



ANREGUNGEN ZUR SCHUL- UND UNTERRICHTSENTWICKLUNG 17/2019

ZENTRALE KLASSENARBEIT MATHEMATIK
SCHULJAHRGANG 6 – AUSWERTUNGSBERICHT

Schuljahr 2018/2019

Grundschule
Sekundarschule
Gemeinschaftsschule
Gesamtschule
Gymnasium
Berufliches Gymnasium
Förderschule
Berufsbildende Schule

ALLGEMEINES

Das Erreichen des angestrebten Bildungsniveaus bereits zu einem frühen Zeitpunkt in der Schullaufbahn an landesweit gültigen Maßstäben zu messen, ist das Ziel der zentralen Klassenarbeit (ZKA) Mathematik im 6. Schuljahrgang. Dabei ergeben sich die Anforderungen der Klassenarbeit aus den Kompetenzschwerpunkten im Doppeljahrgang 5/6 des Fachlehrplans Mathematik Gymnasium /1/. Die gestellten Aufgaben spiegeln somit die Bandbreite der im Mathematikunterricht erworbenen Kompetenzen am Ende des 6. Schuljahrgangs wider.

In der Klassenarbeit werden fünf Aufgaben gestellt. Aufgabe 1 besteht aus mehreren nicht zusammenhängenden

Aufgaben jeweils geringen Umfangs, die erwartbares mathematisches Grundwissen und Grundkönnen überprüfen. Die Aufgaben sind überwiegend dem Anforderungsbereich (AFB) I zugeordnet. Insgesamt sind in Aufgabe 1 zehn Bewertungseinheiten (BE) erreichbar. In den Aufgaben 2 bis 5 treten auch Anforderungen auf, die in den Anforderungsbereichen II und III verortet sind. Im Unterschied zur Aufgabe 1 sind diese Aufgaben komplex angelegt und jeweils in Teilaufgaben gegliedert. In den Aufgaben 2 bis 5 können im Ganzen 20 BE erreicht werden. Die Arbeitszeit beträgt insgesamt 45 Minuten. Zugelassene Hilfsmittel sind Lineal, Winkelmesser, Dreieck oder Geodreieck und Zirkel.

ERGEBNISSE IM ÜBERBLICK

Grundlage für die vorliegenden Übersichten sind die Ergebnisse von 6572 Schülerinnen und Schülern aus 82 Schulen.

Notenbezogene Ergebnisse

Tabelle 1 ist zu entnehmen, dass rund ein Fünftel der Schülerinnen und Schüler sehr gute oder gute Klassenarbeitsergebnisse erzielte. Etwas mehr als 90 % der Lernenden erlangten ein Ergebnis im Notenbereich von 2 bis 4. Nicht mindestens ausreichende Leistungen zeigten etwa 6 % der Teilnehmenden.

Note	1	2	3	4	5	6
Halbjahresnote (in %)	7,2	34,4	35,5	18,6	3,8	0,2
Note ZKA (in %)	1,7	18,7	41,1	32,5	5,8	0,2

Tab. 1: Halbjahresnoten im 6. Schuljahrgang und Noten der ZKA

Der Landesmittelwert der ZKA beträgt 3,22 (vgl. Abb. 1). Wie in den vergangenen Jahren liegt der Landesmittelwert der Halbjahresnoten (2,78) unter diesem Wert. Bei der Interpretation ist jedoch zu beachten, dass sich Halbjahresnoten und die Noten der ZKA auf unterschiedliche Kompetenzüberprüfungen beziehen.

Anhand des Perzentilbandes ist erkennbar, dass die Hälfte der Schulmittelwerte der ZKA zwischen 3,09 und 3,40 liegt. Je 20 % aller erfassten Schulen erzielen Notendurchschnitte von 2,65 bis 3,09 beziehungsweise von 3,40 bis 3,60. Jeweils 5 % der Schulen liegen unterhalb des 5. Perzentils beziehungsweise oberhalb des 95. Perzentils.

