



ANREGUNGEN ZUR SCHUL- UND UNTERRICHTSENTWICKLUNG 16/2019

ZENTRALE KLASSENARBEIT MATHEMATIK
SCHULJAHRGANG 6 – AUSWERTUNGSBERICHT

Schuljahr 2018/2019

Grundschule
Sekundarschule
Gemeinschaftsschule
Gesamtschule
Gymnasium
Berufliches Gymnasium
Förderschule
Berufsbildende Schule

ALLGEMEINES

Das Ziel der zentralen Klassenarbeit (ZKA) Mathematik im 6. Schuljahrgang ist, individuelle, fachbezogene Leistungen von Schülerinnen und Schülern in Bezug zu landesweit gültigen Maßstäben festzustellen. Dabei ergeben sich die Anforderungen der Klassenarbeit aus den Kompetenzschwerpunkten im Doppeljahrgang 5/6 des Fachlehrplans Mathematik Sekundarschule /1/. Die gestellten Aufgaben spiegeln somit die Bandbreite der im Mathematikunterricht erworbenen Kompetenzen am Ende des 6. Schuljahrgangs wider.

In der Klassenarbeit werden fünf Aufgaben gestellt. Aufgabe 1 besteht aus mehreren nicht zusammenhängenden

Aufgaben jeweils geringen Umfangs, die erwartbares mathematisches Grundwissen und Grundkönnen überprüfen. Die Aufgaben sind überwiegend dem Anforderungsbereich (AFB) I zugeordnet. Insgesamt sind in Aufgabe 1 zehn Bewertungseinheiten (BE) erreichbar. In den Aufgaben 2 bis 5 treten auch Anforderungen auf, die in den Anforderungsbereichen II und III verortet sind. Im Unterschied zur Aufgabe 1 sind diese Aufgaben komplex angelegt und jeweils in Teilaufgaben gegliedert. In den Aufgaben 2 bis 5 können im Ganzen 20 BE erreicht werden. Die Arbeitszeit beträgt insgesamt 45 Minuten. Zugelassene Hilfsmittel sind Lineal, Winkelmesser, Dreieck oder Geodreieck und Zirkel.

ERGEBNISSE IM ÜBERBLICK

Grundlage für die vorliegenden Übersichten sind die Ergebnisse von 8884 Schülerinnen und Schülern aus 193 Schulen.

Notenbezogene Ergebnisse

Tabelle 1 ist zu entnehmen, dass fast ein Fünftel der Schülerinnen und Schüler sehr gute oder gute Klassenarbeitsergebnisse erzielte. Nahezu 90 % der Lernenden erlangten ein Ergebnis im Notenbereich von 2 bis 4. Nicht mindestens ausreichende Leistungen zeigte etwa ein Zehntel der Teilnehmenden.

Note	1	2	3	4	5	6
Halbjahresnote (in %)	4,6	26,0	33,4	24,6	7,8	1,0
Note ZKA (in %)	1,8	17,0	35,3	35,0	9,7	1,2

Tab. 1: Halbjahresnoten im 6. Schuljahrgang und Noten der ZKA

Der Landesmittelwert der ZKA beträgt 3,37 (vgl. Abb. 1). Wie in den vergangenen Jahren liegt der Landesmittelwert der Halbjahresnoten (3,08) unter diesem Wert. Bei der Interpretation ist jedoch zu beachten, dass sich Halbjahresnoten und die Noten der ZKA auf unterschiedliche Kompetenzüberprüfungen beziehen.

Anhand des Perzentilbandes ist erkennbar, dass die Hälfte der Schulmittelwerte der ZKA zwischen 3,07 und 3,62 liegt. Je 20 % aller erfassten Schulen erzielen Notendurchschnitte von 2,64 bis 3,07 beziehungsweise von 3,62 bis 4,08. Jeweils 5 % der Schulen liegen unterhalb des 5. Perzentils beziehungsweise oberhalb des 95. Perzentils.

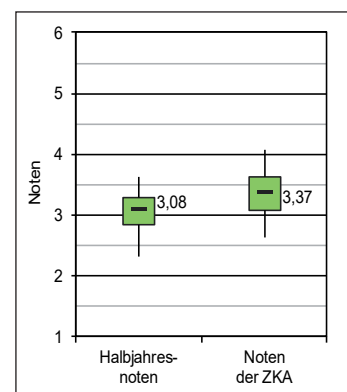


Abb. 1: 90 %-Perzentilbänder der Halbjahresnoten und Noten der ZKA (Schulmittelwerte)

Aufgabenbezogene Ergebnisse

Die Abbildungen 2 bis 4 zeigen, dass die Erfüllungsprozentsätze auf Ebene der Aufgaben insgesamt zwischen 11 % (Aufg. 4b, Gleichung angeben, AFB III) und 95 % (Aufg. 3a-1, Information aus Diagramm entnehmen, AFB I) schwanken.

