erforderlichen Kompetenzen. Um sich die Münzen als **Standardrepräsentanten im Größenbereich Geldwerte** einzuprägen, eignen sich Übungen zum schnellen Erfassen kleinerer Geldbeträge. Durch Legen und Vergleichen von bspw. drei gleichwertigen Münzen mit drei anderen aber ebenfalls gleichwertigen Münzen (drei 10-Cent-Stücke/drei 20-Cent-Stücke/drei Ein-Euro-Stücke) erfahren Lernende die Bedeutung der Wertigkeit. Durch das Legen eines Geldwertes mit unterschiedlichen Münzen wird der Zusammenhang zwischen bspw. einem 50-Cent-Stück und fünf 10-Cent-Stücken bzw. zehn 5-Cent-Stücken deutlich.

Münzen und Scheine können nach ihrem Wert geordnet und zueinander in Beziehung gesetzt werden. (*Standardrepräsentanten kennen und ein Verständnis für Einheiten entwickeln*). Wichtig ist dabei, die Relationen zu verbalisieren (*weniger/mehr/gleich viel wert → Kommunizieren*).

Eine Tabelle, in der verschiedene Schülerlösungen beim Legen eines bestimmten Geldbetrags festgehalten werden, hilft, die Übersicht zu behalten und die gefundenen Möglichkeiten zu strukturieren und zu visualisieren (→ *Darstellen*).

Beispiel für Zerlegungen von Geldbeträgen mit Münzen:

Münzen	**2 €**	**1 €**	**50 Cent**	**20 Cent**	**10 Cent**	**5 Cent**	**2 Cent**	**1 Cent**
Anzahl								
Anzahl								

Die Aufgabe 20 kann variiert und mit folgenden möglichen Arbeitsaufträgen erweitert werden:

- Wie kannst du 1 € mit Münzen legen? Finde verschiedene Möglichkeiten.
- Wie kannst du 1 € mit gleichen Münzen legen? Finde verschiedene Möglichkeiten.
- Lege den Geldbetrag von 2 €. Finde verschiedene Möglichkeiten.
- Lege den Geldbetrag von 2 € mit gleichen Münzen. Wie viele Möglichkeiten findest du? (Differenzierung: Finde ein bis drei Möglichkeiten/alle Möglichkeiten).
- Lege den Geldbetrag von 2 € mit möglichst vielen/wenigen Münzen.
- Lege den Geldbetrag von 2 €. Eine Münze soll ein 10-/20-/50-Cent-Stück sein.
- Lege den Geldbetrag von 2 € mit genau zwei/drei/vier/fünf ... Münzen. Geht das mit jeder Anzahl von Münzen? (→ *Kommunizieren*) Begründe. (→ *Argumentieren*)
- Lege den Geldbetrag von 2 €. Es darf keine Münze doppelt vorkommen. Geht das? (→ *Kommunizieren*) Begründe. (→ *Argumentieren*)

Der Zahlenraum kann beispielhaft an folgender Aufgabe erweitert werden:

In einer Geldbörse sind vier verschiedene Geldscheine. Zusammen sind es mehr als 100 €, aber weniger als 200 €.

a) Welche Geldscheine können es sein?
(Differenzierung: Finde ein bis zwei Lösungen. / Finde alle Möglichkeiten.)

b) Welche Beträge ergeben sich bei den verschiedenen Möglichkeiten?

(vgl. Peter-Koop & Nührenbörger 2010, S. 113)[2]

Das **Umwandeln** von Einheiten (Aufgabe 22d) kann in folgenden Schwierigkeitsstufen geübt werden:

- Umwandlung in Cent
    - Ganze Euro

[2] Peter-Koop, A. & M. Nührenbörger (2010). Größen und Messen. In Walther, G., van den Heuvel-Panhuizen, M.; Granzer, D. & Köller, O. (Hrsg.) Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret. 4. Auflage. Berlin: Cornelsen Scriptor, 89-117.

- gemischte Zahlen (3 € 50 Cent/3 € 5 Cent)
- Angabe in Kommaschreibweise (3,50 €/3,05 €)
- Differenzierung: Wie viele Cent sind 100 Euro, 1000 Euro, …?

- Umwandlung in Euro ohne/mit Kommaschreibweise
  (200 Cent = 2 €/112 Cent = 1€ 12 Cent/1,12 €)

Die Bedeutung und der Sinn des Umganges mit Näherungswerten wird in praktischen Sachsituationen deutlich und den Lernenden bewusst. Das *Rechnen mit Näherungswerten und das begründete Schätzen* sind besonders im Kontext des Einkaufens relevant, wenn sich z. B. die Frage stellt, ob das Geld reicht, wenn bar an der Kasse bezahlt werden muss. Selten handelt es sich in dem Kontext um „glatte“ Beträge (wahrscheinlicher ist ein Betrag von 1,99 € statt 2 €). An dieser Stelle lohnt es sich übrigens, gemeinsam zu besprechen, welche Strategien der Handel damit verfolgen könnte (→ *Kommunizieren*).

Zum Überschlagen können die bereits bekannten Rundungsregeln sachbezogen angewandt werden.

Um begründet mit Näherungswerten zu rechnen, muss die **Kommaschreibweise** (Aufgabe 29) bekannt sein. Ein Verständnis für die Bedeutung des Kommas kann mithilfe einer Stellenwerttafel veranschaulicht werden. Die Lernenden lesen verschiedene Geldbeträge, zerlegen sie entsprechend der Stellenwerte und tragen sie ein (und umgekehrt):

Kommaschreibweise	**Euro**				**Cent**	
	T	**H**	**Z**	**E**	**Z**	**E**
1,95 €				1	9	5
10,02 €			1	0	0	2

Die stellenwertgerechte Zerlegung der Geldbeträge kann auch als Rechenaufgabe erfolgen:

10 € + 2 Cent = 10,02 €

Dabei sollte die Bedeutung der Null vor bzw. nach dem Komma thematisiert werden. Die Veranschaulichung in der Stellenwerttafel ist dabei hilfreich.

Gerade bei Umwandlungsaufgaben mit Berücksichtigung der Kommaschreibweise ist eine Visualisierung (→ *Darstellen*) und Verbalisierung (→ *Kommunizieren*) wichtig.

Das bedarfsgerechte **Runden** einzelner Geldbeträge (2,34 € kann z. B. je nach Bedarf auf 2,35 €, 2,30 €, 2,50 € oder auf 2,00 € gerundet werden.) sowie das sinnvolle Überschlagen mehrerer Geldbeträge kann geübt werden, indem Kinder Preise aus Werbeprospekten entnehmen, nach den bekannten Regeln runden sowie einen Gesamtpreis sinnvoll überschlagen (Wenn ich 2,34 € auf 2,00 € gerundet habe, kann ich den nächsten Preis aufrunden.). Die Überschlagsergebnisse können verglichen und kritisch diskutiert werden (→ *Kommunizieren, Argumentieren*).

Alternativ können auch Einkaufsrechnungen untersucht und Fragen folgender Art geklärt werden:

Du hast 1 €/2 €/2,50 €/5 €/10 €/20 €/ ...

- Was kannst du dir dafür kaufen?

- Wie viel Geld bleibt dir dann noch ungefähr? Ist das viel/wenig?
  (→ *Kommunizieren*)
- Du brauchst 3 Tüten Milch/2 Kisten Limonade etc. Reicht dein Geld? Begründe.
  (→ *Argumentieren*)

Aufgabe 17:

Welches Gewicht passt zu einer Tafel Schokolade? Kreuze an.

☐ 1 g

☐ 100 g

☐ 1000 g

☐ 10 kg

Auswertung

RICHTIG	Nur das 2. Kästchen wurde angekreuzt. (100 g)

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	I
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden (2.2); mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen (3.1)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind (4.1.c)

Aufgabe 22a:

Wandle in die angegebene Einheit um.

a) 1 kg = __________ g　　　c) 90 mm = ___________ cm

b) $\frac{1}{2}$ h = ___________ min　　　d) 2 € 6 Cent = ___________ Cent

Auswertung

RICHTIG	[a] 1000
RICHTIG	[b] 30
RICHTIG	[c] 9
RICHTIG	[d] 206

Aufgabenmerkmale

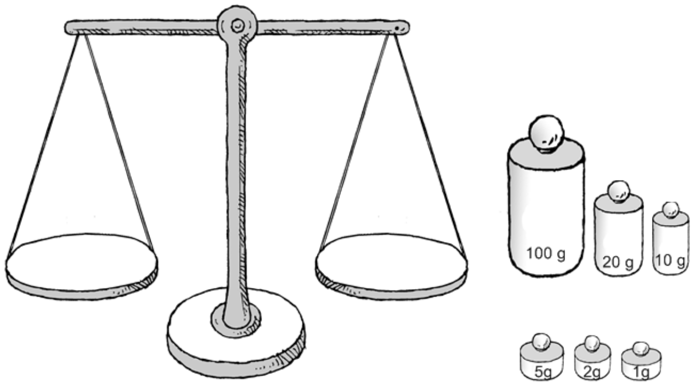
	a)	b)	c)	d)
Anforderungsbereich	Reproduzieren (I)	Reproduzieren (I)	Reproduzieren (I)	Reproduzieren (I)
Kompetenzstufe	II	III	II	II
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompe-	Grundlegende Fertigkeiten (0)	Grundlegende Fertigkeiten (0)	Grundlegende Fertigkeiten (0)	Grundlegende Fertigkeiten (0)

tenzen				
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)	Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)	Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)	Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)

Aufgabe 25:

Dieses Brötchen wiegt 80 g.

