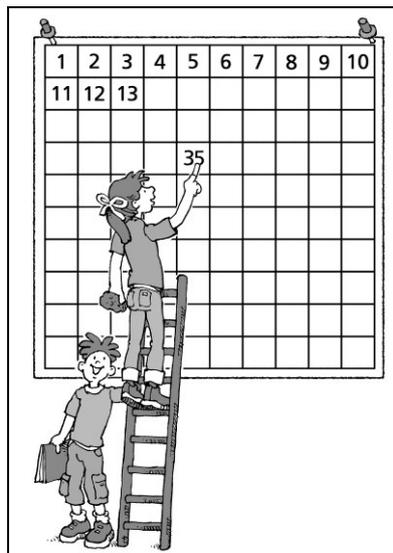


Auswertung der Vergleichsarbeit

im Fach Mathematik

Grundschulen

Schuljahrgang 3, Schuljahr 2014/2015



SACHSEN-ANHALT

Landesinstitut für Schulqualität
und Lehrerbildung (LISA)

Inhaltsverzeichnis

Seite

1	Anlage der Vergleichsarbeit	3
2	Beschreibung der Teilnehmergruppe	4
3	Darstellung der Ergebnisse im Überblick.....	5
3.1	Ergebnisse im Bereich Zahlen und Operationen	5
3.1.1	Zahldarstellungen und Zahlbeziehungen verstehen.....	6
3.1.2	Rechenoperationen verstehen und beherrschen	7
3.1.3	In Kontexten rechnen	8
3.2	Ergebnisse im Bereich Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	9
3.2.1	Daten erfassen und darstellen	10
3.2.2	Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten vergleichen	12
3.3	Ergebnisse beim Problemlösen, Argumentieren, Darstellen und Modellieren	13
3.4	Einschätzungen der Lehrkräfte zu Aufgaben und Anforderungen.....	14
4	Zusammenfassung und Hinweise zur Weiterarbeit	15
5	Anhang.....	18
5.1	Kompetenzstufenmodell.....	18
5.2	Beschreibung der Kompetenzstufen.....	18

1 Anlage der Vergleichsarbeit

Die Vergleichsarbeit Mathematik im Schuljahrgang 3 (VERA 3), die unter Leitung des Instituts zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen (IQB) entwickelt wurde, untersucht bundesweit, inwieweit die Schülerinnen und Schüler die in den Bildungsstandards formulierten Kompetenzen im Fach Mathematik erreicht haben.

Die Vergleichsarbeit unterscheidet sich in der Bearbeitungszeit und der prozentualen Zuordnung der Anforderungsbereiche von den Vorgaben des Leistungsbewertungserlasses für Klassenarbeiten. Sie wird nicht bewertet.

In der Vergleichsarbeit werden, anders als in der zentralen Klassenarbeit, zwei Kompetenzbereiche geprüft. Den Schülerinnen und Schülern stand eine Bearbeitungszeit von 70 Minuten (davon 10 Minuten Einlesezeit und zweimal 30 Minuten Arbeitszeit pro Testheft) zur Verfügung.

Das Testheft besteht aus zwei Testteilen.

Testteil I enthält Aufgaben zum Kompetenzbereich *Zahlen und Operationen* und überprüft folgende Bildungsstandards:

- * Zahldarstellungen und Zahlbeziehungen verstehen,
- * Grundrechenarten und ihre Zusammenhänge verstehen,
- * Rechenfehler finden, erklären und korrigieren,
- * in Kontexten rechnen,
- * Ergebnisse auf Plausibilität überprüfen.

Testteil II enthält Aufgaben zum Kompetenzbereich *Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit* und überprüft folgende Bildungsstandards:

- * Daten erfassen, darstellen und zum Lösen weiterverarbeiten,
- * aus Tabellen und Diagrammen Informationen entnehmen,
- * Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in einfachen Zufallsexperimenten vergleichen und Gewinnchancen einschätzen,
- * Grundbegriffe (sicher, möglich, unmöglich) anwenden.

Der Bereich *Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit* war bereits Gegenstand des Testverfahrens im vergangenen Schuljahr. Durch die Wiederholung dieses Testbereichs kann die Kompetenzentwicklung über einen längeren Zeitraum eingeschätzt werden.

Die inner- und außermathematischen Testaufgaben sind durch verschiedene Aufgabenformate (Multiple-Choice-Verfahren, Kurzantworten, Richtig-Falsch-Antworten, offene Antworten etc.) mit ähnlichen Aufgabeninhalten und unterschiedlichen Kompetenzanforderungen zu einem Kompetenzschwerpunkt, für die häufig nur ein Punkt erteilt wird, gekennzeichnet. Die von erfahrenen Lehrkräften aus verschiedenen Bundesländern entwickelten Aufgaben wurden ein Jahr vor dem Einsatz in einer Stichprobe getestet, normiert und dem fünfstufigen Kompetenzstufenmodell¹ zugeordnet.

Zur Erläuterung der Kompetenzstufen werden im Anhang weitergehende Hinweise zu dem Kompetenzstufenmodell gegeben, welche auf den zu erreichenden Bildungsstandards bis zum Ende des vierten Schuljahrgangs beruhen. Dies ist immer bei der Interpretation der Aufgabenergebnisse zu beachten.

Korrekturanweisungen zu den Aufgaben unterstützen die Lehrkräfte im Besonderen bei der Bewertung halboffener und offener Aufgabenstellungen.

Die Ergebnisse der beteiligten Schulen des Landes Sachsen-Anhalt wurden zentral erfasst und ausgewertet. Der Auswertungsbericht ermöglicht den Schulen neben dem Vergleich der eigenen Ergebnisse mit den Landesergebnissen die interne Analyse mit Schlussfolgerungen für innerschulische fachliche Entwicklungsprozesse. Somit erhalten Lehrkräfte sowie Eltern Informationen über individuelle Kompetenzstände der Schülerinnen und Schüler und können das Lehren und Lernen gezielt darauf ausrichten.

2 Beschreibung der Teilnehmergruppe

Für die Auswertung der Vergleichsarbeit Mathematik des Schuljahres 2014/2015 liegen schulbezogene Ergebnisse aus 514 Grundschulen vor (siehe Tabelle 1).

Teilnehmergruppe	Anzahl	Prozent
Schülerinnen und Schüler (gesamt)	15 088	100,0 %
davon weiblich	7 478	49,6 %
davon männlich	7 610	50,4 %

Tabelle 1: Zusammensetzung der Teilnehmergruppe

¹ Vgl. Kompetenzstufenmodell zu den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4), auf Grundlage des Ländervergleichs 2011 überarbeitete Version in der Fassung vom 11. Februar 2013, <http://www.iqb.hu-berlin.de/bista/ksm> (Stand: 01.07.2015)

3 Darstellung der Ergebnisse im Überblick

3.1 Ergebnisse im Bereich Zahlen und Operationen

In der Vergleichsarbeit 2014/2015 wurde der Bereich *Zahlen und Operationen* mit 15 Aufgaben getestet. Die Aufgaben berücksichtigen alle fünf Kompetenzstufen (vgl. Tabelle 2).

