



# SACHSEN-ANHALT

Ministerium für Bildung

## SCHRIFTLICHE ABITURPRÜFUNG 2023

### MATHEMATIK (ERHÖHTES ANFORDERUNGSNIVEAU)

#### Prüfungsaufgabe Prüfungsteil 1

---

Auswahlzeit:	30 Minuten
Arbeitszeit:	70 Minuten

---

Für die Bearbeitung der Aufgaben sind Zeichengeräte und ein Wörterbuch, das der amtlichen Regelung der deutschen Rechtschreibung vollständig entspricht, zugelassen. Eine Verwendung von weiteren Hilfsmitteln ist nicht zulässig.

Es sind die vier Pflichtaufgaben und zwei Wahlpflichtaufgaben zu bearbeiten.

Kreuzen Sie die zwei Wahlpflichtaufgaben an, die bewertet werden sollen.  
Bestätigen Sie Ihre Entscheidung mit Ihrer Unterschrift.

Wahlpflichtaufgabe 5.1

Wahlpflichtaufgabe 5.2

Wahlpflichtaufgabe 5.3

Name, Vorname: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  
(Unterschrift des Prüflings)

**Pflichtaufgaben**

1.

Gegeben ist die in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $f$  mit  $f(x) = 3x - e^{0,2x}$ . Der Graph von  $f$  wird mit  $G$  bezeichnet.

- a) Geben Sie das Verhalten von  $f$  für  $x \rightarrow -\infty$  an.
- b) Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunkts von  $G$  mit der  $y$ -Achse an.
- c) Untersuchen Sie, ob die Steigung von  $G$  in jedem Punkt von  $G$  kleiner als 3 ist.

**BE**

1

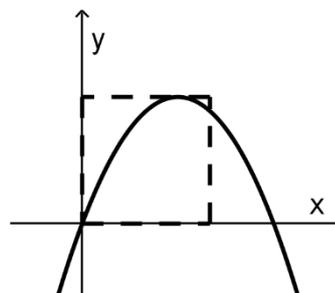
1

3

2.

Gegeben ist die in  $\mathbb{R}$  definierte Funktion  $f$  mit  $f(x) = -x^2 + 2ax$  und  $1 < a < +\infty$ . Die Nullstellen von  $f$  sind 0 und  $2a$ .

- a) Zeigen Sie, dass das Flächenstück, das der Graph von  $f$  mit der  $x$ -Achse einschließt, den Inhalt  $\frac{4}{3}a^3$  hat.
- b) Der Hochpunkt des Graphen von  $f$  liegt auf einer Seite eines Quadrats; zwei Seiten dieses Quadrats liegen auf den Koordinatenachsen (vgl. Abbildung). Der Flächeninhalt des Quadrats stimmt mit dem Inhalt des Flächenstücks, das der Graph von  $f$  mit der  $x$ -Achse einschließt, überein. Bestimmen Sie den Wert von  $a$ .



**BE**

2

3

3.

Gegeben ist die Gerade  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$  mit  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

- a) Zeigen Sie, dass  $g$  in der Ebene mit der Gleichung  $x + y + z = 2$  liegt.
- b) Gegeben ist außerdem die Schar der Geraden  $h_a: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ 0 \end{pmatrix}$  mit  $\mu \in \mathbb{R}$  und  $a \in \mathbb{R}$ . Weisen Sie nach, dass  $g$  und  $h_a$  für jeden Wert von  $a$  windschief sind.

**BE**

2

3

4.

In einem Behälter befinden sich fünf Kugeln, auf denen jeweils eine Zahl steht. Auf drei der Kugeln steht die Zahl 2, auf zwei der Kugeln die negative Zahl  $a$ . Zweimal nacheinander wird eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt.

- a) Geben Sie im Sachzusammenhang ein Ereignis an, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem Term  $2 \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5}$  berechnet werden kann.
- b) Die Zufallsgröße  $X$  gibt das Produkt der Zahlen an, die auf den beiden entnommenen Kugeln stehen. Der Erwartungswert von  $X$  ist 4. Bestimmen Sie den Wert von  $a$ .

BE

1

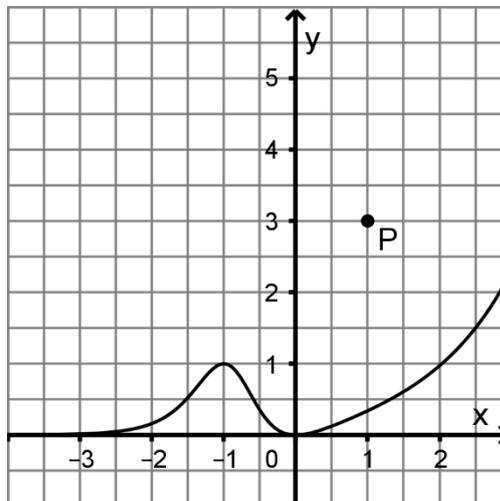
4

*Fortsetzung auf Seite 4*

### Wahlpflichtaufgaben

#### 5.1

Die Abbildung zeigt den Graphen der in  $\mathbb{R}$  definierten Funktion  $f$ , dessen einzige Extrempunkte  $(-1|1)$  und  $(0|0)$  sind, sowie den Punkt  $P$ .



BE

a) Geben Sie die Koordinaten des Tiefpunkts des Graphen der in  $\mathbb{R}$  definierten Funktion  $g$  mit  $g(x) = -f(x - 3)$  an.

2

b) Der Graph einer Stammfunktion von  $f$  verläuft durch  $P$ . Skizzieren Sie diesen Graphen in der Abbildung.

3

#### 5.2

Gegeben sind die Geraden  $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$  und  $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  mit  $r, s \in \mathbb{R}$ .

BE

a) Begründen Sie, dass  $g$  und  $h$  nicht identisch sind.

1

b) Die Gerade  $g$  soll durch Spiegelung an einer Ebene auf die Gerade  $h$  abgebildet werden. Bestimmen Sie eine Gleichung einer geeigneten Ebene und erläutern Sie Ihr Vorgehen.

4

#### 5.3

In einen leeren Behälter werden drei Kugeln gelegt. Dabei wird die Farbe jeder Kugel durch Werfen eines Würfels festgelegt, dessen Seiten mit den Zahlen 1 bis 6 durchnummeriert sind: Wird die „1“ oder die „2“ erzielt, wird eine gelbe Kugel gewählt, sonst eine schwarze.

BE

a) Weisen Sie rechnerisch nach, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich nun mindestens zwei schwarze Kugeln im Behälter befinden,  $\frac{20}{27}$  beträgt.

2

b) Aus dem Behälter werden zwei der drei Kugeln zufällig entnommen. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beide entnommenen Kugeln schwarz sind.

3