Man kann es mit der Balkenwaage und diesen Gewichten wiegen.
Jeden Gewichtsstein gibt es nur einmal.



Erkläre, wie man dabei vorgehen muss.

Auswertung

RICHTIG	Die Erklärung muss sinngemäß enthalten, dass das Auswiegen durch Auflegen von 100 g auf der einen Seite sowie des Brötchens zusammen mit 20 g auf der anderen Seite erfolgt. Eine Zeichnung wird auch als richtig bewertet, wenn die Gewichtssteine genau erkennbar gezeichnet bzw. beschriftet sind.
FALSCH	alle anderen Antworten, z. B.: Man wiegt zuerst 100 g, dann muss man 20 wegtun (hier wird nicht ersichtlich, dass der 20-g-Stein auf der Seite des Brötchens aufgelegt werden muss)

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	IV
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z. B. systematisch probieren) (1.2); Begründungen suchen und nachvollziehen (3.3)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	mit geeigneten Einheiten und unterschiedlichen Messgeräten sachgerecht messen (4.2.a)

Aufgabe 26:

Setze ein $\boxed{>}$, $\boxed{<}$ oder $\boxed{=}$

ein halber Meter	$\boxed{}$	60 cm
eine halbe Stunde	$\boxed{}$	60 min
ein halbes Kilogramm	$\boxed{}$	60 g

Auswertung

RICHTIG	vgl. Lösungsgrafik ein halber Meter $\boxed{<}$ 60 cm eine halbe Stunde $\boxed{<}$ 60 min ein halbes Kilogramm $\boxed{>}$ 60 g Alle Zeichen müssen korrekt eingetragen sein.

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	IV
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Grundlegende Fertigkeiten (0); mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Größen vergleichen, messen und schätzen (4.1.b); im Alltag gebräuchliche einfache Bruchzahlen im Zusammenhang mit Größen kennen und verstehen (4.1.e)

Aufgabe 31:

Kreuze jeweils an, was schwerer ist.

☐ Lastwagen ☐ Kleiderschrank	☐ Vogelfeder ☐ Zeitung
☐ Motorrad ☐ Fahrrad	☐ Schultasche ☐ Lesebuch

Auswertung

RICHTIG	vgl. Lösungsgrafik Kreuze jeweils an, was schwerer ist. ☒ Lastwagen ☐ Kleiderschrank ☐ Vogelfeder ☒ Zeitung ☒ Motorrad ☐ Fahrrad ☒ Schultasche ☐ Lesebuch Alle Kreuze müssen korrekt gesetzt sein.

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	I
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	mathematische Zusammenhänge erkennen und Vermutungen entwickeln (3.2)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Größen vergleichen, messen und schätzen (4.1.b)

Aufgabenbezogener Kommentar

	Größen-vorstellung	Kenntnis von Standardre-präsentanten	Messen	Verständnis für Einheiten, Umwandeln	Rechnen
Aufgabe 17	x	x			
Aufgabe 22a				x	
Aufgabe 25			x		x
Aufgabe 26				x	x
Aufgabe 31	x				

Mögliche Schwierigkeiten

Aufgabe 17

Die Größenvorstellung zum Bereich „Gewichte“ stellt für die Schülerinnen und Schüler oft grundsätzlich eine besondere Herausforderung dar, da diese im täglichen Umgang eher selten entwickelt wird. So ist die Kenntnis von und der Vergleich mit bekannten **Standardrepräsentanten** hilfreich und wichtig, um eine Einordnung/Abschätzung des Gewichts eines Gegenstandes (100 g: Schokoladentafel) vornehmen zu können. Aufgrund der sehr eindeutig davon abweichenden Alternativangaben kann Aufgabe 17 jedoch auch im Ausschlussverfahren gelöst werden, sofern eine grundlegende **Größenvorstellung** besteht.

Aufgabe 31

Fehlt die **Größenvorstellung** bzw. ist sie nicht ausreichend entwickelt, kann dies auch beim direkten Vergleich von Gewichten zu Schwierigkeiten führen. In der Regel haben die Kinder hier teilweise keine haptischen Erfahrungen gemacht (z. B. LKW), können dies aber bei vorhandener grundlegender Vorstellung abschätzen.

Aufgabe 25

Das Verstehen des Prinzips einer Balkenwaage zum **Messen** von Gewichten ist Voraussetzung für das Lösen dieser Aufgabe. Es muss zudem erkannt werden, dass das Wiegen hier durch einfaches Summieren vorhandener Standardgewichte auf der Gegenseite nicht möglich ist. Die subtraktive Vorgehensweise durch Auflegen der Differenz zum nächsthöheren Gewichtsstück auf der Seite des Gegenstandes muss selbst gefunden werden (→ *Problemlösen*). Die nachvollziehbare sprachliche Darstellung der Lösung (→ *Kommunizieren*) stellt hier eine weitere Herausforderung dar.

Aufgabe 22a und Aufgabe 26

Das **Umwandeln** der Gewichtseinheiten sowie der **rechnerische** Umgang mit Gewichten, wie es in den Aufgaben 22a und 26 gefordert ist, setzt die Kenntnis der Umrechnungszahl z. B. 1000 bei 1 kg = 1000 g voraus. Da diese in Aufgabe 22a direkt gefordert wird, ergibt sich hier keine zusätzliche rechnerische Problematik. Aufgabe 26 erfordert das Halbieren der 1000 g sowie die korrekte Anwendung der Zeichen für größer und kleiner, die entsprechend bekannt sein müssen.

Anregungen für den Unterricht

Für die Arbeit im Unterricht bietet sich zur Herausbildung einer differenzierten **Größenvorstellung** der variantenreiche handelnde Umgang mit einer möglichst weiten Gewichtsspanne an. Einerseits werden die im Alltag gebräuchlichen Kategorien wie „schwer“ oder „schwerer“ beim direkten Vergleich von Gegenständen aufgenommen, in der Fortführung wird aber auch die genauere quantitative Bestimmung vorgenommen.

Dies kann z. B. anhand einer Tabelle in Partnerarbeit durchgeführt werden; aus der zunächst vorzunehmenden Schätzung (2. + 5. Spalte) ergeben sich unter den Kindern in der Regel wertvolle Anlässe zur Kommunikation über vermutete Gewichte und Vergleichsgrößen (→ *Kommunizieren)*:

Messung: Gewicht	Schätzung: schwerer	Gegenstand 1	Gegenstand 2	Schätzung: schwerer	Messung: Gewicht
18 g		Radiergummi	Apfel	x	148 g
		…	…		
		…	…		

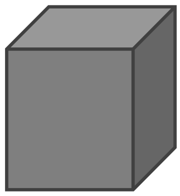
Der gezielte vergleichende Umgang mit ausgewählten **Standardrepräsentanten** führt zur erweiterten Fähigkeit, Gewichte gezielt schätzen und in Einheiten benennen zu können.

Es bieten sich hierfür beispielsweise an:

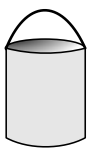
- Reißnagel (1 g)
- Blatt Papier (5 g)
- Tafel Schokolade (100 g)
- Päckchen Butter (250 g)
- Mehlpackung (1 kg)
- Mit Wasser gefüllter Eimer (10 kg)
- Grundschulkind (30 kg)

Auch bei diesen Gegenständen kann zunächst geschätzt und dann gemessen werden.

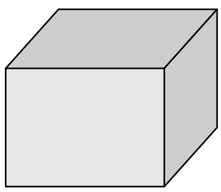
Einigen Kindern fällt auch die Trennung von Form/Volumen eines Gegenstandes zu seinem Gewicht schwer. Diese Differenzierung kann beispielsweise anhand gleich geformter Würfel aus unterschiedlichem Material (Holz, Metall), die vom Kind jeweils in eine Hand genommen, thematisiert und erfahrbar gemacht werden.



