

Niveaubestimmende Aufgaben – Mathematik – Schuljahrgänge 5/6:

## Umkreis eines Dreiecks

### 1. Einordnung der Aufgabe in den Fachlehrplan

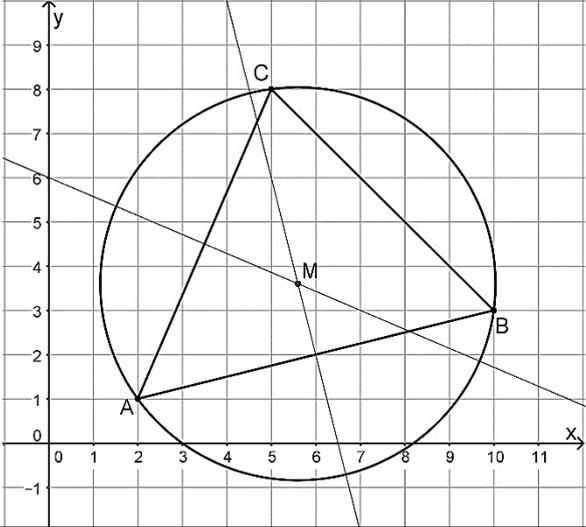
Art der Aufgabe	Inhaltsbereich	Hilfsmittel	Arbeitszeit
Lernaufgabe		DMW z. B. GeoGebra	45 min

Kompetenzschwerpunkte: Geometrische Grundbegriffe und Symmetrie Dreiecke
<p>zu entwickelnde mathematische Kompetenzen</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Dreiecke identifizieren, zeichnen und bezeichnen</li> <li>– Höhen, Winkelhalbierenden und Mittelsenkrechten in Dreiecken konstruieren</li> <li>– Vermutungen über Eigenschaften von Dreiecken durch induktives Schließen finden</li> <li>– geometrische Grundobjekte darstellen</li> <li>– geometrische Situationen zielgerichtet variieren</li> </ul>
<p>Bezug zu grundlegenden Wissensbeständen</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Koordinaten von Punkten</li> <li>– Lagebeziehungen</li> <li>– Dreiecksarten nach Seiten und Winkeln</li> <li>– Höhe und Mittelsenkrechte im Dreieck</li> <li>– Inkreis und Umkreis eines Dreiecks</li> </ul>

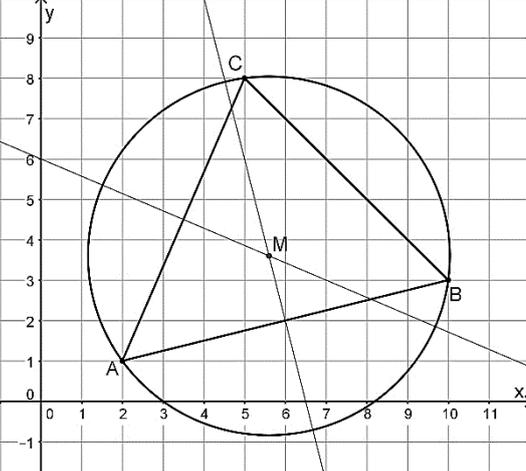
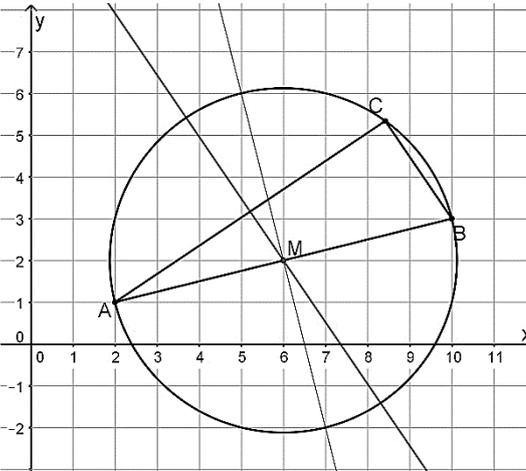
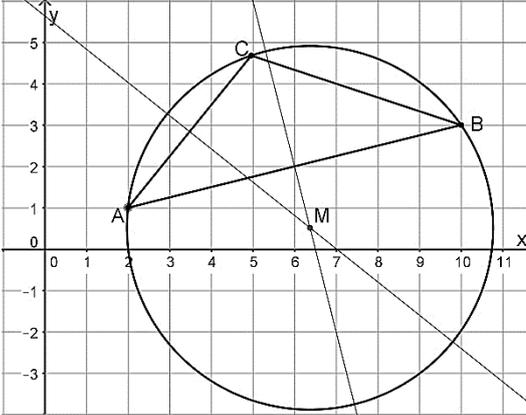
### 2. Einordnung in das Kompetenzmodell