Kompetenzstufen	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	KS 5
Anzahl der Aufgaben	3	5	5	1	1
durchschnittliche landesweite Lösungshäufigkeit	86 %	66 %	56 %	52 %	29 %

Tabelle 2: Anzahl der Teilaufgaben im Bereich *Zahlen und Operationen* geordnet nach Kompetenzstufen mit durchschnittlicher landesweiter Lösungshäufigkeit

Abbildung 1 stellt die Landesergebnisse der getesteten Aufgaben im Bereich *Zahlen und Operationen* sowie die Zuordnung der jeweiligen Kompetenzstufen dar. Die landesweiten Lösungshäufigkeiten streuen von 29 bis 89 Prozent.

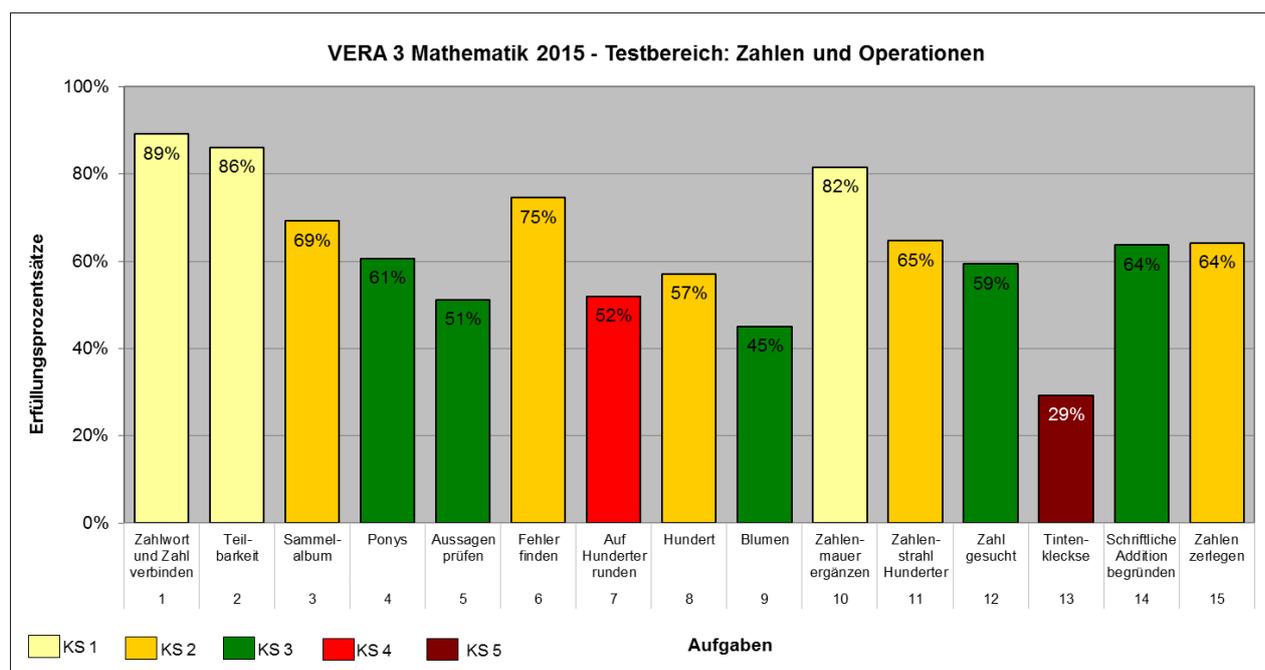


Abbildung 1: Vergleichsarbeit Mathematik, Schuljahrgang 3, Schuljahr 2014/2015, Landesergebnisse im Bereich *Zahlen und Operationen*

Im Bereich *Zahlen und Operationen* wurden in der Vergleichsarbeit Kompetenzen zu ausgewählten Bildungsstandards getestet. Die Aufgaben aus diesem Bereich werden im Folgenden den entsprechenden Bildungsstandards zugeordnet. Die Tabellen mit den chronologisch geordneten Aufgaben weisen die Kompetenzstufen sowie deren durchschnittlich landesweit erreichten Lösungshäufigkeiten aus und enthalten Aussagen zur Auswertung der Aufgaben.

3.1.1 Zahldarstellungen und Zahlbeziehungen verstehen

Bildungsstandard: *Zahlen darstellen und zueinander in Beziehung setzen*

Aufg. Nr.	Aufgabe	KS	Lösungshäufigkeit	
			Land	Schule
1	<ul style="list-style-type: none"> - Zahlwörter, Zahlen lesen und unter Nutzung von Einsichten ins dekadische Positionssystem im Zahlenraum strukturieren * Eine hohe Lösungshäufigkeit verdeutlicht gute Kenntnisse über das Dezimalsystem und eine entsprechende Lesekompetenz. 	1	89 %	
15	<ul style="list-style-type: none"> - Zahlen in ihre Stellenwerte zerlegen und zur Vervollständigung einer Gleichung nutzen * Ursachen für die Lösungshäufigkeit könnten im Zusammenhang mit der Darstellung der Gleichungen oder dem fehlenden Zehner in der Summe 509 stehen. 	2	64 %	

Bildungsstandard: *sich im Zahlenraum bis 1000 orientieren*

Aufg. Nr.	Aufgabe	KS	Lösungshäufigkeit	
			Land	Schule
5	<ul style="list-style-type: none"> - Zahlen im Zahlenraum bis 1000 vergleichen und spezifische Eigenschaften benennen * Schwierigkeiten könnte der Begriff der <i>ungeraden Zahlen</i> bereitet haben. Außerdem ist wieder eine relativ hohe Anzahl an Teilaufgaben erforderlich, um diese Aufgabe erfolgreich zu lösen. 	3	51 %	
7	<ul style="list-style-type: none"> - dreistellige Zahlen runden * Die Lösungshäufigkeit ist für die Aufgabe der Kompetenzstufe 4 zu erwarten. Die fehlende Sicherheit beim Runden auf Hunderter wird deutlich. 	4	52 %	
11	<ul style="list-style-type: none"> - sich im Zahlenraum orientieren und Einsichten ins dekadische Positionssystem nutzen, um Zahlen auf dem Zahlenstrahlausschnitt abzulesen und in die Tabelle zu übertragen * Mögliche Schwierigkeiten sind in der relativ hohen Differenz zwischen Anfangs- und Endpunkt des Ausschnitts, in der Skalierung in Fünzigerschritten oder in der Anzahl der zu erfassenden Werte zu vermuten. 	2	65 %	