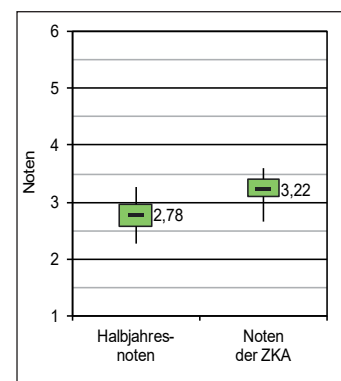


Abb. 1: 90 %-Perzentilbänder der Halbjahresnoten und Noten der ZKA (Schulmittelwerte)

Aufgabenbezogene Ergebnisse

Die Abbildungen 2 bis 4 zeigen, dass die Erfüllungsprozentsätze auf Ebene der Aufgaben insgesamt zwischen 20 % (Aufg. 2d, Gleichheit der Flächeninhalte begründen, AFB III) und 97 % (Aufg. 1b, Größenangabe umrechnen, AFB I) schwanken.

Aufgabe 1

In Aufgabe 1 sind Landesmittelwerte von 35 % (Aufg. 1g (2): Beziehung zwischen Würfel und Quader begründen, AFB II) bis 97 % (Aufg. 1b: Größenangabe umrechnen, AFB I) zu finden (vgl. Abb. 2). Der mittlere Erfüllungsprozentsatz liegt in Aufgabe 1 insgesamt bei 70 %. Die Landesmittelwerte der zum Inhaltsbereich *Zahlen und Größen* zugehörigen Auf-

gaben sind stets höher als 75 %. Ein deutlich heterogenes Bild zeigt das Perzentilband zur Aufgabe 1e (vom arithmetischen Mittel dreier Zahlen auf die nicht gegebene Zahl schließen, AFB II). Auffällig ist auch der niedrige Landesmittelwert beim Berechnen des Flächeninhalts eines Quadrates (Aufg. 1g (1), AFB I).

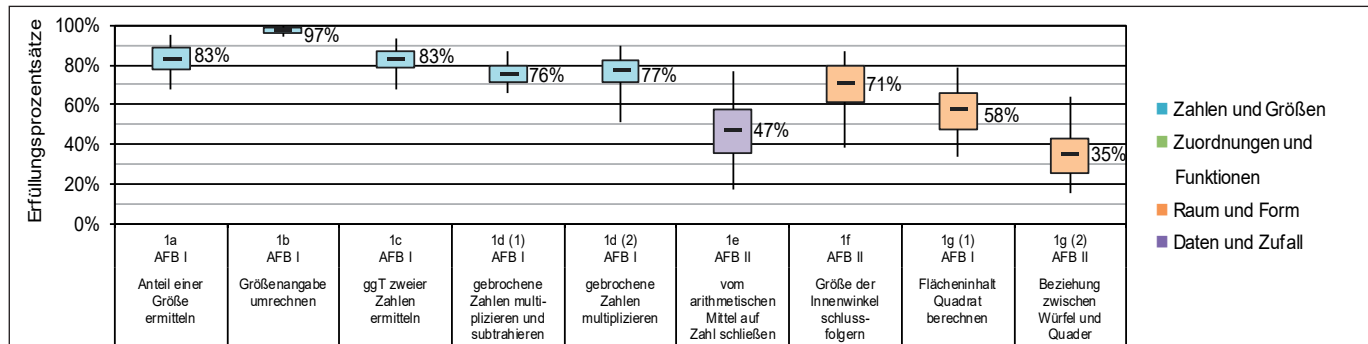


Abb. 2: 90 %-Perzentilbänder, Landesmittelwerte und Anforderungsbereiche in Aufgabe 1