Aufg.	Kompetenz	allgemeine mathematische Kompetenzen			
		<b>P</b>	<b>M</b>	<b>A</b>	<b>D</b>
a)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– geometrische Objekte darstellen und zielgerichtet variieren</li> <li>– Umkreis eines Dreiecks konstruieren</li> </ul>	3, 6			2
b)	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Eigenschaften am Dreieck entdecken und beschreiben</li> </ul>			1	4

### 3. Erwartungsbild

Aufg.	Hinweise zur Lösung	AFB I	AFB II	AFB III								
a)	Konstruieren und Bezeichnen: 		x									
b)	Beschreiben, z. B.: <table border="1" data-bbox="280 1043 1035 1283"> <thead> <tr> <th>Dreiecksart</th> <th>Lage des Umkreismittelpunkts M</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>spitzwinkliges Dreieck</td> <td>M liegt im Dreieck</td> </tr> <tr> <td>rechtwinkliges Dreieck</td> <td>M liegt auf der längsten Seite des Dreiecks</td> </tr> <tr> <td>stumpfwinkliges Dreieck</td> <td>M liegt außerhalb des Dreiecks</td> </tr> </tbody> </table>	Dreiecksart	Lage des Umkreismittelpunkts M	spitzwinkliges Dreieck	M liegt im Dreieck	rechtwinkliges Dreieck	M liegt auf der längsten Seite des Dreiecks	stumpfwinkliges Dreieck	M liegt außerhalb des Dreiecks			x
Dreiecksart	Lage des Umkreismittelpunkts M											
spitzwinkliges Dreieck	M liegt im Dreieck											
rechtwinkliges Dreieck	M liegt auf der längsten Seite des Dreiecks											
stumpfwinkliges Dreieck	M liegt außerhalb des Dreiecks											

Lösungsvariante mit DMW (Datei oder Ausdruck):

Aufg.	Hinweise zur Lösung	AFB I	AFB II	AFB III
b)	<p>Beschreiben, z. B.: <u>spitzwinkliges Dreieck:</u></p>  <p><u>rechtwinkliges Dreieck:</u></p>  <p><u>stumpfwinkliges Dreieck:</u></p> 			x

#### 4. Anregungen und Hinweise zum unterrichtlichen Einsatz/didaktischer Kommentar

Im Kompetenzschwerpunkt Dreiecke der Klassenstufe 5/6 zählen Dreieckskonstruktionen zu den inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen. Die Begriffe Inkreis und Umkreis gehören zu den grundlegenden Wissensbeständen.

Die vorliegende Aufgabe ist diesem Themenfeld zugeordnet und möchte Umkreis Konstruktionen bei verschiedenen Dreiecksarten mit Hilfe von DMW untersuchen und gleichzeitig unter Nutzung des zielgerichteten Variierens eines Dreieckspunktes, welches DMW ermöglichen, herausarbeiten, wie die Dreiecksart und die Lage des Umkreismittelpunktes zusammenhängen. Die Aufgabe unterstützt eigenständiges experimentelles und entdeckendes Lernen.

Die Aufgabe gibt die drei Eckpunkte des Dreieckes vor. Zunächst sollen die Lernenden dieses Dreieck mit DMW zeichnen und beschriften. Im Anschluss konstruieren sie den Umkreis des gegebenen Dreiecks und bezeichnen den Umkreismittelpunkt.

In der zweiten Teilaufgabe variieren sie den Punkt C des gegebenen Dreiecks und sollen somit für ein spitzwinkliges, rechtwinkliges und stumpfwinkliges Dreieck die Lage des Umkreismittelpunktes in Abhängigkeit von der Dreiecksart ermitteln und in einer vorgegebenen Tabelle beschreiben.

Möglicherweise könnte es hilfreich sein, im Vorfeld der Aufgabe nochmals wiederholend Lagebeziehungen von Punkten zu Dreiecken zu wiederholen und auf die korrekte Fachsprache hinzuweisen.

#### 5. Aufgabenvariationen – Anregungen für den Unterricht

Aufgabe:

Ermittle in allen Dreiecken die Größe der Innenwinkel.

Ergänze in der Tabelle für jedes Dreieck die Lage des Umkreismittelpunktes und bestimme die entsprechende Dreiecksart nach Winkeln.

$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	Lage des Umkreismittelpunktes	Dreiecksart nach Winkeln
	90°			
		125°		
	50°	70°		

Aufgabe:

Ergänze die Tabelle für alle Dreiecke. Formuliere eine Vermutung über allgemeine Eigenschaften eines Dreiecks bezüglich der Summe der Innenwinkel.

---

$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	Summe aller Innenwinkel	Lage des Umkreismittelpunktes	Dreiecksart nach Winkeln
	90°				
		125°			
	50°	70°			

## 6. Hinweise zur Umsetzung

- Empfehlung: GeoGebra Classic verwenden (in späteren SJG die GeoGebra-App)
- Java muss auf dem Rechner installiert sein
- Variationsmöglichkeit: Arbeitsaufträge mit Zirkel und Geodreieck ausführen