Auch Gegenstände mit deutlicher Diskrepanz zwischen Volumen- und Gewichtsunterschied tragen zur Verankerung dieser Erkenntnis bei:



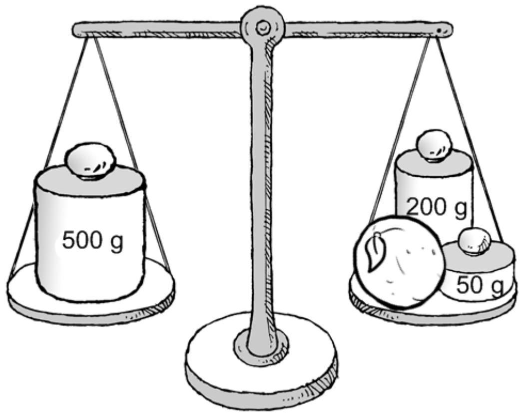
Eimer Wasser (ca. 10 kg)



Größerer leerer Pappkarton (z. B. 2 kg)

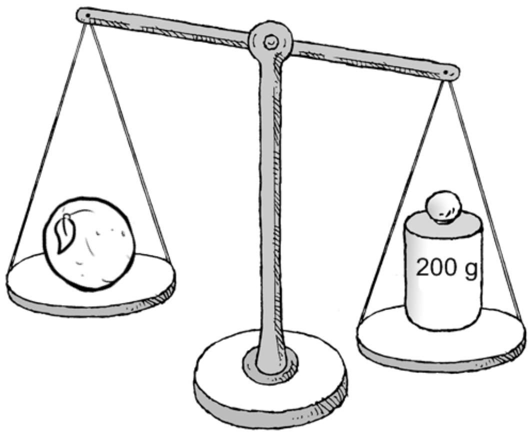
Zur Erweiterung der Schätzkompetenz trägt auch der Einsatz von direkt vergleichenden Waagen – wie z. B. in Aufgabe 25 – beim **Messen** bei (z. B. Balkenwaage, Tafelwaage). Der Vorteil gegenüber elektronischen Waagen ist hier die haptische Erfahrung mit den einzelnen Stücken des zugehörigen Gewichtssatzes. Zudem lernen die Kinder bereits Zusammensetzungen einzelner Gewichte kennen (z. B. 1 kg = 500 g + 250 g + 100 g + 100 g + 50 g).

Im Unterricht sind neben dem einfachen Wiegen von Gegenständen herausfordernde Varianten möglich, die ein vertiefendes Verständnis für den Messvorgang im Größenbereich Gewichte bewirken und auch stärkere Kinder fordern, wie z. B.:



Wie viel wiegt die Orange? ___________

Hilfreich für ein vertieftes Verständnis des Messvorgangs ist dabei, nicht nur auf die im Gleichgewicht befindliche Waage einzugehen:



Wie viel könnte die Orange wiegen?

☐ 150 g

☐ 200 g

☐ 500 g

☐ 1 kg

Für Kinder mit Problemen bei Aufgabe 25 kann diese auf der handelnden Ebene besser verständlich gemacht werden: Auf einer Balken- oder Tafelwaage werden auf der einen Seite Gewichtsstücke mit insgesamt 80 g (z. B. in einer Bäckertüte verpackt) als Brötchen und auf der anderen Seite ein 100-g-Stück aufgelegt.

Fragestellung: „Wie bringst Du diese Waage mit Hilfe der gegebenen Stücke ins Gleichgewicht?"

Auch für das **Rechnen** mit Gewichten und den Umgang mit den gängigen **Einheiten** ist die Größenvorstellung hilfreich, wenngleich nicht zwingend vonnöten. So wird der Umrechnungsfaktor 1000 von Gramm zu Kilogramm durch die haptische Erfahrung beider Gewichte im Vergleich zusätzlich verankert. Lösungen von Sachaufgaben können mit erweitertem Erfahrungshorizont zu den Gewichten und einer soliden Größenvorstellung besser auf Plausibilität geprüft werden.

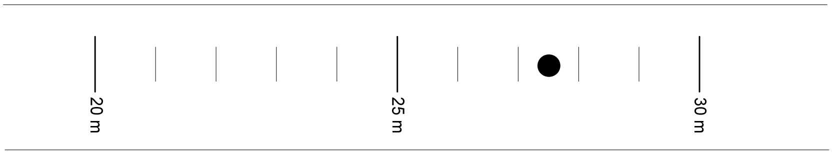
Häufig finden im Zusammenhang mit Gewichten Bruchzahlen Anwendung (vgl. Aufgabe 26). Die Umrechnung von Rezepten für unterschiedliche Zielmengen bietet sich für entsprechende Übungen an, z. B.:

- 2 Bleche Plätzchen - 1 kg Mehl / 1000 g Mehl
- 1 Blech Plätzchen - ½ kg Mehl / 500 g Mehl
- ½ Blech Plätzchen - ¼ kg Mehl / 250 g Mehl

Länge

Aufgabe 21:

Ali wirft den Ball auf dem Sportfest so weit:



Er schaut in der Tabelle nach, wie viele Punkte er für seinen Wurf erhält.

m	23,0	23,5	24,0	24,5	25,0	25,5	26,0	26,5	27,0	27,5	28,0	28,5	29,0	29,5	30,0
Punkte	181	186	190	195	200	204	209	213	217	222	226	230	235	239	243

Ali erhält ___________ Punkte.

Auswertung

RICHTIG	222

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	III
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1); Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen (4.2)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	in Sachsituationen angemessen mit Näherungswerten rechnen, dabei Größen begründet schätzen (4.2.c)

Aufgabe 22c:

Wandle in die angegebene Einheit um.

a) 1 kg = ___________ g

b) $\frac{1}{2}$ h = ___________ min

c) 90 mm = ___________ cm

d) 2 € 6 Cent = ___________ Cent

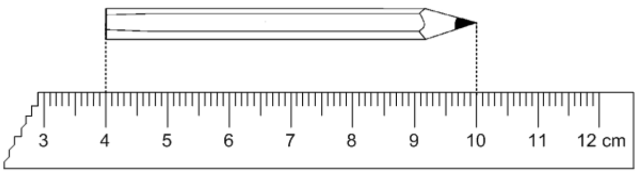
Auswertung

RICHTIG	[a] 1000
RICHTIG	[b] 30
RICHTIG	[c] 9
RICHTIG	[d] 206

Aufgabenmerkmale

	a)	b)	c)	d)
Anforderungsbereich	Reproduzieren (I)	Reproduzieren (I)	Reproduzieren (I)	Reproduzieren (I)
Kompetenzstufe	II	III	II	II
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Grundlegende Fertigkeiten (0)	Grundlegende Fertigkeiten (0)	Grundlegende Fertigkeiten (0)	Grundlegende Fertigkeiten (0)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)	Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)	Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)	Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)

Aufgabe 23:



Der Bleistift ist _________ cm lang.

Auswertung

RICHTIG	6

Aufgabenmerkmale

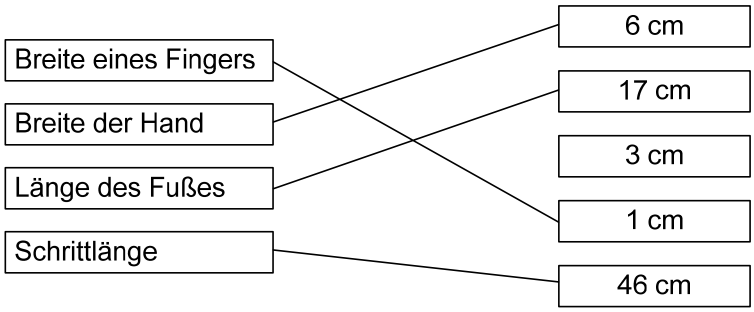
Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	III
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z.B. systematisch probieren) (1.2)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	mit geeigneten Einheiten und unterschiedlichen Messgeräten sachgerecht messen (4.2.a)

Aufgabe 24:

Sarah schreibt ihre Körpermaße auf. Verbinde.

Breite eines Fingers	6 cm
Breite der Hand	17 cm
Länge des Fußes	3 cm
Schrittlänge	1 cm
	46 cm

Auswertung

RICHTIG	vgl. Lösungsgrafik  Alle Verbindungen müssen korrekt sein.

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	III
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Größen vergleichen, messen und schätzen (4.1.b)

Aufgabe 26:

Setze ein $\boxed{>}$, $\boxed{<}$ oder $\boxed{=}$

ein halber Meter ☐ 60 cm

eine halbe Stunde ☐ 60 min

ein halbes Kilogramm ☐ 60 g

Auswertung

RICHTIG	vgl. Lösungsgrafik ein halber Meter $<$ 60 cm eine halbe Stunde $<$ 60 min ein halbes Kilogramm $>$ 60 g Alle Zeichen müssen korrekt eingetragen sein.