Aufgabe 2 und 3

In Abbildung 3 ist erkennbar, dass der überwiegende Teil der Schülerschaften in der Lage ist, die Mittelsenkrechte zu einer gegebenen Strecke zu zeichnen (Aufg. 2a, AFB I), die Koordinaten eines Punktes abzulesen (Aufg. 2b, AFB I) und einen Punkt im Koordinatensystem so zu ergänzen, dass ein rechtwinkliges Dreieck entsteht (Aufg. 2c, AFB II). Beim Begründen der Gleichheit zweier Flächeninhalte beträgt der Landesmittelwert nur 20 % (Aufg. 2d, AFB III). Ein differenziertes Bild zeigt sich beim Entnehmen von Informationen aus einer Darstellung (Aufg. 3a, AFB I). Zwar

werden in dieser Aufgabe die höchsten Landesmittelwerte im Inhaltsbereich *Daten und Zufall* erreicht. Allerdings unterscheiden sich diese bei den Teilanforderungen um 21 Prozentpunkte. Außerdem streuen die Erfüllungsprozentsätze in 3a-2 stärker als in 3a-1. Beim Angeben eines Monats, dessen Durchschnittstemperatur um weniger als 3 Grad von 11 °C abwich, wurde ein Landesmittelwert von 52 % erreicht (Aufg. 3c, AFB III). Diese Aufgabe ist im AFB III verortet, auch wenn das Signalwort „Nenne“ dies nicht suggeriert.

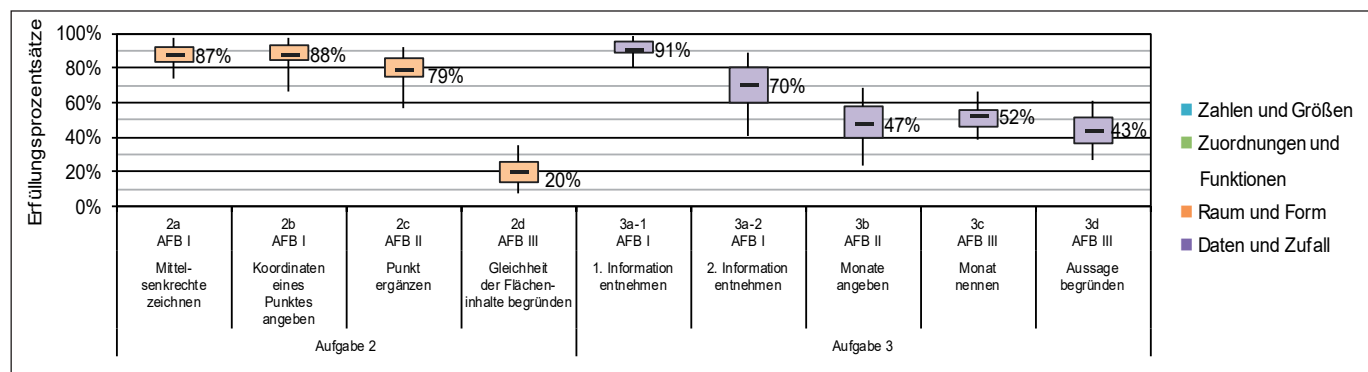


Abb. 3: 90 %-Perzentilbänder, Landesmittelwerte und Anforderungsbereiche in den Aufgaben 2 und 3

Aufgabe 4 und 5

Abbildung 4 zeigt, dass beim Ansatz zur Untersuchung, ob eine Zahl Lösung einer Ungleichung ist, ein Landesmittelwert von 74 % erzielt wurde (Aufg. 4a-1, AFB II). Deutlich weniger Lernenden gelang es dann aber offenbar, eine entsprechende Schlussfolgerung zu ziehen (Aufg. 4a-2, AFB II, 36 %). Bei dieser Teilanforderung zeigt sich wieder eine deutlich größere Streuung der Erfüllungsprozentsätze im Vergleich zur Aufgabe 4a-1. Der niedrigste Landesmittelwert im Inhaltsbereich *Zahlen und Größen* ist beim Veranschaulichen der Lösungen der Ungleichung festzustellen (Aufg. 4b, AFB III, 24 %).