3.1.2 Rechenoperationen verstehen und beherrschen

Bildungsstandard: *Grundrechenarten und ihre Zusammenhänge verstehen*

Aufg. Nr.	Aufgabe	KS	Lösungshäufigkeit	
			Land	Schule
10	<ul style="list-style-type: none"> - Aufgabenformat <i>Zahlenmauer</i> durch Grundaufgaben der Addition und deren Umkehrung lösen * Das Aufgabenformat <i>Zahlenmauer</i> ist der Mehrheit der Schülerinnen und Schüler bekannt und kann auch in der Umkehrung sicher gelöst werden. 	1	82%	
13	<ul style="list-style-type: none"> - Term in einer Gleichung zu einer Divisionsaufgabe mit Rest korrekt ergänzen * Die Lösungshäufigkeit für die Divisionsaufgabe mit Rest ist der Kompetenzstufe 5 entsprechend niedrig. Dabei liegt der besondere Anspruch in der Kombination der zwei Unbekannten und der Division mit Rest. 	5	29 %	

Bildungsstandard: *Grundaufgaben auf analoge Aufgaben in größeren Zahlenräumen übertragen*

Aufg. Nr.	Aufgabe	KS	Lösungshäufigkeit	
			Land	Schule
2	<ul style="list-style-type: none"> - Vielfache von 4 kennen * Erwartungsgemäß weist diese Aufgabe eine hohe Lösungshäufigkeit auf. 	1	86 %	
8	<ul style="list-style-type: none"> - operative Zusammenhänge der Multiplikation verstehen und verschiedene Lösungen eines unvollständigen Terms ergänzen * Die Lösungshäufigkeit könnte mit der Anzahl der Teilaufgaben oder den fehlenden Erfahrungen beim Übertragen der Grundaufgaben in den größeren Zahlenraum zusammenhängen. 	2	57 %	
12	<ul style="list-style-type: none"> - im Zahlenraum orientieren und Kenntnisse zu den Vielfachen der 4 anwenden * Mehr als die Hälfte der Kinder konnte das Wissen über die operativen Zusammenhänge der Multiplikation anwenden, um die geforderte korrekte Ergänzung zu finden. Eine Schwierigkeit bestand darin, durch systematisches Vorgehen alle Möglichkeiten zu erfassen und die passende Zahl auszuwählen. 	3	59 %	

Bildungsstandard: *Rechenfehler finden, erklären und korrigieren*

Aufg. Nr.	Aufgabe	KS	Lösungshäufigkeit	
			Land	Schule
6	- Grundaufgaben in den erweiterten Zahlenraum übertragen, den Rechenfehler in vier vorgegebenen Gleichungen mit unterschiedlichen Rechenoperationen aber ähnlichen Zahlenwerten finden und korrigieren	2	75 %	
14	- schriftliches Verfahren der Addition ausführen, Rechenfehler finden und erklären * Etwa zwei Drittel der Kinder kennen den Algorithmus der schriftlichen Addition und konnten den gefundenen Fehler korrekt erklären. Die Lösungshäufigkeit verdeutlicht eine zunehmend stärkere Fokussierung des Unterrichts auf die Entwicklung prozessbezogener Kompetenzen.	3	64 %	

3.1.3 In Kontexten rechnen

Bildungsstandard: *Sachaufgaben lösen*

Aufg. Nr.	Aufgabe	KS	Lösungshäufigkeit	
			Land	Schule
3	- Aufgaben in Sachsituationen erkennen und lösen * Sachaufgaben, die mit bekannten Lösungsalgorithmen bearbeitet werden, bewältigten knapp zwei Drittel der Teilnehmenden. * Die Lösungshäufigkeit sank deutlich, wenn multiplikative Zusammenhänge und mathematische Fachbegriffe in die Bearbeitung einbezogen werden mussten. Falsche Lösungen könnten auch durch ungenaues Lesen des Antwortsatzes entstanden sein.	2	69 %	
9		3	45 %	

Bildungsstandard: *das Ergebnis auf Plausibilität prüfen*

Aufg. Nr.	Aufgabe	KS	Lösungshäufigkeit	
			Land	Schule
4	- Sinnhaftigkeit der mathematischen Lösung und unter Einbeziehung eigener Erfahrungen aus der Lebenswirklichkeit kritisch hinterfragen und in einer Begründung verständlich darstellen * Möglicherweise lag die Schwierigkeit für die Schülerinnen und Schüler darin, die Begründung mathematisch plausibel zu formulieren.	3	61 %	

3.2 Ergebnisse im Bereich Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

In der Vergleichsarbeit 2014/2015 wird der Bereich *Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit* mit 14 Aufgaben getestet. Die Aufgaben berücksichtigen alle fünf Kompetenzstufen (vgl. Tabelle 3).

Kompetenzstufen	KS 1	KS 2	KS 3	KS 4	KS 5
Anzahl der Teilaufgaben (Items)	2	3	4	3	2
durchschnittliche landesweite Lösungshäufigkeit	78 %	73 %	54 %	41 %	26 %

Tabelle 3: Anzahl der Teilaufgaben im Bereich *Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit* geordnet nach Kompetenzstufen mit durchschnittlicher landesweiter Lösungshäufigkeit

Abbildung 2 stellt die Landesergebnisse der getesteten Teilaufgaben im Bereich *Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit* sowie die Zuordnung der jeweiligen Kompetenzstufen zu den Aufgaben dar. Die landesweiten Lösungshäufigkeiten streuen von 21 bis 81 Prozent.