Aufgabe 1

In Aufgabe 1 sind Landesmittelwerte von 27 % (Aufg. 1e: vom arithmetischen Mittel auf Zahl schließen, AFB II) bis 90 % (Aufg. 1b: Größenangabe umrechnen, AFB I) zu finden (vgl. Abb. 2). Der mittlere Erfüllungsprozentsatz liegt in Aufgabe 1 insgesamt bei 60 %. Die Landesmittelwerte der

im Inhaltsbereich *Zahlen und Größen* verorteten Aufgaben schwanken zwischen 41 % und 90 %, obwohl sie demselben Anforderungsbereich zugeordnet sind. Auffällig ist der niedrige Landesmittelwert beim Schließen vom Mittelwert zweier Zahlen auf die nicht gegebene Zahl (Aufg. 1e, AFB II).

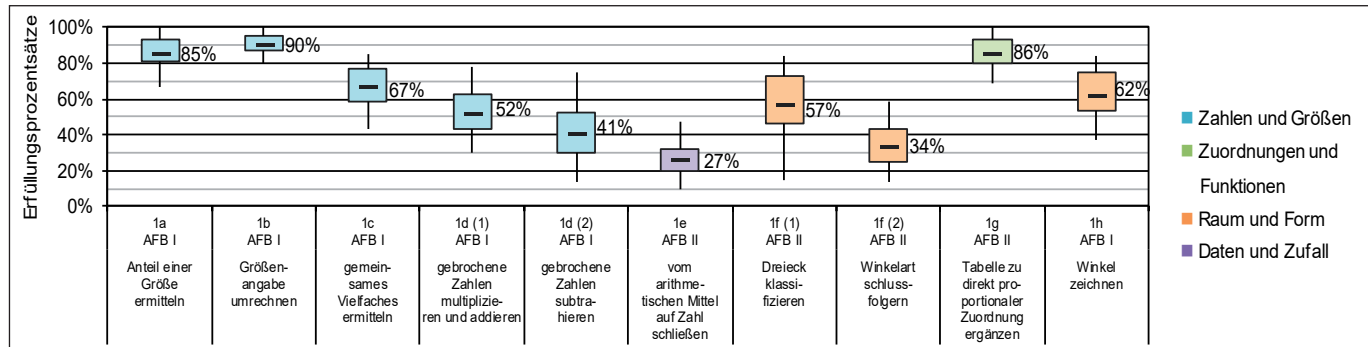


Abb. 2: 90 %-Perzentilbänder, Landesmittelwerte und Anforderungsbereiche in Aufgabe 1

Aufgabe 2 und 3

In Abbildung 3 ist erkennbar, dass der überwiegende Teil der Schülerschaften in der Lage ist, die Größe eines Innenwinkels in einem Dreieck zu ermitteln (Aufg. 2a, AFB I). Nicht zufriedenstellende Landesmittelwerte und zum Teil erhebliche Schwankungen der Erfüllungsprozentsätze sind beim Angeben der Koordinaten eines Punktes (Aufg. 2b, AFB I) und beim Ermitteln von Umfang und Flächeninhalt eines Dreiecks (Aufg. 2c, AFB II) erkennbar. Besser gelingt es den Lernenden offenbar, ein kongruentes Dreieck zum

gegebenen Dreieck einzuzeichnen (Aufg. 2d, AFB II). Beim Entnehmen von Informationen aus einem Diagramm wird der höchste Landesmittelwert im Inhaltsbereich *Daten und Zufall* erreicht (Aufg. 3a, AFB I). Ein sehr guter Landesmittelwert von 90 % ist beim Angeben eines Monats, in dem die monatliche Niederschlagsmenge in einem bestimmten Intervall liegt, erkennbar (Aufg. 3b, AFB II). Solide Ergebnisse zeigen sich auch beim Verknüpfen der Darstellungsformen Diagramm und Tabelle (Aufg. 3c, AFB III).