Das Identifizieren der korrekten schematischen Darstellung eines Aquariums gelingt den Schülerschaften überwiegend sehr gut (Aufg. 5b, AFB II). Beim Veranschaulichen des Vorgehens zur Ermittlung der verbleibenden Dauer für das vollständige Befüllen eines Aquariums sind in Teilen der Schülerschaften noch Reserven erkennbar (Aufg. 5c-2, AFB II). Der Landesmittelwert liegt bei dieser Teilanforderung bei 58 %, obgleich der Landesmittelwert beim Ermitteln der Dauer bei 80 % liegt (Aufg. 5c-1, AFB II).

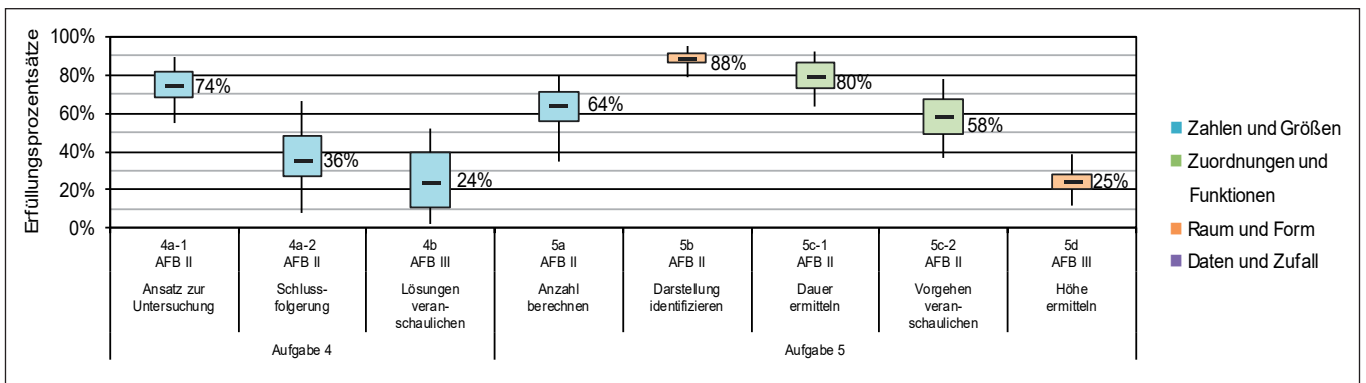


Abb. 4: 90 %-Perzentilbänder, Landesmittelwerte und Anforderungsbereiche in den Aufgaben 4 und 5

HINWEISE ZUR WEITERARBEIT

Hinweise zur Auswertung zentraler Klassenarbeiten gibt es z. B. in /2/. Im Folgenden werden deshalb – resultierend aus den beschriebenen Befunden – konkrete Hinweise zum Umgang mit den diagnostizierten Auffälligkeiten formuliert.

Heuristische Hilfsmittel und Strategien vermitteln

Die Ergebnisse zeigen, dass Teile der Schülerschaften noch nicht vom arithmetischen Mittel dreier Zahlen auf die nicht gegebene Zahl schließen können. Jedoch sind *das arithmetische Mittel berechnen, sachgerecht anwenden und interpretieren* von den Lernenden im Doppeljahrgang 5/6 zu erwerbende inhaltsbezogene mathematische Kompetenzen. Unter dem Aspekt der Bedeutsamkeit für den Mathematikunterricht in den auf den Doppeljahrgang 5/6 folgenden Schuljahrgängen gehören das arithmetische Mittel und dessen Eigenschaften zu den Wissensbeständen, die grundlegend für das erfolgreiche Weiterarbeiten sind. In Verbindung mit der allgemeinen mathematischen Kompetenz *Probleme mathematisch lösen* werden die Schülerinnen und Schüler befähigt, vom arithmetischen Mittel auf die Zahl zu schließen (Aufg. 1e, AFB II). Das systematische Probieren ist dabei ein Weg, diese Aufgabe zu lösen. Lernende, die eine Affinität zu Gleichungen haben, können dieser Anforderungssituation begegnen, in dem sie die Gleichung $s = \frac{1+6+x}{3}$ entweder durch inhaltliche Überlegungen oder durch Nutzen von Umkehroperationen lösen.