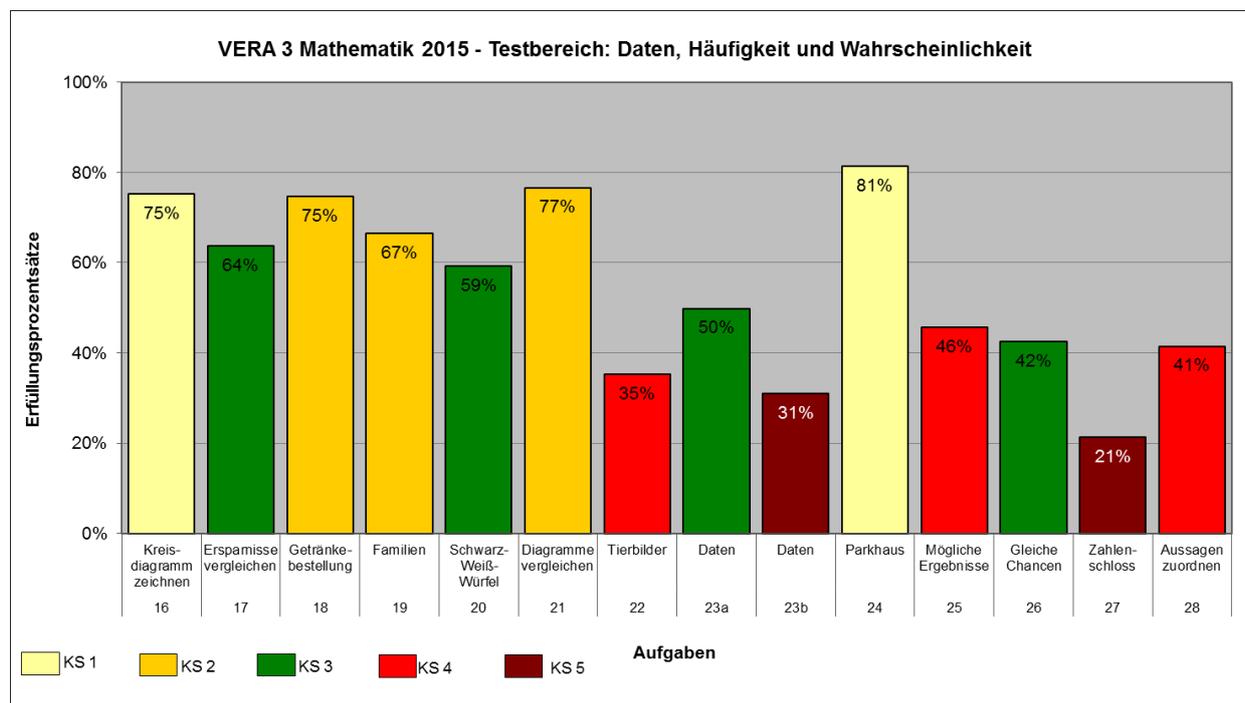


Abbildung 2: Vergleichsarbeit Mathematik, Schuljahrgang 3, Schuljahr 2014/2015, Landesergebnisse im Bereich *Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit*

Im Bereich *Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit* wurden in der Vergleichsarbeit Kompetenzen zu ausgewählten Bildungsstandards getestet. Die Aufgaben aus diesem Bereich werden im Folgenden den entsprechenden Bildungsstandards zugeordnet. Die Tabellen mit den chronologisch geordneten Aufgaben weisen die Kompetenzstufen sowie deren durchschnittlich landesweit erreichten Lösungshäufigkeiten aus und enthalten Aussagen zur Auswertung der Aufgaben.

3.2.1 Daten erfassen und darstellen

Bildungsstandard: *Daten erfassen, darstellen und zum Lösen weiterverarbeiten*

Aufg. Nr.	Aufgabe	KS	Lösungshäufigkeit	
			Land	Schule
16	<ul style="list-style-type: none"> - Daten aus einer Tabelle entnehmen und den verschieden großen Segmenten eines Kreisdiagramms zuordnen * Die Lösungshäufigkeit zeigt, dass noch nicht alle Kinder mit der Darstellung von Daten in einem Kreisdiagramm hinreichend vertraut waren. 	1	75 %	
22	<ul style="list-style-type: none"> - einfache kombinatorische Aufgaben durch systematisches Vorgehen lösen * Das Erkennen der Möglichkeiten, die ein gedankliches und strukturiertes Umordnen der Bilder verlangten, scheint für zwei Drittel der Kinder problematisch zu sein. Hier bietet sich ein wichtiger Ansatz für den Unterricht, alternative Lösungsstrategien zu erproben. 	4	35 %	
24	<ul style="list-style-type: none"> - Daten aus einer Tabelle entnehmen und als Streifen in einem Diagramm darstellen * Fehler hängen wahrscheinlich mit der Anzahl der Lösungen und dem Erkennen der Werte, die zwischen der Skalierung liegen, zusammen. 	1	81 %	
27	<ul style="list-style-type: none"> - kombinatorische Aufgabe (Zahlenschloss) unter Berücksichtigung vorgegebener Parameter durch systematisches Vorgehen lösen * Die Komplexität der Aufgabe (Kompetenzstufe 5) ergibt sich aus den erhöhten Anforderungen an die Lesekompetenz und der vollständigen Beachtung mehrerer Bedingungen des kombinatorischen Sachverhaltes. Daher war eine niedrigere Lösungshäufigkeit zu erwarten. 	5	21 %	

Bildungsstandard: aus Tabellen und Diagrammen Informationen entnehmen

Aufg. Nr.	Aufgabe	KS	Lösungshäufigkeit	
			Land	Schule
17	<ul style="list-style-type: none"> - Daten aus zwei Streifendiagrammen mit unterschiedlicher Skalierung entnehmen, miteinander vergleichen und Aussagen auf Wahrheitsgehalt prüfen * Die unterschiedliche Lage der Streifen und Skalierungen könnte die Ursache für Fehler sein. 	3	64 %	
18	<ul style="list-style-type: none"> - relevante Daten unter Beachtung der ungeraden Werte zwischen den Teilstrichen aus dem Diagramm entnehmen und in die Tabelle übertragen * Zwei Drittel der Kinder waren in Lage, die entsprechenden Werte abzulesen und in die andere Darstellungsform zu übertragen. 	2	75 %	
19	<ul style="list-style-type: none"> - erforderliche Daten aus dem Diagramm entnehmen und zur Lösung der Teilaufgaben verwenden * Die Formulierung der dritten Aussage stellte für die Schülerinnen und Schüler eine besondere Herausforderung dar, da einerseits die Kombination der Begriffe „genau“ und „mindestens“ zu beachten war und andererseits zwei Streifen im Diagramm lösungsrelevant waren. 	2	67 %	
21	<ul style="list-style-type: none"> - Daten aus Streifendiagramm entnehmen und mit den Daten aus der Tabelle vergleichen * Durch die Skalierung in Fünferschritten mussten die Zwischenwerte in Beziehung gesetzt werden, um den falschen Wert eindeutig zu ermitteln. 	2	77 %	
23a	<ul style="list-style-type: none"> - Informationen aus dem Text und aus der Übersicht entnehmen und mit ihnen rechnen * Das Problem beim Lösen dieser Aufgabe könnte die Erfassung des Sachzusammenhangs zwischen der Aussage des Textes und der Information auf der Übersicht gewesen sein. 	3	50%	
23b	<ul style="list-style-type: none"> * Die Kinder mussten den richtigen Wert aus der Übersicht entnehmen, ihn runden und in Beziehung zur Fahrzeit für je 100 km setzen. 	5	31 %	