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	IV
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Grundlegende Fertigkeiten (0); mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Größen vergleichen, messen und schätzen (4.1.b); im Alltag gebräuchliche einfache Bruchzahlen im Zusammenhang mit Größen kennen und verstehen (4.1.e)

Aufgabenbezogener Kommentar

	Größenvorstellung	Kenntnis von Standardrepäsentanten	Messen	Verständnis für Einheiten, Umwandeln	Rechnen
Aufgabe 21			x	x	
Aufgabe 22c				x	
Aufgabe 23			x		
Aufgabe 24	x	x			
Aufgabe 26				x	x

Mögliche Schwierigkeiten

Aufgabe 24

Längen lassen sich als Höhe (z. B. Körpergröße, Höhe eines Baumes), Dicke (z. B. Dicke eines Schulbuches) und Weite (z. B. Wurf, Wege) darstellen. Der Aufbau von **Größenvorstellungen** stellt eine besondere Herausforderung dar, zumal die alltäglichen Erfahrungen zu Längen eher weniger die verschiedenen Aspekte (Breite, Höhe, Länge, Dicke, ...) umfassen und sich das Wissen häufig auf die eigene Körpergröße beschränkt. So sind **Standardrepräsentanten** hilfreich und wichtig, um die Einschätzung der Länge eines Gegenstandes bzw. hier der Körperteile vornehmen zu können (z. B. Daumenbreite – 1 cm).

Aufgabe 21 und 23

Das Messen mit standardisierten Einheiten ist grundlegend für den Aufbau von Größenvorstellungen. Dabei sollen die Kinder nicht nur den technischen Vorgang des Messens lernen, sondern vielmehr ein Verständnis für den Sinn von Maßeinheiten und deren Unterteilung erwerben. Der richtige Umgang mit Messgeräten zum **Messen** von Längen ist bei beiden Aufgaben Voraussetzung. Das Bestimmen der Länge des Bleistiftes mit Hilfe des Messgerätes Lineal (Aufgabe 23) wird dadurch erschwert, dass der Bleistift nicht bei 0 cm angelegt wird. Ein direktes Ablesen der Länge ist somit nicht möglich. Vielmehr müssen die Schülerinnen und Schüler die Differenz zwischen 4 cm und 10 cm bestimmen. Dazu ist ein Verständnis des Messprozesses erforderlich. Beim Messen erfolgt ein lückenloses Aneinanderlegen einer Einheit, bis der zu messende Gegenstandes ausgeschöpft ist. Diese Einheit ist hier ein „Zentimeterstück", dessen Anzahl gezählt werden muss.

Aufgabe 21

Diese Aufgabe erfordert den Umgang mit der Skalierung des Messgerätes Maßband. Die Schülerinnen und Schüler müssen erkennen, dass ein Strich der Skalierung die Meter angibt. Dass die Weite nicht exakt abgelesen werden kann, da der Ball mittig zwischen den Markierungen 27 m und 28 m liegt, erschwert das Abmessen bei dieser Aufgabe. Der Meter muss somit halbiert werden (1 m = 100 cm; 100 cm : 2 = 50 cm). Um die entsprechende Punktzahl in der Tabelle bestimmen zu können, muss die Kommaschreibweise bei Metern und Zentimetern bekannt sein (27 m 50 cm = 27,5 m) und das Entnehmen von Informationen aus Tabellen gelingen.

Aufgaben 22c und 26

Das **Umwandeln** der Längeneinheiten sowie der **rechnerische** Umgang mit Längen setzt die Kenntnis der Umrechnungszahl z. B. 10 bei 1 cm = 10 mm voraus. Da diese in Aufgabe 22c direkt gefordert wird, ergibt sich keine zusätzliche rechnerische Problematik. Aufgabe 26 erfordert das Halbieren der 100 cm sowie die korrekte Anwendung der Zeichen für größer und kleiner.

Anregungen für den Unterricht

Für die Arbeit im Unterricht bietet sich zur Entwicklung einer differenzierten **Größenvorstellung** der variantenreiche handelnde Umgang mit Körpermaßen an. Sind die Körpermaße als **Standardrepräsentanten** bekannt (Fingerbreite: 1 cm, Schrittlänge Kind: ca. 50 cm, Erwachsener: ca. 1 m ...), können Größen mit Hilfe der Körpermaße vergleichend geschätzt werden.
Die Schülerinnen und Schüler schätzen und messen verschiedene Gegenstände mit Hilfe von Körpermaßen, tragen ihre Messergebnisse ein und vergleichen sie mit denen der anderen Kinder (→ *Argumentieren*, *Kommunizieren*).

	Fingerbreiten	**Handbreiten**	**Fußlängen**
Tisch			
Fensterbrett			
...			

Durch das gedankliche Vergleichen mit bekannten Repräsentanten können Längen gezielt geschätzt werden. Es bieten sich hierfür beispielsweise an:

- Höhe einer Zimmertür 2 m

- Fensterbreite 1 m
- Raumhöhe 2,5 m
- Größe eines Mannes 1,80 m
- eigene Körpergröße …

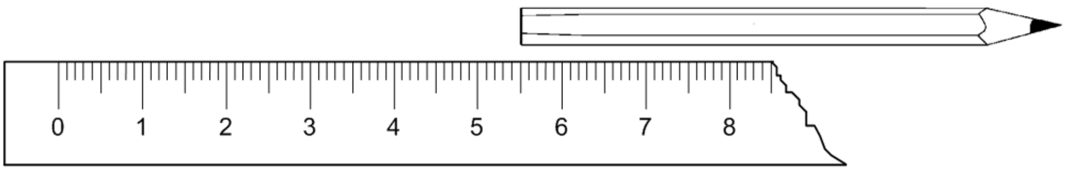
Auch das selbstständige Erstellen der Skalierung eines Meterbandes unterstützt das Entwickeln von Größenvorstellungen.

Messen erfordert zunächst ein Verständnis für den Sinn der Maßeinheiten und deren Unterteilung. Messen wird verstanden als ein wiederholtes Anlegen einer gewählten Einheit und das Auszählen, wie oft die Einheit verwendet werden muss. Hat das Kind dies verstanden, so bereitet das Messen mit dem Lineal ohne Nullpunkt kein Problem.

Je nach Gegenstand, der gemessen werden soll, ist zudem die Auswahl eines geeigneten Messinstrumentes und das Ablesen des richtigen Messergebnisses entscheidend. Erschwert wird dies durch unterschiedliche Skalierungen der Messinstrumente.

Im Unterricht sind neben dem einfachen Messen von Gegenständen herausfordernde Aufgaben möglich, die die Messerfahrungen vertiefen und auch leistungsstärkere Kinder unter anderem auch im Bereich der allgemeinen mathematischen Kompetenzen fordern (→ *Argumentieren, Kommunizieren*):

Beispiel 1:

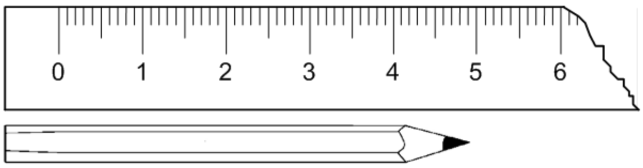


Ina sagt: „Der Stift ist mindestens 5 cm lang.“

Hat Ina recht? ☐ ja ☐ nein

Begründe.

Beispiel 2:



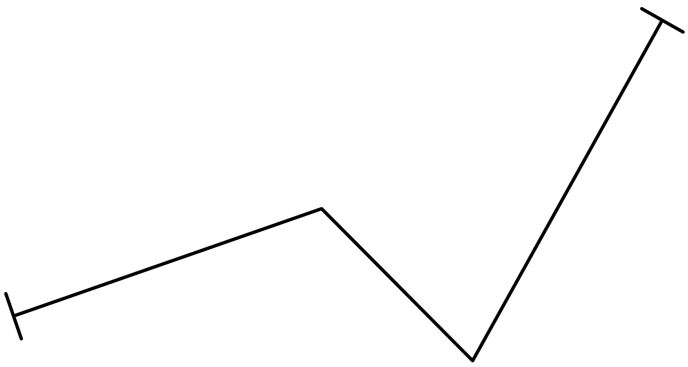
Klaus sagt: „Der Stift ist 5 cm lang.“

Hat Klaus recht? ☐ ja ☐ nein

Begründe.

Im Unterricht werden bei beiden Beispielen die unterschiedlichen Lösungsstrategien verglichen und diskutiert (→ *Kommunizieren*).

Beispiel 3:



Wie lang ist die gesamte Strecke?__________cm

Die Gesamtstrecke wird nicht rechnerisch durch Abmessen und Addieren von Teilstrecken ermittelt. Das Lineal wird an den Eckpunkten nicht bei 0 cm, sondern bei dem bereits ermittelten Wert angelegt (geometrisch messen).