Das diagnostische Potenzial von Schülerlösungen nutzen

Zur Bewältigung der Aufgabe 1g (1) müssen die Schülerinnen und Schüler Informationen aus unterschiedlichen Darstellungsformen entnehmen. Die Vielfältigkeit der auftretenden Fehler und der nicht zufriedenstellende Landesmittelwert zeigen, dass offenbar Teile der Schülerschaften noch

- kein tragfähiges Konzept vom Flächeninhalt haben oder
- nicht über die Fähigkeit verfügen, Informationen aus unterschiedlichen Quellen zu entnehmen.

Ersteres ist insbesondere in Abbildung 5 erkennbar, da hier vermutlich der Umfang des Quadrates berechnet wird. Die bereits vorgegebene Einheit wird nicht genutzt, um über die fehlerhafte Lösung zu reflektieren.

Eine diagnostische Funktion entfaltet diese Aufgabe insbesondere dann, wenn sie mit einem Signalwort untermauert wird, das ein mathematisches Argumentieren und Kommunizieren erfordert.

(1) Gib den Inhalt der grau markierten Fläche an.

.....12..... cm²

Abbildung 5: fehlerhafte Schülerlösung zur Aufgabe 1g (1)

Kompetenzschwerpunkte vernetzen

Für Teile der Schülerschaften ist es noch herausfordernd, die Gleichheit zweier Flächeninhalte zu begründen (Aufg. 2d, AFB III). Diese Aufgabe illustriert, dass sich Grundvorstellungen zu funktionalen Zusammenhängen auch beim Berechnen von Umfang und Flächeninhalt von Dreiecken ausbilden lassen. Aus dem Unterricht kennen die Lernenden Untersuchungen zur Auswirkung der Veränderung der Länge genau einer Seite eines Dreiecks und die entsprechende Konsequenz für den Flächeninhalt. Gerechtfertigt wird man beim Einsatz solcher Anforderungen dem Anspruch des Fachlehrplans, Vermutungen über Eigenschaften von Dreiecken durch induktives Schließen zu finden. In ihrer Begründung zur Flächengleichheit der Dreiecke PQR und PQS müssen die Lernenden auf zwei Größen eingehen: die Grundseite und die zugehörige Höhe. Im Unterricht bietet es sich sogar an, die gemeinsame Eigenschaft der Flächengleichheit nicht vorzugeben, sondern z. B. durch den Einsatz von dynamischer Geometriesoftware finden zu lassen. Die Lernenden werden schnell erkennen, dass jedes Dreieck PQS, dessen Punkt S auf der Gerade k liegt, flächeninhaltsgleich zum Dreieck PQR ist. In Verbindung mit dem Kompetenzschwerpunkt *Zuordnungen, direkte und indirekte Proportionalität* kann sogar der Zuordnungscharakter herausgestellt und der entsprechende Zusammenhang grafisch veranschaulicht werden. Der Erwerb der hier aufgeführten Kompetenzen ist unabhängig und erlaubt einen Transfer auf andere geometrische Figuren in der Ebene oder gar im Raum.

Transfer von unterschiedlichen Darstellungsformen

Auffällig ist die Diskrepanz zwischen den Landesmittelwerten beim Entnehmen von Informationen aus einem Diagramm (Aufg. 3a). Durch die Lehrkräfte wurde im Rahmen der Anfertigung eines Erwartungshorizontes vorab ein Intervall festgelegt, in dem Lösungen zu finden sind, die mit einer BE honoriert werden, z. B. (22; 24). Eine häufig vorkommende fehlerhafte Schülerlösung ist in Abbildung 6 gezeigt. Offenbar wurde die Skalierung der rechten Vertikalachse fehlerhaft gedeutet und damit auf 21 geschlossen.