3.2.2 Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten vergleichen

Bildungsstandard: *Grundbegriffe „sicher“, „möglich“ und „unmöglich“ anwenden*

Aufg. Nr.	Aufgabe	KS	Lösungshäufigkeit	
			Land	Schule
25	<ul style="list-style-type: none"> - Begriffe „möglich“, „unmöglich“ verstehen und im Zusammenhang mit den Aussagen aus der Tabelle, dem Text zur Darstellung und der Darstellung (Ziffernkarten von 1 bis 6) anwenden * Mögliche Fehler können im Zusammenhang mit der Anzahl der zu prüfenden Aussagen stehen. Trotz der Komplexität der Aufgabe gelang es fast der Hälfte der Schülerinnen und Schüler, diese richtig zu lösen. 	4	46 %	
28	<ul style="list-style-type: none"> - Begriffe „sicher“, „möglich“ und „unmöglich“ verstehen und im Zusammenhang mit den Aussagen aus der Tabelle und dem Text anwenden * Die Anzahl der zu prüfenden Aussagen im Zusammenhang mit je drei Antwortmöglichkeiten stellte den Anspruch der Aufgabe dar. 	4	41 %	

Bildungsstandard: *Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten einschätzen*

Aufg. Nr.	Aufgabe	KS	Lösungshäufigkeit	
			Land	Schule
20	<ul style="list-style-type: none"> - Gewinnchancen beim Würfeln durch den Vergleich der Anzahlen der Gewinnfelder auf Würfelnetzen abschätzen und begründen * Die Herausforderung war die sprachliche Darstellung der Begründung. Im Unterricht sollten weiterhin Anlässe zum schriftlichen Argumentieren geschaffen werden. 	3	59 %	
26	<ul style="list-style-type: none"> - Gewinnchancen in unterschiedlichen Zufallsexperimenten (Münze werfen, Kugel ziehen, Spielwürfel werfen) ermitteln * Eine gut entwickelte Lesekompetenz sowie die Ermittlung der Gewinnchancen bei drei unterschiedlichen Zufallsexperimenten waren die Voraussetzung zur Bewältigung dieser Aufgabe. Ein Drittel der Schülerinnen und Schüler kreuzte alle drei Gewinnchancen richtig an. 	3	42 %	

3.3 Ergebnisse beim Problemlösen, Modellieren, Darstellen, Kommunizieren und Argumentieren

Bei fast allen Aufgaben dieser Vergleichsarbeit wurde die enge Verbindung zwischen der Entwicklung inhaltsbezogener und der Herausbildung prozessbezogener Kompetenzen deutlich. Die Schülerinnen und Schüler setzten sich mit inner- und außermathematischen Anforderungssituationen auseinander und sollten dabei ihre Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten zur Lösungsfindung bewusst abrufen und anwenden.

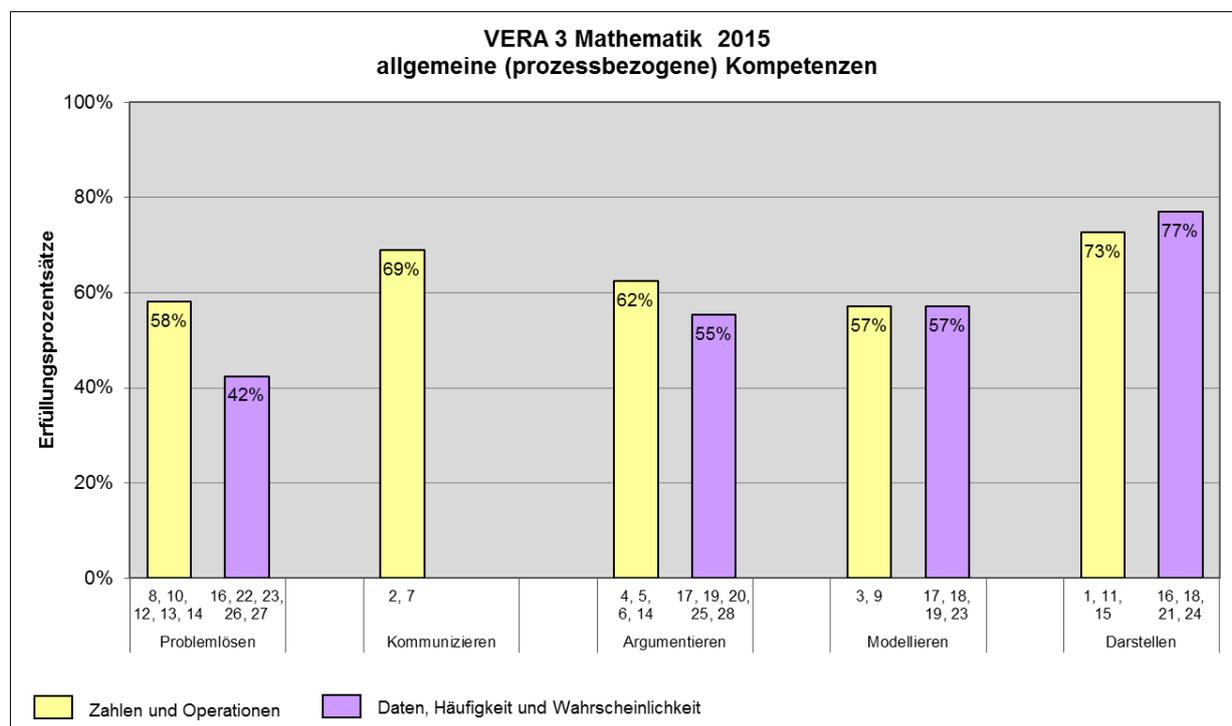


Abbildung 3: Vergleichsarbeit Mathematik, Schuljahrgang 3, Schuljahr 2014/2015, Landesergebnisse prozessbezogener Kompetenzen

Bei den Schülerinnen und Schülern sind Unterschiede im Entwicklungsstand der prozessbezogenen Kompetenzen festzustellen. Die höchsten Erfüllungsprozentsätze wiesen beide Bereiche beim **Darstellen** aus. Etwa drei Viertel aller Kinder konnten bei diesen Aufgaben die richtige Lösung in unterschiedlichen Formen darstellen, ihre inhaltsbezogenen Kompetenzen anwenden sowie in unterschiedlichen Zusammenhängen gebrauchen.

Beim **Kommunizieren und Argumentieren** stieg die Erfüllungsrate auf durchschnittlich 62 Prozent. Im vergangenen Jahr lag sie bei durchschnittlich 45 Prozent. Selbst Aufgaben mit schriftlichen Begründungen liegen in diesem Erfüllungsprozentsatz. Es gelingt den Kindern zunehmend sicherer, mathematische Begründungen zu formulieren und schriftlich darzustellen.