Für Kinder mit Schwierigkeiten bei Aufgabe 21 kann die Problematik auf der handelnden Ebene besser verständlich gemacht werden:

Ein Papierstreifen von 5 Metern wird ausgelegt. So wird die Länge zwischen 25 m und 30 m in Wirklichkeit dargestellt. Die Schülerinnen und Schüler zeichnen die Meterskalierung ein und legen den Ball auf die entsprechende Position und diskutieren die Punktevergabe (→ *Kommunizieren*).

Sie vergleichen die Punktetabelle mit anderen Wettkampftabellen (z. B. Weitsprung, Kugelstoßen oder Speerwerfen) und diskutieren über das Messen von sportlichen Leistungen bei Wettkämpfen (→ *Argumentieren*, *Kommunizieren*, *Modellieren*).

Die Aufgabe kann variiert werden:

Ali wirft 38,5 m. Ergänze die Zeichnung und zeichne den Ball ein. Wie viele Punkte könnte er erhalten? Vergleiche dein Ergebnis mit den Ergebnissen der anderen Kinder (→ *Argumentieren*, *Kommunizieren*).

Auch beim **Rechnen** mit Längen und beim **Umwandeln** der Einheiten sind Größenvorstellungen hilfreich. Lösungen von Sachaufgaben mit Längen können so besser auf Plausibilität überprüft werden. Bei folgender Aufgabenstellung müssen die Schülerinnen und Schüler in cm bzw. mm umwandeln und Teilstücke berechnen:

> Zerlegt ein 1 m langes Band in gleich lange Teile. Es soll kein Reststück übrigbleiben.
> Findet verschiedene Möglichkeiten. Tragt die Ergebnisse in eine Tabelle ein.

Teile	Länge
2	50 cm
...	

Im Zusammenhang mit Längen werden auch Bruchzahlen, insbesondere ½ m (halber Meter), verwendet. Weniger gebräuchlich sind ¼ m und ¾ m. Handelnd können diese Längen ermittelt werden, indem die Schülerinnen und Schüler einen Meterstreifen in der Mitte knicken und diesen halben Meterstreifen erneut knicken.

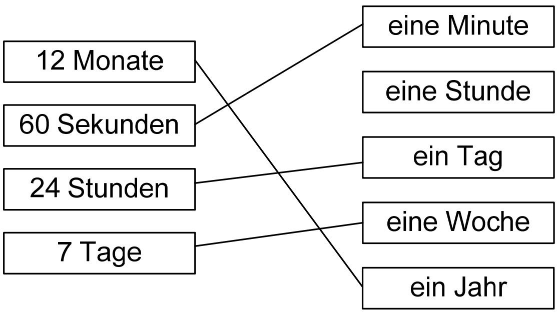
Im Alltag verlieren diese Bruchzahlen als Längenmaß zunehmend an Bedeutung. Die Schülerinnen und Schüler können über die gebräuchliche Verwendung der Bruchzahlen im Alltag recherchieren und dabei verschiedene Größenbereiche vergleichen (→ *Argumentieren*, *Kommunizieren*, *Modellieren*). So wird ¾ im Zusammenhang mit Hohlmaßen und im Größenbereich Längen durchaus verwendet, seltener bis gar nicht jedoch im Zusammenhang mit Längen und Gewichten.

Aufgabe 18:

Was dauert gleich lang? Verbinde.

12 Monate	eine Minute
60 Sekunden	eine Stunde
24 Stunden	ein Tag
7 Tage	eine Woche
	ein Jahr

Auswertung

RICHTIG	vgl. Lösungsgrafik  Alle Verbindungen müssen korrekt sein.

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Reproduzieren (I)
Kompetenzstufe	I
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen (1.3)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Standardeinheiten aus den Bereichen Geldwerte, Längen, Zeitspannen, Gewichte und Rauminhalte kennen (4.1.a); Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)

Aufgabe 19:

Wie lange brauchte Andi für seine Hausaufgaben? Ergänze.

Wochentag	**Anfang**	**Ende**	**Dauer der Hausaufgaben**
Mo	13:00 Uhr	13:40 Uhr	40 min
Di	15:05 Uhr	15:25 Uhr	
Mi	15:48 Uhr	16:17 Uhr	
Do	14:15 Uhr	14:53 Uhr	38 min
Fr	keine Hausaufgaben		

Auswertung

RICHTIG	[Di] 20 min
RICHTIG	[Mi] 29 min

Aufgabenmerkmale

	Di	Mi
Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	I	III
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)	Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)

Aufgabe 22b:

Wandle in die angegebene Einheit um.

a) 1 kg = ___________ g

c) 90 mm = ___________ cm

b) $\frac{1}{2}$ h = ___________ min

d) 2 € 6 Cent = ___________ Cent

Auswertung

RICHTIG	[a] 1000
RICHTIG	[b] 30
RICHTIG	[c] 9
RICHTIG	[d] 206

Aufgabenmerkmale

	a)	b)	c)	d)
Anforderungsbereich	Reproduzieren (I)	Reproduzieren (I)	Reproduzieren (I)	Reproduzieren (I)
Kompetenzstufe	II	III	II	II
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Grundlegende Fertigkeiten (0)	Grundlegende Fertigkeiten (0)	Grundlegende Fertigkeiten (0)	Grundlegende Fertigkeiten (0)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)	Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)	Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)	Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln) (4.1.d)

Aufgabe 26:

Setze ein $\boxed{>}$, $\boxed{<}$ oder $\boxed{=}$

ein halber Meter	☐	60 cm
eine halbe Stunde	☐	60 min
ein halbes Kilogramm	☐	60 g

Auswertung

RICHTIG	vgl. Lösungsgrafik ein halber Meter $\boxed{<}$ 60 cm eine halbe Stunde $\boxed{<}$ 60 min ein halbes Kilogramm $\boxed{>}$ 60 g Alle Zeichen müssen korrekt eingetragen sein.

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	IV
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Grundlegende Fertigkeiten (0); mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Größen vergleichen, messen und schätzen (4.1.b); im Alltag gebräuchliche einfache Bruchzahlen im Zusammenhang mit Größen kennen und verstehen (4.1.e)

Aufgabe 27:

Tom und seine Eltern gehen wandern.

Ihr Ziel ist von zu Hause 18 km entfernt. Nach 4 Stunden haben sie 12 km zurückgelegt.

Papa sagt: „Wenn wir in dem Tempo weitergehen, dann sind wir in einer Stunde noch nicht am Ziel.“

Hat Papa recht? Kreuze an. ☐ ja ☐ nein

Begründe.

✍ ____

____

____

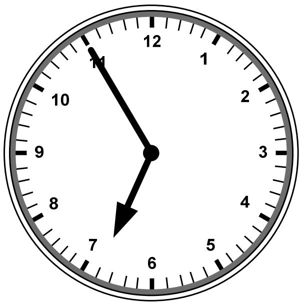
Auswertung

RICHTIG	JA wurde angekreuzt UND als Begründung: Papa hat recht, weil sie noch 6 km gehen müssen und bisher schafften sie nur 3 km in einer Stunde. ODER Papa hat recht, weil sie noch ungefähr 2 Stunden brauchen. ODER weil sie in 5 Stunden nur 15 km schaffen ODER weil sie dann erst 15 km gelaufen sind Die rechnerische Begründung ist mit Bezug zu den gegebenen Zeiten möglich.
FALSCH	alle anderen Antworten, z. B.: Unvollständige Begründungen: • weil sie jede Stunde 3 km zurücklegen • weil ja noch 6 km fehlen Fehlender Bezug zur konkreten Situation: • Weil sie nach 4 Stunden 12 km zurückgelegt haben und in 1 Stunde schafft man bestimmt keine 6 km.

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	V
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Begründungen suchen und nachvollziehen (3.3); Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1); Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen (4.2)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)

Aufgabe 28:



Hier ist es ___________ Uhr.

Auswertung

RICHTIG	18:55 ODER 6:55 ODER 5 vor 7 ODER 5 vor 19 (auch Zahlwörter)

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Reproduzieren (I)
Kompetenzstufe	II
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	mit geeigneten Einheiten und unterschiedlichen Messgeräten sachgerecht messen (4.2.a)

Aufgabe 30:

Susi ist im Jahr 1999 geboren. In welchem Jahr wird sie 18 Jahre alt? Kreuze an.

☐ 2019

☐ 2018

☐ 2017

☐ 2016

Auswertung

RICHTIG	Nur das 3. Kästchen wurde angekreuzt. (2017)

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	II
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden (1.1)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)

Aufgabe 32:

Der Sportkurs beginnt um 14:45 Uhr. Jens kommt 15 Minuten zu spät.

Jens kommt um _________ Uhr.