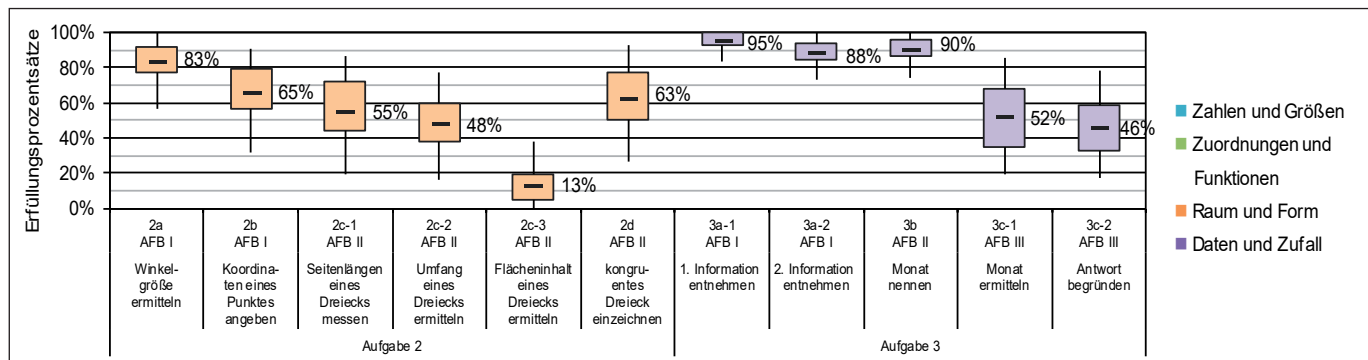


Abb. 3: 90 %-Perzentilbänder, Landesmittelwerte und Anforderungsbereiche in den Aufgaben 2 und 3

Aufgabe 4 und 5

Abbildung 4 zeigt, dass beim Angeben der Lösung einer Gleichung ein Landesmittelwert von 68 % erzielt wurde (Aufg. 4a, AFB II). Deutlich weniger Lernenden gelang es, eine Gleichung mit Variablen anzugeben (Aufg. 4b, AFB III, 11 %). Im Mittel gelingt es nur 26 % der Schülerschaften, die Anzahl der Pflanzen aus der gegebenen Gleichung zu ermitteln (Aufg. 5a, AFB II). Das Identifizieren der korrekten

schematischen Darstellung eines Aquariums erfolgt wiederum überwiegend sehr gut (Aufg. 5b, AFB II). Das Beschreiben des Vorgehens zur Ermittlung des Volumens von in ein Aquarium fließendem Wasser ist noch herausfordernd. Der Landesmittelwert liegt bei dieser Teilanforderung bei 28 %, obgleich der Landesmittelwert beim Ermitteln des Volumens bei 34 % liegt (Aufg. 5d, AFB III).

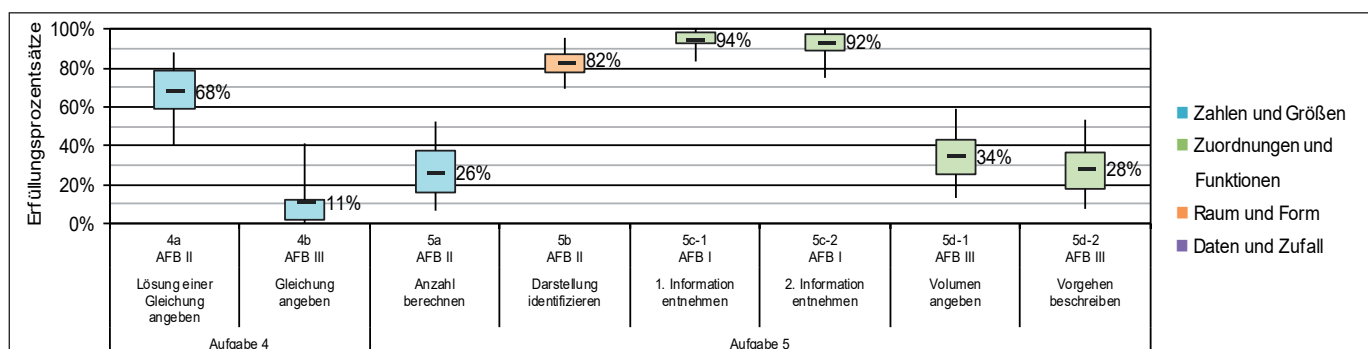


Abb. 4: 90 %-Perzentilbänder, Landesmittelwerte und Anforderungsbereiche in den Aufgaben 4 und 5

HINWEISE ZUR WEITERARBEIT

Hinweise zur Auswertung zentraler Klassenarbeiten gibt es z. B. in /2/. Im Folgenden werden deshalb – resultierend aus den beschriebenen Befunden – konkrete Hinweise zum Umgang mit den diagnostizierten Auffälligkeiten formuliert.