Die Aufgaben zum **Problemlösen** im Bereich *Zahlen und Operationen* wurden mit einer Lösungshäufigkeit von 58 Prozent richtig gelöst. Dieses Ergebnis ist höher als im Bereich *Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit* (42 Prozent). Die höchste prozentuale Erfüllung weist Aufgabe 10 auf, die niedrigste Aufgabe 13. Die niedrigste Erfüllung im Bereich *Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit* hat Aufgabe 27 (21 Prozent). Hier ist deutlich sichtbar, dass die Lesekompetenz der Schülerinnen und Schüler von herausragender Wichtigkeit im Mathematikunterricht ist.

Die Aufgaben zum **Modellieren**, in denen interessante Sachverhalte aus der Lebenswirklichkeit in die Sprache der Mathematik zu übersetzen waren, weisen eine Lösungshäufigkeit von 57 Prozent auf.

Einige Aufgaben überprüften gleichzeitig die **Entwicklung von zwei prozessbezogenen Kompetenzen**. Dazu gehört beispielsweise die Aufgabe 23 (Modellieren und Problemlösen). Nur wenigen Schülerinnen und Schülern gelang es, die komplexe Struktur zu erfassen und durch eine gut entwickelte Lesekompetenz die korrekte Lösung zu finden. Die Aufgaben 17 und 19 testen die prozessbezogenen Kompetenzen Modellieren und Argumentieren. Annähernd zwei Drittel der Teilnehmenden waren in der Lage, in diesen beiden Aufgaben ihr Grundwissen anzuwenden und in neuen Zusammenhängen sinnvoll zu verknüpfen.

3.4 Einschätzungen der Lehrkräfte zu Aufgaben und Anforderungen

Ein Drittel der Schulen nutzten die Möglichkeit des Feedbacks zur Vergleichsarbeit. Dabei äußerten sich die Lehrkräfte zu strukturellen, inhaltlichen und organisatorischen Sachverhalten. Die Arbeit wurde als „lehrplangerecht, ausgewogen, kindgerecht und im Anspruchsniveau angemessen“ eingeschätzt. Die Aufgaben waren „zum Teil herausfordernd, aber erfüllbar“.

Zahlreiche kritische Anmerkungen beinhalteten, dass vergleichsweise viele Aufgaben drei bis vier korrekte Lösungen forderten, aber nur mit einem Punkt bewertet wurden. Dadurch konnte das tatsächliche Leistungsvermögen der Schülerinnen und Schüler nicht detailliert erfasst werden. Wie alle vorangegangenen VERA-Arbeiten und Korrekturanweisungen wurden auch diese unter Leitung des Instituts zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen entwickelt und dienen nicht der Benotung (anders als die zentrale Klassenarbeit am Ende des 4. Schuljahrganges). Es liegt in der Verantwortung der Lehrkraft, anhand der individuellen Lösungen der Schülerinnen und Schüler (insbesondere auch bei mehrteiligen Aufgaben) deren Kompetenzstand auszuwerten und für eine lernförderliche Rückmeldung zu nutzen. Besonders mit Blick auf einen inklusiven Unterricht sollte mit den Ergebnissen sensibel umgegangen und diese als Ausgangspunkt für die individuelle Förderung der Kinder genutzt werden.

Wiederholt wurde die Beschränkung auf zwei Testbereiche sowie das Fehlen geometrischer Aufgaben und Aufgaben zu den Größen von Lehrkräften kritisiert. Dazu möchten wir wiederholt anmerken, dass das Anliegen der Vergleichsarbeit nicht die Evaluation des gesamten Kompetenzstandes der Schülerinnen und Schüler ist, sondern eine Analyse, wie weit ausgewählte Kompetenzbereiche der Bildungsstandards von den Schülerinnen und Schülern zum Testzeitpunkt beherrscht werden.

Ein Teil der Lehrkräfte merkte an, dass verschiedene Inhalte noch nicht Gegenstand des Unterrichts waren, da sie im schulinternen Lehrplan erst zu einem späteren Zeitpunkt verankert sind. In diesem Zusammenhang wäre eine schulinterne Evaluierung der Planungsmaterialien sinnvoll, um eine ausgewogene Verteilung aller Inhaltsbereiche des Lehrplans in jedem Schuljahrgang zu sichern.

4 Zusammenfassung und Hinweise zur Weiterarbeit

Im Schuljahr 2014/2015 lag die durchschnittliche Lösungshäufigkeit aller Aufgaben der Vergleichsarbeit Mathematik im Schuljahrgang 3 bei 59 Prozent. Damit war sie etwa 4 Prozentpunkte unter dem Durchschnitt des Vorjahres.

In Abbildung 4 erfolgt die zusammenfassende Darstellung der Landesergebnisse entsprechend der Teilkompetenzen der KMK-Bildungsstandards geordnet nach Lösungshäufigkeiten.

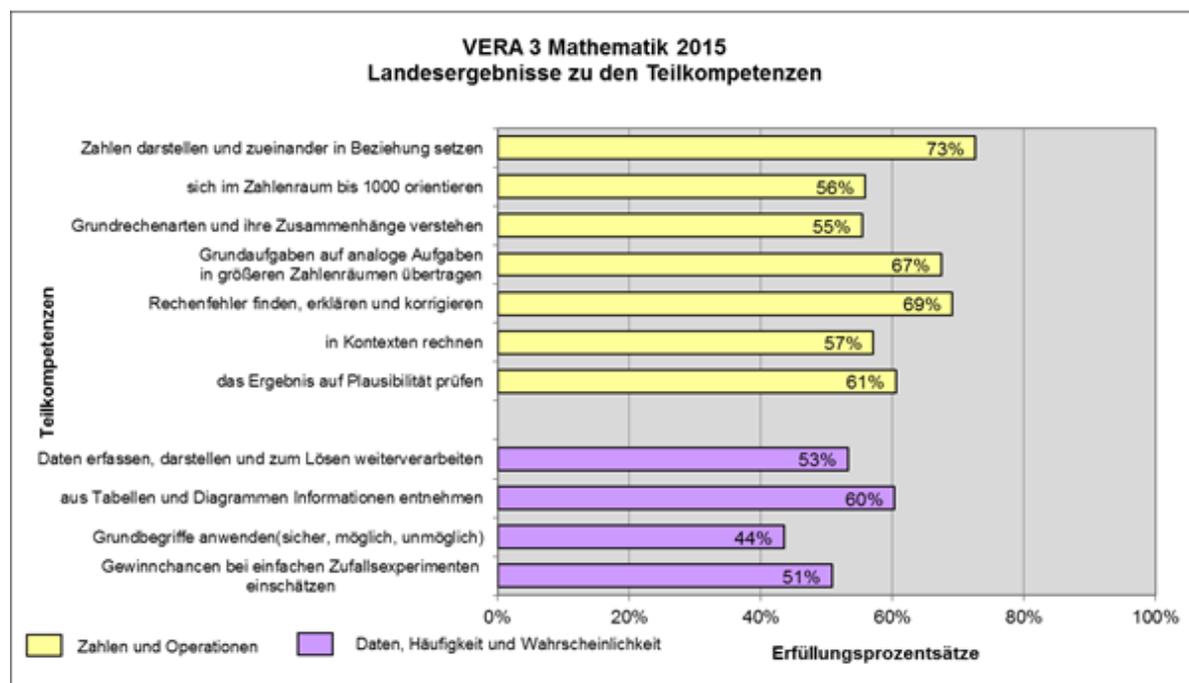


Abbildung 4: Vergleichsarbeit Mathematik, Schuljahrgang 3, Schuljahr 2014/2015, Landesergebnisse zu den Teilkompetenzen geordnet nach durchschnittlicher Lösungshäufigkeit

Im Bereich **Zahlen und Operationen** lag die durchschnittliche prozentuale Erfüllung der getesteten Teilkompetenzen bei 63 Prozent. Sie liegt damit über der des Bereichs **Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit** (55 Prozent).