Auswertung

RICHTIG	15:00 ODER 15

Aufgabenmerkmale

Anforderungsbereich	Zusammenhänge herstellen (II)
Kompetenzstufe	I
Bildungsstandard/s - Allgemeine Kompetenzen	Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen (4.1)
Bildungsstandard/s - Inhaltsbezogene Kompetenzen (Leitideen)	Sachaufgaben mit Größen lösen (4.2.d)

Aufgabenbezogener Kommentar

	Größenvorstellung	Kenntnis von Standardrepräsentanten	Messen	Verständnis für Einheiten, Umwandeln	Rechnen
Aufgabe 18				X	
Aufgabe 19					X
Aufgabe 22b		X		X	
Aufgabe 26	X			X	X
Aufgabe 27	X				X
Aufgabe 28			X		
Aufgabe 30					X
Aufgabe 32					X

Mögliche Schwierigkeiten

Allgemeine Schwierigkeiten

Repräsentanten des Größenbereichs Zeitspannen sind zeitliche Vorgänge. Diese sind im Gegensatz zu Repräsentanten der anderen Größenbereiche nur bedingt unmittelbar und sinnlich erfahrbar. Das Zeitempfinden bei objektiv gleich langen Vorgängen kann in Abhängigkeit von subjektiven Einstellungen zu den Vorgängen jeweils unterschiedlich sein: 10 Minuten auf den Schulbus warten oder 10 Minuten Musik hören (ereignisabhängiges Zeitgefühl). Ebenso ist das Zeitempfinden von Person zu Person durchaus unterschiedlich (personenabhängiges Zeitgefühl).

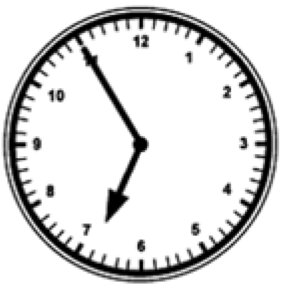
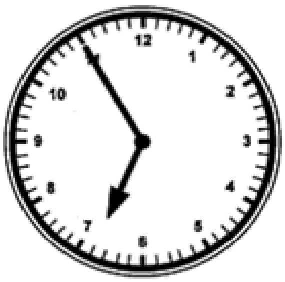
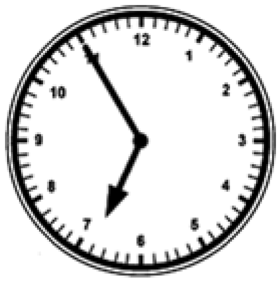
Somit ist die handelnde Erarbeitung sicherer Stützpunktvorstellungen mit Hilfe von Repräsentanten schwieriger als in anderen Größenbereichen. Erschwerend kommt hinzu, dass sich die Vorkenntnisse der Kinder zu diesem Größenbereich als außerordentlich heterogen darstellen.

Aufgabe 28

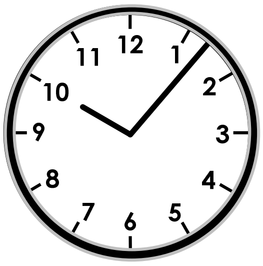
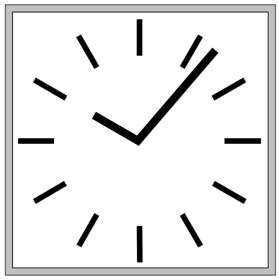
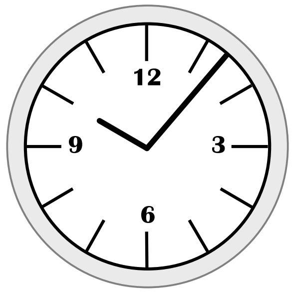
Bei Zeitangaben wird zwischen der Angabe von *Zeitspannen* und *Zeitpunkten* unterschieden. Zeitspannen sind Größen, Zeitpunkte dagegen sind Skalenwerte auf einem Messgerät.

Das Ablesen von Uhrzeiten ist abhängig von der Kenntnis der Darstellung der Stunden- und Minutenzeiger.

Typische Fehler sind in der folgenden Tabelle dargestellt.

 Hier ist es 23:707 Uhr.	 Hier ist es 11 vor 7 Uhr.	 Hier ist es 7.55 Uhr.
Vertauschen der Minuten-/Stundenzeiger (hier: 23:07)	Nichterkennen der 60er-Minuteneinteilung einer Stunde. Die „11“ wird nicht als Strukturierungshilfe für 11 • 5 Minuten interpretiert.	Fehlerhaftes Ablesen (Stundenanzeiger zeigt noch nicht die 7.Stunde)

Erschwerend wirken sich generell beim Ablesen von Uhrzeiten auch Unterschiede in den Darstellungen der Messskalen der Uhren aus (s. Abbildungen von analogen Uhren mit unterschiedlichen Schreibweisen).

Bei der Angabe der Uhrzeit wird zwischen Vormittags- und Nachmittagszeiten (Zeitpunkten) unterschieden. Dies ist eine zusätzliche Schwierigkeit beim Ablesen und auch bei der **Notation** der entsprechenden Uhrzeiten.

<u>Aufgabe 18, Aufgabe 26 und Aufgabe 22b</u>

Diese Aufgaben setzen sich im mathematischen Kern mit der Thematik **Umwandeln** auseinander. Ein und dieselbe Größe kann unterschiedlich angegeben werden:

Größenangaben mit einer Einheit (210 s), Größenangaben mit zwei Einheiten (3 min 30 s), Größenangaben in dezimaler Schreibweise (3,5 min). Kommaschreibweisen im Zusammenhang mit Zeitspannen werden jedoch in der Grundschule kaum thematisiert, da diese im Größenbereich Zeitspannen besonders schwierig sind. Die Umrechnungszahl 60 korrespondiert nicht mit der Stellenwertschreibweise. Der Größenbereich Zeitspannen ist im Gegensatz zu den anderen Größenbereichen nicht dekadisch aufgebaut:

1 Sekunde	…
1 Minute	60 Sekunden
1 Stunde	60 Minuten
1 Tag	24 Stunden
1 Woche	7 Tage
1 Monat	30/31 Tage (Februar 28/29 Tage)
1 Jahr	52 Wochen, 12 Monate, 365/366 Tage

Die in der obigen Tabelle dargestellten unterschiedlichen Umrechnungsfaktoren erschweren den Kindern das Umwandeln (<u>Aufgaben 18</u> und <u>26</u>). Auch lassen sich Abkürzungen teilweise für die Kinder nicht ableiten („h“ für Stunde von hora (lat.) – <u>Aufgabe 22b</u>).

Aufgabe 19 und Aufgabe 32

Grundsätzlich erfordert das Rechnen mit Größen die Kenntnis standardisierter Maßeinheiten und betreffender Umrechnungszahlen. Im Größenbereich Zeitspannen beeinträchtigen und erschweren die ungewohnten, nicht dekadischen Strukturen die Berechnung der Zeitdauer. Wird das dekadische System als Basis der Berechnung zugrunde gelegt, kommt es zu fehlerhaften Lösungen, wie beispielsweise:

Der Sportkurs beginnt um 14:45 Uhr. Jens kommt 15 Minuten zu spät.

Jens kommt um 14:60 Uhr.

Aufgabe 27

Bei dieser Aufgabe handelt es sich um eine komplexe Sachsituation, die darüber hinaus eine schriftliche Argumentation einfordert. Hier gibt es zahlreiche Schwierigkeiten, die ganz unterschiedlich gelagert sind:

- Das Erkennen der Proportionalität zwischen gegangener Strecke und Zeitstunden und das Nutzen dieser Erkenntnis aus der entsprechenden Rechnung als Gegenargument stellen eine hohe Anforderung dar. Viele Gedanken- und Rechenschritte müssen vollzogen und aufeinander bezogen werden.
- Das subjektive, persönliche, auf kindlicher Erfahrung basierende Zeitempfinden lässt eine rechnerische Auseinandersetzung unter Umständen gar nicht zu. Vielmehr steht das sinnliche Empfinden von Strecke und Zeit im Vordergrund. Kinder geben dann beispielsweise als Begründung an, „Sie schaffen das, weil 18 km sind ja gar nicht lang“ oder „Weil sie schon 12 km gegangen sind, schaffen sie das!“
- Die mathematische Modellierung gelingt, jedoch wird die Aussage „in einer Stunde noch nicht da“ gegensätzlich oder falsch interpretiert:

Begründe.

Nein, ~~Wd~~ weil ~~U~~ Papa gesagt hat wen wir dem Tempo ~~weitergehen~~ weitergehen, dann sind wir in einer Stunde am ziel aber es dauert 2 Stunden.

Aufgabe 30

Das Zahlenmaterial („**18** Jahre alt“) legt die intuitive Falschlösung 20**18** nahe. Darüber hinaus ist die Falschlösung 2016 möglich. Diese lässt auf einen Zählfehler schließen, wenn 1999 mitgezählt wird.