Im Monat November betrug die Niederschlagsmenge21..... mm.

Abbildung 6: fehlerhafte Schülerlösung zur Aufgabe 3a (2)

Beim Arbeiten mit Diagrammen sollten im Mathematikunterricht vielfältige Darstellungsformen verwendet werden. Auch der Transfer zwischen unterschiedlichen Darstellungsformen muss Gegenstand des Unterrichts sein. Schließlich müssen die Lernenden auch dazu befähigt werden, mit unterschiedlichen Skaleneinteilungen zu arbeiten. Entsprechende Übungen sind in nahezu allen Kompetenzschwerpunkten im Doppeljahrgang 5/6 möglich und beschränken sich nicht nur auf den Kompetenzschwerpunkt *Erfassen, Darstellen und Auswerten von Daten*.

Anforderungsbereiche lassen sich nicht immer aus dem Signalwort ableiten

In einer verbalen Rückmeldung zur ZKA heißt es: „Die Signalwörter sind nicht immer dem AFB angepasst, z. B. Aufgabe 3c.“ Diese Teilaufgabe ist ein Beispiel dafür, dass aus dem in einer Aufgabe verwendeten Signalwort nicht immer der Anforderungsbereich abgeleitet werden kann. In der Signalwortliste (vgl. /3/) heißt es unter dem Signalwort *Nenne*, dass „Ergebnisse [...] ohne Begründung oder Erläuterung symbolisch, numerisch oder verbal mitgeteilt [werden].“ Das Signalwort *Nenne* ist dort im gleichen Cluster wie auch *Benennen, Formulieren* und *Angeben* zu finden. In dieser Aufgabe ist nicht intendiert, den Lösungsweg zu dokumentieren; gleichwohl können die Schülerinnen und Schüler entsprechende Markierungen im Diagramm vornehmen. Die in den Hinweisen für die Lehrkräfte ausgewiesene Kompetenz ist *das Übersetzen einer fachsprachlichen Formulierung und die Anwendung auf das Diagramm*. Somit wird in dieser Anforderungssituation ein mathematisches Modellieren benötigt. Da der kognitive Anspruch den Anforderungsbereich bestimmt, in dieser Aufgabe ein mehrschrittiges Vorgehen nötig ist und unterschiedliche Informationen miteinander verknüpft werden müssen, ist diese Aufgabe im AFB III verortet. In der unterrichtlichen Arbeit kann das erfolgreiche Lösen solcher Aufgaben durch an diese Aufgabe angelehnte Aufgabenstellungen angebahnt werden (auch im AFB I und II), z. B.:

- „Nenne einen Monat mit einer Durchschnittstemperatur von mindestens 10 °C.“
- „Nenne einen Monat, dessen Durchschnittstemperatur um mehr als (höchstens) 3 Grad von 11 °C abwich.“

Im Zusammenhang mit der Lösung dieser Aufgabe wird auch das sachgerechte Gebrauchen der logischen Bestandteile der Sprache geübt („es gibt“, „für alle“, „höchstens“). In der unterrichtlichen Verwendung empfiehlt es sich sogar, den Lösungsweg zu dokumentieren. Notwendig ist dann aber, ein entsprechendes Signalwort zu verwenden, das die Dokumentation erforderlich macht.

Gleichungen und Ungleichungen als integrale Bestandteile des Mathematikunterrichts

Beim Untersuchen, ob eine Zahl Lösung einer Ungleichung ist (Aufg. 4a, AFB II), zeigt sich eine deutliche Diskrepanz zwischen den Landesmittelwerten der Teilanforderungen dieser Aufgabe. Das Überprüfen von Ergebnissen durch Einsetzen in die Ausgangsgleichung bzw. Ausgangsungleichung ist eine im Doppeljahrgang 5/6 zu erwerbende Kompetenz, die im Kompetenzschwerpunkt *Gleichungen und Ungleichungen*

ausgewiesen ist. Diese Kompetenz ist unentbehrlich für das erfolgreiche Weiterarbeiten im Mathematikunterricht in den folgenden Schuljahrgängen. Abbildung 7 zeigt eine richtige Schülerlösung, die mit zwei BE honoriert wurde. Bei dieser Lösung sind Ansatz und Schlussfolgerung korrekt.