Der Bereich **Zahlen und Operationen** war letztmalig im Schuljahr 2010/2011 Gegenstand der Vergleichsarbeit. Die durchschnittliche Lösungshäufigkeit lag damals bei 57 Prozent.

In der Teilkompetenz *Zahlen darstellen und zueinander in Beziehung setzen* erreichten die Drittklässler 2010/2011 eine Lösungshäufigkeit von 89 Prozent. Hier ist ein deutlicher Abfall zu erkennen. Dagegen stieg die Lösungshäufigkeit in der Teilkompetenz *in Kontexten rechnen* von 41 Prozent auf 57 Prozent. Zu vermuten wäre, dass Teilkompetenzen, die geringe Lösungshäufigkeiten erreichten, stärker im Unterricht thematisiert wurden.

Auffällig war im Schuljahr 2014/2015 außerdem, dass die Aufgaben zu den Teilkompetenzen *Zahlen darstellen und zueinander in Beziehung setzen*, *Grundaufgaben auf analoge Aufgaben in größeren Zahlenräumen übertragen* und *Rechenfehler finden, erklären und korrigieren* deutlich höhere Lösungshäufigkeiten erreichten als die Aufgaben zu anderen Teilkompetenzen. Nur knapp über die Hälfte der Schülerinnen und Schüler konnte sich *im Zahlenraum bis 1000 orientieren* und die *Grundrechenarten und ihre Zusammenhänge verstehen*. Eine mögliche Ursache liegt in der Schwierigkeit der Aufgaben. So fanden sich die Aufgaben der Kompetenzstufen 3, 4 und 5 vor allem in den Bereichen mit niedrigeren Erfüllungsprozentsätzen.

Sieht man sich die Zuordnung zu den *prozessbezogenen Kompetenzen* an, fällt in Übereinstimmung mit den dargelegten Ergebnissen auf, dass die geringsten Lösungshäufigkeiten bei Aufgaben zum **Problemlösen** (58 Prozent) und **Modellieren** (57 Prozent) erreicht wurden, also bei Aufgaben der höheren Kompetenzstufen. Obwohl die Bedeutung des Problemlösens in der Fachdidaktik unbestritten ist, wird dieser Bereich offensichtlich im Unterricht noch vernachlässigt. Hier sollte der Mathematikunterricht genutzt werden um (heuristische) Strategien, Hilfsmittel und Prinzipien zu thematisieren, zu fördern und für die Schülerinnen und Schüler *flexibel* anwendbar zu machen.

Die durchschnittliche Lösungshäufigkeit im Bereich **Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit** lag im Schuljahr 2014/2015 bei 55 Prozent. Damit lag sie niedriger als im Vorjahr (67 Prozent).

Während im Vorjahr Aufgaben des Bildungsstandards *Daten erfassen und darstellen* die höchsten Lösungshäufigkeiten erreichten (79 Prozent), konnten in diesem Jahr nur noch knapp über die Hälfte der Schülerinnen und Schüler (53 Prozent) die richtigen Lösungen finden. Auch in der Teilkompetenz *Gewinnchancen bei einfachen Zufallsexperimenten einschätzen* sank die Lösungshäufigkeit im Schuljahr 2014/15 von ehemals 59 Prozent auf 51 Prozent.

Es sollte weiterhin Wert auf Kontinuität und einen langfristigen Kompetenzerwerb gelegt werden, wie er durch den kumulativen Aufbau des Lehrplans vorgesehen ist.

Die bereits im Bereich **Zahlen und Operationen** angedeuteten Defizite bei Aufgaben, die Problemlösen verlangten, bestätigten sich auch im Bereich **Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit**. Mit einer Lösungshäufigkeit von 42 Prozent schnitten die Schülerinnen und Schüler beim **Problemlösen** am schlechtesten ab. Auch hier ist es weiterhin unabdingbar, im Unterricht Erfahrungen mit solchen Aufgaben zu ermöglichen, da sich nur in der aktiven Auseinandersetzung mit diesen und der dazu nötigen Vermittlung der entsprechenden Werkzeuge eine nachhaltige Kompetenzentwicklung vollzieht.

Es lässt sich feststellen, dass es im Mathematikunterricht der Grundschule nach wie vor besser gelingen muss, die inhaltsbezogenen und die prozessbezogenen Kompetenzen kontinuierlich, im Zusammenhang und in ausgewogenem Verhältnis zu entwickeln. Dabei gibt der Aufbau des kompetenzorientierten Lehrplanes eine Orientierung für die langfristige und nachhaltige Implementierung der einzelnen Kompetenzbereiche.

5 Anhang

5.1 Kompetenzstufenmodell

Für das Fach Mathematik in der Primarstufe liegt ein Kompetenzstufenmodell² vor, das fünf hierarchisch angeordnete Kompetenzstufen umfasst. Die Kompetenzstufen beginnen bei der Beschreibung von mathematischen Basiskompetenzen und gehen bis zur Identifizierung eines elaborierten und souveränen Umgangs mit Mathematik in der Primarstufe (vgl. Reiss & Winkelmann 2008, 2009). Das Modell ist übergreifend und umfasst alle in den Bildungsstandards ausgewiesenen mathematischen Leitideen. Es ermöglicht daher auf breiter Basis die Interpretation der mathematischen Kompetenz von Schülerinnen und Schülern am Ende der vierten Jahrgangsstufe.

5.2 Beschreibung der Kompetenzstufen

Im Folgenden werden die Stufen des globalen Modells kurz beschrieben.