Allgemeine mathematische Kompetenzen vernetzen

Die Landesmittelwerte der Aufgabe 1d zeigen, dass Teile der Schülerschaften noch nicht sicher im Rechnen mit gebrochenen Zahlen sind. Schülerinnen und Schüler erwerben im Verlaufe ihrer Bildungsbiografie im Kontext unterschiedlicher Inhaltsbereiche die allgemeine mathematische Kompetenz *Probleme mathematisch lösen* – dort insbesondere die Teilkompetenz *Lösungsverfahren auswählen und unter Aufgabenbedingungen anwenden*. So sollen die Lernenden Rechenausdrücke, in denen mehrere Zahlen und Operationen vorkommen, berechnen. Unabdingbar ist dies für das erfolgreiche Weiterarbeiten im Mathematikunterricht – in konsequenter Fortsetzung zu den bereits in der Grundschule erworbenen Kompetenzen – im Bereich der gebrochenen Zahlen. Es ist zwar wichtig, dass die Lernenden im Sinne einer Verfahrenorientierung über ein gewisses Standardrepertoire an Verfahren verfügen. Vorrangig gilt es sie zu befähigen, flexibel im Denken zu bleiben. So bietet die Aufgabe 1d (2) das Potenzial zu überprüfen,

- über welche Konzepte die Schülerinnen und Schüler zur Subtraktion von gebrochenen Zahlen verfügen oder
- welche äquivalenten Darstellungsformen der gegebenen Brüche repräsentiert werden können.

Ersteres kann durch die Verwendung von Schülerlösungen geprüft werden. Dies muss jedoch keineswegs nur zwischen Lehrkraft und Lernenden geschehen, sondern es ist auch ein Austausch von Lösungen der Lernenden untereinander denkbar. Koppelt man diesen Austausch an eine schriftliche Rückmeldung, so wird gleichzeitig die allgemeine mathematische Kompetenz *mathematisch argumentieren und kommunizieren* gefördert, konkret die Teilkompetenz *Aussagen zu mathematischen Inhalten verstehen und überprüfen*. Die Verfahrenorientiertheit wird dann durchbrochen, wenn die Schülerinnen und Schüler flexibel in der Verwendung von unterschiedlichen Darstellungsformen werden. So können die Lernenden diese Aufgabe – dabei auf symbol-sprachlicher Ebene bleibend – transformieren in 0,75 - 0,5 oder 75 % - 50 %. Ebenso ist der Transfer der Aufgabe in eine bildhaft anschauliche Darstellung vorstellbar.

Grundlagen zum erfolgreichen Weiterarbeiten ausbilden

Die deutliche Streuung der schulischen Erfüllungsprozentsätze beim Angeben der Koordinaten eines Punktes belegt, dass Schülerschaften diese Kompetenz noch nicht ausgebildet haben. Uneingeschränkt gehören das Angeben von Koordinaten eines Punktes und das Eintragen von Punkten in ein Koordinatensystem zu den Kompetenzen, die im Mathematikunterricht ausgebildet werden müssen, um Lernschwierigkeiten in den folgenden Schuljahrgängen zu verhindern. In den Doppeljahrgängen 7/8 werden die Schülerinnen und Schüler mit einem Koordinatensystem aus vier Quadranten konfrontiert und gegebenenfalls beim Wechsel

des Bildungsganges später mit einem dreidimensionalen Koordinatensystem. In allen Inhaltsbereichen, vor allem im Inhaltsbereich *Zuordnungen und Funktionen*, müssen die Lernenden sicher im rechtwinkligen Koordinatensystem agieren können.