Anregungen für den Unterricht

Um eine Vorstellung von Zeitspannen bzw. ein Zeitgefühl zu entwickeln, müssen die Kinder die Möglichkeit erhalten, festzustellen, wie viel Zeit sie für bestimmte Handlungen benötigen.

Im Mittelpunkt des Unterrichts sollten deshalb vielfältige konkrete Erfahrungen zum Thema Zeit stehen.

Hierbei stellt die Kenntnis von **Standardrepräsentanten** eine wichtige Rolle, ohne die es den Kindern nicht möglich ist, Zeitspannen zu schätzen, zu vergleichen bzw. umzuwandeln.

Um die Kenntnis von Standardrepräsentanten und den Aufbau von Stützpunktvorstellungen zu vertiefen, eignen sich unter anderem folgende Aktivitäten:

- Die Gestaltung eines Plakates zum Thema: Was kann ich alles in einer Minute machen? (→ *Kommunizieren*, *Darstellen*)
- Das Sammeln von Erfahrungen in Sach-, Spiel- und Alltagssituationen und das Beschreiben und Erläutern dieser Erfahrungen.
- Ein fachübergreifendes Projekt „Zeit rennt – Zeit kriecht". Hier tragen die Kinder zusammen, wann die Zeit nach ihrem Gefühl rennt und wann sie schleicht. Gemeinsam überlegen sie sich Situationen und tragen diese in die jeweilige Spalte ein (Zeitbewusstsein) (→*Kommunizieren*, *Darstellen*).
- Des Weiteren gehören zum Ausbilden sicherer Kenntnisse über Standardrepräsentanten auch Aufgaben, die die Fähigkeit unterstützen, Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen und Darstellungen anzugeben: ¾ h = … min, ½ Jahr = … Monate. Dazu wird auch das **Verständnis für die Beziehungen zwischen verschiedenen Einheiten** benötigt.

Standardrepräsentanten sind eine wichtige Voraussetzung um **Größenvorstellungen** im Größenbereich Zeitspannen aufzubauen. Hierfür eignen sich Aufgaben, die die Kinder anregen, die Dauer von unterschiedlichen Vorgängen zu schätzen, zu messen und zu vergleichen:

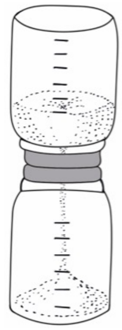
- Wie viele Buchstaben, Zahlen kannst du in einer Minute schreiben?
- Wie viele Seilsprünge schaffst du in einer Minute?
- Wie viele Wörter liest du in einer Minute? Was dauert länger?
- Was dauert in etwa so lang?
- Was geht schneller?
- Was benötigt die meiste Zeit?

Auch Aufgaben, die reelle Alltagssituationen darstellen, eignen sich, um Größenvorstellungen zu entwickeln, z. B.:

Kann das stimmen? „Dein Opa ist halb so alt, wie du." (→ *Argumentieren*).

Der Aufbau sicherer Größenvorstellungen ist ohne konkrete **Messerfahrungen** nicht möglich. Messgeräte für Zeitspannen sind u. a. analoge Uhren, Kalender und Stoppuhren. Um ein tieferes Verständnis für die Zeitmessung zu entwickeln, sollte der Zeitbegriff handelnd erfahrbar gemacht werden (z. B. durch selbstgebaute Zeitmesser, wie eine Sanduhr, eine Wasseruhr oder eine Kerzenuhr).

Anleitung zum Bau einer Sanduhr



1. Benutze zwei gleich große Gläser mit Metalldeckel.
2. Stanze genau in die Mitte der Deckel jeweils ein Loch.
3. Fülle nun in ein Glas feinen Sand.
4. Stelle die Gläser nun genau übereinander und klebe sie an den Deckeln zusammen.
5. Markiere mit einem wasserfesten Stift die Zeit auf den Gläsern, die der Sand zum Durchrieseln benötigt.

Das selbstständige Stoppen von Zeiten, z. B. im Sportunterricht, unterstützt ebenfalls das Verständnis für die Messung von Zeitspannen.

Mit Zeitspannen in **Sachsituationen** zu rechnen, erfordert neben sicheren Größenvorstellungen die Kenntnis der Umrechnungszahlen, Strategien bzw. Hilfsmittel zum Rechnen mit nichtdekadischen Einheiten (z. B. Operatordarstellung, Tabellen), sowie Sicherheit im Umgang mit allen mündlichen und schriftlichen Rechenverfahren der vier Rechenoperationen.

Die Aufgabenlösungen lassen sich dafür diagnostisch vertiefend nutzen:

Bei inhaltlichen Verständnisschwierigkeiten der Aufgabenstellung („hat recht, dass sie es **nicht** schaffen“) können sprachlich unterschiedlich formulierte Aufgabenstellungen präsentiert werden, um für die sprachlichen Nuancen in der Aufgabenstellung zu sensibilisieren, z. B.:

- Papa sagt: „Wenn wir in dem Tempo weitergehen, sind wir erst in zwei Stunden am Ziel.“
- Papa sagt: „Wenn wir doppelt so schnell weitergehen, sind wir erst in zwei Stunden am Ziel.“
- Papa sagt: „Wenn wir doppelt so schnell weitergehen, sind wir in einer Stunde am Ziel.“
- Papa sagt: „Wenn wir doppelt so schnell weitergehen, sind wir trotzdem nicht in einer Stunde am Ziel.“
- Papa sagt: „Wenn wir jetzt eine Stunde Pause machen, sind wir erst in drei Stunden am Ziel.“

Zudem können analoge Aufgaben mit anderen Werten erstellt oder alternative ähnliche Aufgaben entwickelt werden – z. B. zum Zeitaufwand für den täglichen Schulweg.

Anhang – Nummerierung der einzelnen Kompetenzen

In den „Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich“ der KMK vom 15.10.2004 sind die einzelnen Kompetenzen nicht durchnummeriert aufgelistet. Aus diesem Grunde findet sich zur Erleichterung der praktischen Arbeit mit dem Material in Modul C hier eine nummerierte Auflistung, die optional verwendet und separat ausgedruckt werden kann.

Ergänzung der allgemeinen mathematischen Kompetenz „Technische Grundfertigkeiten“

In den „Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich“ der KMK vom 15.10.2004 ist die allgemeine mathematische Kompetenz „Technische Grundfertigkeiten“ noch nicht enthalten. Eine inhaltlich ähnlich beschriebene allgemeine mathematische Kompetenz findet sich allerdings bereits bei den Bildungsstandards für den Sekundarbereich („Mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umgehen“). Mittlerweile wurden im Zuge der Entwicklung von Kompetenzstufenmodellen in Mathematik auch für den Primarbereich die allgemeinen mathematischen Kompetenzen durch die sechste Dimension der „Technischen Grundfertigkeiten“ ergänzt, weil diese Dimension in den anderen allgemeinen mathematischen Kompetenzen nicht hinreichend abgedeckt schien (vgl. Winkelmann & Robitzsch, 2009). Ferner hat sich gezeigt, dass diese Dimension vor allem zur differenzierten Beschreibung der Aufgaben im unteren Leistungsbereich hilfreich ist. Die Ergänzung findet sich auf Seite 5 des „Kompetenzstufenmodells zu den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4)“ vom 29.10.2008 unter http://www.iqb.hu-berlin.de/bista/dateien/Mathe_primar.pdf.

Im Gegensatz zu den anderen allgemeinen mathematischen Kompetenzen ist diese Dimension allerdings dort nicht näher aufgeschlüsselt. Mit Bezug auf Winkelmann & Robitzsch (2009) lassen sich (analog zu den Standards für den Sekundarbereich) folgende Aspekte als technische Grundfertigkeiten subsumieren:

- Mit Zahlen, Rechenausdrücken arbeiten oder Berechnungen vornehmen, mit geometrischen Elementen arbeiten oder Berechnungen vornehmen
- symbolische und formale Sprache in Arithmetik und Geometrie verständig benutzen, in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt
- mathematische Werkzeuge (wie Zirkel, Geodreieck, Lineal) sinnvoll und verständig einsetzen

Literatur

Winkelmann, H. & Robitzsch, A. (2009). Modelle mathematischer Kompetenzen: Empirische Befunde zur Dimensionalität. In D. Granzer, O. Köller, A. Bremerich-Vos, M. van den Heuvel-Panhuizen, K. Reiss & G. Walther (Hrsg.), *Bildungsstandards Deutsch und Mathematik. Leistungsmessung in der Grundschule* (S. 169-196). Weinheim: Beltz.

Schipper, W. (2009): Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen. Braunschweig: Schroedel.