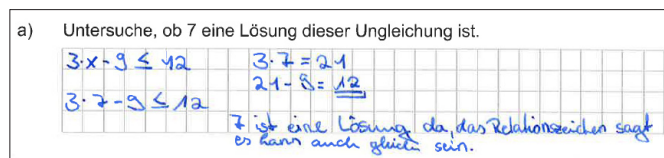


Abbildung 7: korrekte Schülerlösung zur Aufgabe 4a

Damit ist auch der Unterschied zwischen den Landesmittelwerten der Teilanforderungen *Ansatz zur Untersuchung* und *Schlussfolgerung* erklärbar. Beim Untersuchen ist für die Schülerinnen und Schüler zunächst ergebnisoffen, ob die angegebene Zahl Lösung der Ungleichung ist oder nicht. Intendiert wird durch das Signalwort eine Erkenntnisgewinnung und Erkenntnissicherung bei freier Wahl der Art des Vorgehens. Offenbar versäumen es einige Lernende noch, eine zugehörige Schlussfolgerung zu ziehen (vgl. Abb. 8).

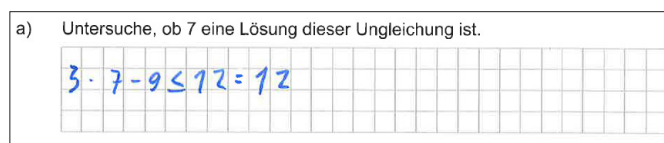


Abbildung 8: unvollständige Schülerlösung zur Aufgabe 4a

In Hinblick auf die Bedeutsamkeit der Thematik *Gleichungen und Ungleichungen* für das erfolgreiche Weiterarbeiten sollten solche regelmäßig im Mathematikunterricht vorkommen. Zu beachten ist in diesem Zusammenhang auch, dass

- die Schülerinnen und Schüler bereits in der Grundschule damit vertraut gemacht werden,
- das Verwenden von Gleichungen und Ungleichungen in jedem Kompetenzschwerpunkt des Doppeljahrgangs 5/6 möglich ist und
- das inhaltliche Lösen von Gleichungen und Ungleichungen wachzuhalten ist.

Quellen:

- /1/ Ministerium für Bildung Sachsen-Anhalt (Hrsg.) (2019): Fachlehrplan Gymnasium/Berufliches Gymnasium Mathematik. Magdeburg.
- /2/ Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (Hrsg.) (2018): Potenziale zentraler Leistungserhebungen (ZLE) für die Unterrichtsentwicklung. Halle (Saale).
- /3/ Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (Hrsg.) (2016): Signalwörter (Operatoren) für Arbeitsaufträge im Fach Mathematik. Überarbeitung der Fassung vom Januar 2011.

Impressum

Herausgeber: Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (LISA)

Autor: Thomas Viehweg

© ⓘ ⓘ Sie dürfen das Material weiterverbreiten, bearbeiten, verändern und erweitern. Sie müssen den Urheber nennen und kennzeichnen, welche Änderungen sie vorgenommen haben. Sie müssen das Material und Veränderungen unter den gleichen Lizenzbedingungen weitergeben. Die Rechte für Fotos, Abbildungen und Zitate für Quellen Dritter bleiben bei den jeweiligen Rechteinhabern.

Alle bisher erschienenen Informationsblätter finden Sie auch auf dem Bildungsserver Sachsen-Anhalt unter: www.bildung-lsa.de/lisa-kurz-texte