Zum einen gibt es methodische Aspekte, um Lernschwierigkeiten beim Ablesen der Koordinaten von Punkten oder beim Eintragen von Punkten in ein Koordinatensystem zu vermeiden. So sollte nach der Einführung des Koordinatensystems nicht nur rein innermathematisch auf die Ausbildung dieser beiden Kompetenzen bezogen im Koordinatensystem gearbeitet werden. Die Schülerinnen und Schüler können zum Beispiel den Auftrag erhalten, Abbildungen von Bauwerken im Koordinatensystem darzustellen und durch Punktkoordinaten zu beschreiben. Werden die in Form von Punktkoordinaten formulierten „Baubeschreibungen“ an Mitlernende weitergegeben, so werden diese sogleich validiert und die „Architekten“ erhalten unmittelbar ein Feedback. In der Arbeit mit dynamischer Geometriesoftware kann an der Festigung der genannten Kompetenzen gearbeitet werden, da neben der Visualisierung der Punkte auch entsprechende Koordinaten angegeben werden. Damit werden gleichzeitig zwei Darstellungen repräsentiert und miteinander vernetzt.

Auf Ebene der Aufgaben kann der vermeintlich verfahrenorientierte Erwerb der genannten Kompetenzen verhindert werden, wenn die Aufgabenkultur entsprechend geändert wird. Eine Aufgabe könnte wie folgt lauten: „Gegeben ist ein unvollständiges Koordinatensystem, das den Punkt A enthält. Ergänze die zugehörige x-Achse. Beschreibe dein Vorgehen.“ (vgl. Abb. 5).

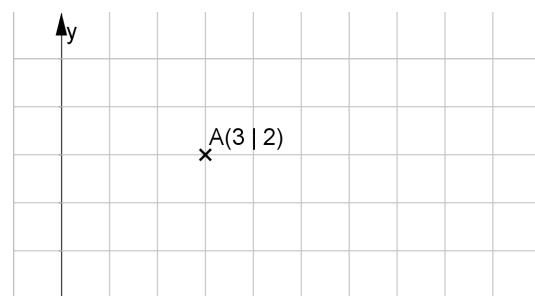


Abb. 5: Punkt im „Koordinatensystem“

Zur Bewältigung dieser Anforderungssituation müssen die Schülerinnen und Schüler zunächst die zugrundeliegende Skalierung des Koordinatengitters ableiten, in dem sie den Abstand von A zur y-Achse betrachten. Anschließend schlussfolgern sie damit auf den Abstand zur x-Achse. Weil diese Aufgabe ein mehrschrittiges Vorgehen bei der Lösung erfordert, ist diese im AFB II zu verorten. Die Aufgabe kann recht leicht angepasst werden und eignet sich damit hervorragend zur inneren Differenzierung, z. B. indem

- die y-Achse nicht eingezeichnet ist oder
 - die Skalierung des Koordinatengitters verändert wird.
- Dadurch können Aufgaben in allen Anforderungsbereichen konstruiert werden. Gleichzeitig adressiert die vorgestellte Aufgabe die Kompetenz *mathematisch argumentieren und kommunizieren*, da das Vorgehen beschrieben werden soll.

Unter dem Aspekt der Eindeutigkeit der Lösungen ist mit den Lernenden darüber zu sprechen, dass es gar unendlich viele Lösungsvarianten gibt, wenn x- und y-Achse unterschiedlich skaliert sind.

Unterschiedliche Formen der Dokumentation von Lösungswegen üben und fordern

Die Ergebnisse zu den im Inhaltsbereich *Zuordnungen und Funktionen* verorteten Teilaufgaben der Aufgabe 5 (Aufg. 5c und 5d) belegen, dass der überwiegende Teil der Schülerschaften in der Lage ist, Informationen aus grafischen Darstellungen zu entnehmen (AFB I). Reserven sind offenbar dann erkennbar, wenn es darum geht, diese Informationen entsprechend der Sachsituation zu verarbeiten und anzuwenden. Im Rahmen der Lerngruppe sollte analysiert werden, wie die Diskrepanz zwischen den Teilaufgaben c) und d) zustande kommt. Denn zur Bewältigung der Teilaufgabe d) ist es in einem ersten Schritt nötig, zwei Daten aus dem Diagramm zu entnehmen. Die Ergebnisse zeigen, dass dies sehr gut gelingt. In einem nächsten Schritt ist zu klären, wie die beiden abgelesenen Daten verarbeitet werden, um entsprechende Schwierigkeiten im Lösungsweg aufzudecken. Insofern unterstützt das in der Teilaufgabe d) verwendete Signalwort *Beschreibe* diesen diagnostischen Prozess. Parallel dazu sollte ebenso die Fähigkeit des Dokumentierens von Lösungsvorgehen in Form von zeichnerischen Darstellungen geübt werden. Abbildung 6 zeigt eine Darstellung bei Verwendung des Auftrages „*Kennzeichne dein Vorgehen in der Abbildung.*“