Katalog der allgemeinen mathematischen Kompetenzen	
Kennung	Beschreibung
A-0	Technische Grundfertigkeiten
	• Mit Zahlen, Rechenausdrücken arbeiten oder Berechnungen vornehmen, mit geometrischen Elementen arbeiten oder Berechnungen vornehmen • symbolische und formale Sprache in Arithmetik und Geometrie verständig benutzen, in natürliche Sprache übersetzen und umgekehrt • mathematische Werkzeuge (wie Zirkel, Geodreieck, Lineal) sinnvoll und verständig einsetzen
A-1	Problemlösen
A-1.1	mathematische Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten bei der Bearbeitung problemhaltiger Aufgaben anwenden
A-1.2	Lösungsstrategien entwickeln und nutzen (z.B. systematisch probieren)
A-1.3	Zusammenhänge erkennen, nutzen und auf ähnliche Sachverhalte übertragen
A-2	Kommunizieren
A-2.1	eigene Vorgehensweisen beschreiben, Lösungswege anderer verstehen und gemeinsam darüber reflektieren
A-2.2	mathematische Fachbegriffe und Zeichen sachgerecht verwenden
A-2.3	Aufgaben gemeinsam bearbeiten, dabei Verabredungen treffen und einhalten
A-3	Argumentieren
A-3.1	mathematische Aussagen hinterfragen und auf Korrektheit prüfen
A-3.2	mathematische Zusammenhänge erkennen und Vermutungen entwickeln
A-3.3	Begründungen suchen und nachvollziehen
A-4	Modellieren
A-4.1	Sachtexten und anderen Darstellungen der Lebenswirklichkeit die relevanten Informationen entnehmen
A-4.2	Sachprobleme in die Sprache der Mathematik übersetzen, innermathematisch lösen und diese Lösungen auf die Ausgangssituation beziehen
A-4.3	zu Termen, Gleichungen und bildlichen Darstellungen Sachaufgaben formulieren
A-5	Darstellen
A-5.1	für das Bearbeiten mathematischer Probleme geeignete Darstellungen entwickeln, auswählen und nutzen
A-5.2	eine Darstellung in eine andere übertragen
A-5.3	Darstellungen miteinander vergleichen und bewerten

Katalog der inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen	
Kennung	**Beschreibung**
I-1	Zahlen und Operationen
I-1.1	Zahldarstellungen und Zahlbeziehungen verstehen
I-1.1.a	den Aufbau des dezimalen Stellenwertsystems verstehen
I-1.1.b	Zahlen bis 1.000.000 auf verschiedene Weise darstellen und zueinander in Beziehung setzen
I-1.1.c	sich im Zahlenraum bis 1.000.000 orientieren (z.B. Zahlen der Größe nach ordnen, runden)
I-1.2	Rechenoperationen verstehen und beherrschen
I-1.2.a	die vier Grundrechenarten und ihre Zusammenhänge verstehen
I-1.2.b	die Grundaufgaben des Kopfrechnens (Einspluseins, Einmaleins, Zahlzerlegungen) gedächtnismäßig beherrschen, deren Umkehrungen sicher ableiten und diese Grundkenntnisse auf analoge Aufgaben in größeren Zahlenräumen übertragen
I-1.2.c	mündliche und halbschriftliche Rechenstrategien verstehen und bei geeigneten Aufgaben anwenden
I-1.2.d	verschiedene Rechenwege vergleichen und bewerten; Rechenfehler finden, erklären und korrigieren
I-1.2.e	Rechengesetze erkennen, erklären und benutzen
I-1.2.f	schriftliche Verfahren der Addition, Subtraktion und Multiplikation verstehen, geläufig ausführen und bei geeigneten Aufgaben anwenden
I-1.2.g	Lösungen durch Überschlagsrechnungen und durch Anwenden der Umkehroperation kontrollieren
I-1.3	in Kontexten rechnen
I-1.3.a	Sachaufgaben lösen und dabei die Beziehungen zwischen der Sache und den einzelnen Lösungsschritten beschreiben
I-1.3.b	das Ergebnis auf Plausibilität prüfen
I-1.3.c	bei Sachaufgaben entscheiden, ob eine Überschlagsrechnung ausreicht oder ein genaues Ergebnis nötig ist
I-1.3.d	Sachaufgaben systematisch variieren
I-1.3.e	einfache kombinatorische Aufgaben (z.B. Knobelaufgaben) durch Probieren bzw. systematisches Vorgehen lösen
I-2	Raum und Form
I-2.1	sich im Raum orientieren
I-2.1.a	über räumliches Vorstellungsvermögen verfügen
I-2.1.b	räumliche Beziehungen erkennen, beschreiben und nutzen (Anordnungen, Wege, Pläne, Ansichten)

I-2.1.c	zwei- und dreidimensionale Darstellungen von Bauwerken (z.B. Würfelgebäuden) zueinander in Beziehung setzen (nach Vorlage bauen, zu Bauten Baupläne erstellen, Kantenmodelle und Netze untersuchen)
I-2.2	geometrische Figuren erkennen, benennen und darstellen
I-2.2.a	Körper und ebene Figuren nach Eigenschaften sortieren und Fachbegriffe zuordnen
I-2.2.b	Körper und ebene Figuren in der Umwelt wieder erkennen
I-2.2.c	Modelle von Körpern und ebenen Figuren herstellen und untersuchen (Bauen, Legen, Zerlegen, Zusammenfügen, Ausschneiden, Falten...)
I-2.2.d	Zeichnungen mit Hilfsmitteln sowie Freihandzeichnungen anfertigen
I-2.3	Einfache geometrische Abbildungen erkennen, benennen und darstellen
I-2.3.a	ebene Figuren in Gitternetzen abbilden (verkleinern und vergrößern)
I-2.3.b	Eigenschaften der Achsensymmetrie erkennen, beschreiben und nutzen
I-2.3.c	symmetrische Muster fortsetzen und selbst entwickeln
I-2.4	Flächen- und Rauminhalte vergleichen und messen
I-2.4.a	die Flächeninhalte ebener Figuren durch Zerlegen vergleichen und durch Auslegen mit Einheitsflächen messen
I-2.4.b	Umfang und Flächeninhalt von ebenen Figuren untersuchen
I-2.4.c	Rauminhalte vergleichen und durch die enthaltene Anzahl von Einheitswürfeln bestimmen
I-3	Muster und Strukturen
I-3.1	Gesetzmäßigkeiten erkennen, beschreiben und darstellen
I-3.1.a	strukturierte Zahldarstellungen (z.B. Hunderter-Tafel) verstehen und nutzen
I-3.1.b	Gesetzmäßigkeiten in geometrischen und arithmetischen Mustern (z.B. in Zahlenfolgen oder strukturierten Aufgabenfolgen) erkennen, beschreiben und fortsetzen
I-3.1.c	arithmetische und geometrische Muster selbst entwickeln, systematisch verändern und beschreiben
I-3.2	funktionale Beziehungen erkennen, beschreiben und darstellen
I-3.2.a	funktionale Beziehungen in Sachsituationen erkennen, sprachlich beschreiben (z.B. Menge - Preis) und entsprechende Aufgaben lösen
I-3.2.b	funktionale Beziehungen in Tabellen darstellen und untersuchen
I-3.2.c	einfache Sachaufgaben zur Proportionalität lösen
I-4	Größen und Messen
I-4.1	Größenvorstellungen besitzen
I-4.1.a	Standardeinheiten aus den Bereichen Geldwerte, Längen, Zeitspannen, Gewichte und Rauminhalte kennen

I-4.1.b	Größen vergleichen, messen und schätzen
I-4.1.c	Repräsentanten für Standardeinheiten kennen, die im Alltag wichtig sind
I-4.1.d	Größenangaben in unterschiedlichen Schreibweisen darstellen (umwandeln)
I-4.1.e	im Alltag gebräuchliche einfache Bruchzahlen im Zusammenhang mit Größen kennen und verstehen
I-4.2	mit Größen in Sachsituationen umgehen
I-4.2.a	mit geeigneten Einheiten und unterschiedlichen Messgeräten sachgerecht messen
I-4.2.b	wichtige Bezugsgrößen aus der Erfahrungswelt zum Lösen von Sachproblemen heranziehen
I-4.2.c	in Sachsituationen angemessen mit Näherungswerten rechnen, dabei Größen begründet schätzen
I-4.2.d	Sachaufgaben mit Größen lösen
I-5	Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit
I-5.1	Daten erfassen und darstellen
I-5.1.a	in Beobachtungen, Untersuchungen und einfachen Experimenten Daten sammeln, strukturieren und in Tabellen, Schaubildern und Diagrammen darstellen
I-5.1.b	aus Tabellen, Schaubildern und Diagrammen Informationen entnehmen
I-5.2	Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten vergleichen
I-5.2.a	Grundbegriffe kennen (z.B. sicher, unmöglich, wahrscheinlich)
I-5.2.b	Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten (z.B. bei Würfelspielen) einschätzen