Abb. 6: Vorgehen kennzeichnen

Gleichungen als integrale Bestandteile des Unterrichts

Betrachtet man das zur Aufgabe 4a zugehörige Perzentilband, so ist eine Streuung der schulischen Erfüllungsprozentsätze von nahezu 50 Prozentpunkten erkennbar. Das *Lösen von Gleichungen durch inhaltliche Überlegungen* ist eine im Doppeljahrgang 5/6 zu erwerbende Kompetenz, die im Kompetenzschwerpunkt *Gleichungen* ausgewiesen ist. Diese Kompetenz ist unentbehrlich für das erfolgreiche Weiterarbeiten im Mathematikunterricht in den folgenden Schuljahrgängen. In Hinblick auf die Bedeutsamkeit der Thematik *Gleichungen* sollten dies beständig im Mathematikunterricht vorkommen. Zu beachten ist in diesem Zusammenhang, dass

- die Schülerinnen und Schüler bereits in der Grundschule damit vertraut gemacht werden,
- das Verwenden von Gleichungen in jedem Kompetenzschwerpunkt des Doppeljahrgangs 5/6 möglich ist und
- auch das inhaltliche Lösen von Gleichungen wachzuhalten ist.

Schülerinnen und Schüler sind dazu zu befähigen, inner- und außermathematische Sachverhalte mithilfe von mathematischen Ausdrücken zu beschreiben. Im Doppeljahrgang 5/6 ist es zunächst ausreichend, diese Kompetenz im Kontext von höchstens drei Verknüpfungen auszubilden. Alle solche Transferleistungen eignen sich hervorragend, um die allgemeine mathematische Kompetenz *mathematisch modellieren* (konkret: *fachsprachliche und umgangssprachliche Formulierungen sachgerecht in Terme und Gleichungen übersetzen bzw. umgekehrt Terme und Gleichungen verbalisieren*) zu schulen. Die in der ZKA vorkommende Anforderungssituation entspringt der Erfahrungswelt der Schülerinnen und Schüler. Vielleicht ist es für die Lernenden herausfordernd, Variablen zu verwenden, da diese nicht der Begriffswelt der Schülerinnen und Schüler entstammen. Gegebenenfalls kann die Wendung „zusammen 26 Jahre alt“ nicht korrekt übersetzt werden. Es bietet sich bei der Diagnose von Herausforderungen beim Übersetzen wieder an, stufenweise vorzugehen. So könnte die Aufgabe zunächst heißen: „Gib eine Gleichung an, die folgenden Sachverhalt beschreibt.“

Damit kann zunächst geprüft werden, ob die Lernenden grundsätzlich dazu in der Lage sind, eine Übersetzungsleistung zu vollziehen. In einem nächsten Schritt kann der Begriff „Variable“ eingeführt werden. Zunehmend selbstständig müssen die Schülerinnen und Schüler die Kompetenz entwickeln, Variablen selbst zu wählen und Festlegungen zu treffen. Ab dem Schuljahrgang 7 sollte darauf geachtet werden, eine zugehörige Legende anzulegen, z. B. „x... Lio / y... Kian“. Anschließend können weitere Verknüpfungen thematisiert werden, z. B. „um drei Jahre jünger“ oder „fünfmal so alt“.

Quellen:

- /1/ Kultusministerium Sachsen-Anhalt (Hrsg.) (2012): Fachlehrplan Sekundarschule Mathematik. Magdeburg.
- /2/ Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (Hrsg.) (2018): Potenziale zentraler Leistungserhebungen (ZLE) für die Unterrichtsentwicklung. Halle (Saale).
- /3/ Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (Hrsg.) (2016): Signalworte (Operatoren) für Arbeitsaufträge im Fach Mathematik. Überarbeitung der Fassung vom Januar 2011.

Impressum

Herausgeber: Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (LISA)

Autor: Thomas Viehweg

© ① © Sie dürfen das Material weiterverbreiten, bearbeiten und erweitern. Sie müssen den Urheber nennen und kennzeichnen, welche Änderungen sie vorgenommen haben. Sie müssen das Material und Veränderungen unter den gleichen Lizenzbedingungen weitergeben. Die Rechte für Fotos, Abbildungen und Zitate für Quellen Dritter bleiben bei den jeweiligen Rechteinhabern.

Alle bisher erschienenen Informationsblätter finden Sie auch auf dem Bildungsserver Sachsen-Anhalt unter: www.bildung-lsa.de/lisa-kurz-texte