Kompetenzstufe I: technische Grundlagen (Routineprozeduren auf Grundlage einfachen begrifflichen Wissens)

Schülerinnen und Schülern auf Kompetenzstufe I sind einfache mathematische Begriffe und Prozeduren bekannt und sie können diese in einem innermathematischen Kontext beziehungsweise in einem aus dem Alltag vertrauten oder gut geübten Kontext korrekt reproduzieren. Im Einzelnen werden die Grundaufgaben des kleinen Einspluseins und Einmaleins beherrscht und bei mündlichen, halbschriftlichen und schriftlichen Rechenverfahren genutzt, wenn die Aufgabenstellungen keine besonderen Schwierigkeiten aufweisen. Darüber hinaus werden sie auch in sehr einfachen Sachsituationen korrekt angewendet. Außerdem können Zahlen in Bezug auf ihre Größe verglichen und Zahldarstellungen in Stellentafeln insbesondere im Tausenderraum sicher gelesen werden. Grundlegende Begriffe der ebenen Geometrie (z. B. Kreis, Quadrat, Dreieck) werden bei prototypischen Darstellungen richtig verwendet. Sehr einfache Folgen und Muster können fortgesetzt werden. Gängige Größeneinheiten (z. B. m, km, kg) können gut vertrauten Repräsentanten zugeordnet werden. Auch einfache Größenvergleiche werden geleistet. Einfachen, klar strukturierten Diagrammen, Schaubildern und Tabellen mit Bezug zur Lebenswirklichkeit können unmittelbar ersichtliche Daten entnommen werden. Umgekehrt können einfache Informationen in eine Tabelle eingetragen werden. Es gelingt, sehr einfache und sehr anschauliche Zufallsexperimente in Bezug auf Gewinnchancen zu vergleichen.

² Haag, Nicole/ Pant, Hans Anand: Vergleichsarbeiten 2014, 3. Jahrgangsstufe Mathematik, Technischer Bericht. Institut zur Qualitätsentwicklung im Bildungswesen an der Humboldt-Universität zu Berlin

**Kompetenzstufe II: einfache Anwendungen von Grundlagenwissen
(Routineprozeduren in einem klar strukturierten Kontext)**

Schülerinnen und Schüler mit Mathematikkompetenzen auf der Kompetenzstufe II können Grundlagenwissen in einfachen, klar strukturierten und bekannten Anwendungen nutzen. So werden Aufgaben zur Addition, Subtraktion und Multiplikation halbschriftlich und schriftlich durchgeführt, wobei auch Überschlagsrechnungen geleistet und Größenordnungen von Ergebnissen korrekt erkannt werden. Außerdem wird die Struktur des Dezimalsystems genutzt, Gesetzmäßigkeiten werden erkannt und bei der Fortsetzung einfacher Zahlenfolgen, beim strukturierten Zählen und systematischen Probieren berücksichtigt. Grundbegriffe der räumlichen Geometrie (z. B. Würfel) werden korrekt verwendet, wenn diese einen Bezug zum Alltag haben. Einfache räumliche Gebilde werden in ihren strukturellen Eigenschaften gesehen und räumliche Beziehungen zur Lösung einfacher Probleme genutzt. Dabei werden einfache Lagebeziehungen auch dann korrekt erkannt, wenn hierfür die Perspektive einer anderen Person einzunehmen ist. Auch komplexere geometrische Muster und Zahlenreihen werden in ihrer Struktur erkannt und fortgesetzt. Es können einfache Sachaufgaben gelöst werden. Aus dem Alltag vertraute proportionale Zuordnungen werden erkannt und angewendet. Bei einfachem Zahlenmaterial wird das Umwandeln von Größen in gegebene Einheiten auch bei gemischten Größenangaben beziehungsweise einfachen Kommazahlen durchgeführt. Klar strukturierten, auch umfangreicheren Diagrammen, Schaubildern und Tabellen können unterschiedliche Daten entnommen werden. Diese müssen aber in der Regel noch explizit gegeben sein. Umgekehrt können einfache Daten nach gewissen Vorgaben dort auch eingetragen werden. Wesentliche Grundbegriffe aus dem Umfeld von Zufall und Wahrscheinlichkeit wie „sicher“, „unmöglich“ und „wahrscheinlich“ werden korrekt verwendet. Einfache Zufallsexperimente können in Bezug auf Gewinnchancen eingeschätzt werden.

Kompetenzstufe III: Erkennen und Nutzen von Zusammenhängen in einem vertrauten (mathematischen und sachbezogenen) Kontext

Schülerinnen und Schüler, die Kompetenzstufe III erreichen, können das erlernte Wissen flexibel in unterschiedlichen Problemstellungen innerhalb eines vertrauten Kontextes nutzen. Insbesondere wird mit Zahlen und Operationen im curricularen Umfang sicher umgegangen und Überschlagsrechnungen werden auch bei großen Zahlen sicher durchgeführt. Strukturelle Aspekte werden zumindest bei gut geübten Inhalten gesehen und können kommuniziert werden. Dies gilt auch für Inhalte der Geometrie, wobei etwa zwischen verschiedenen Darstellungsformen einer Figur vermittelt werden kann. Beispielsweise werden beim Umgang mit Netzen ebene und räumliche Informationen aufeinander bezogen. Weiterhin sind Grundlagen geometrischer Abbildungen verfügbar, sodass insbesondere einfache Achsenspiegelungen durchgeführt werden können. Zahlenfolgen, die nach komplexeren Regeln aufgebaut sind, können fortgesetzt und fehlerhafte Zahlen in überschaubaren Zahlenfolgen gegebenenfalls identifiziert werden. Einfache Sachsituationen werden modelliert und die damit verbundenen Problemstellungen gelöst. Proportionale Zuordnungen werden sicher genutzt. Der Umgang mit Größen ist flexibel und berücksichtigt – etwa bei Uhrzeiten – spezielle Eigenschaften der Größenbereiche. Hierbei wird auch die Kommaschreibweise korrekt verwendet. Darüber hinaus können in Größenbereichen den gängigen Einheiten geeignete Repräsentanten zugeordnet werden. Daten und Informationen können in bekanntem Kontext flexibel dargestellt werden. Dabei gelingt auch der Umgang mit großen Zahlen. Diagrammen können Informationen entnommen werden, die nicht direkt ablesbar sind, sondern erschlossen oder berechnet werden müssen. Der Informationsgehalt einfacher Diagramme kann explizit beurteilt werden. Bei nicht allzu komplexen Zufallsexperimenten werden Gewinnchancen korrekt eingeschätzt und begründet.

Kompetenzstufe IV: sicheres und flexibles Anwenden von begrifflichem Wissen und Prozeduren im curricularen Umfang

Schülerinnen und Schüler auf Kompetenzstufe IV wenden auch in einem wenig vertrauten Kontext mathematisches Wissen sicher an. Sie beschreiben eigene Vorgehensweisen korrekt, verstehen und reflektieren die Lösungswege anderer Kinder und beherrschen das Rechnen im curricularen Umfang in allen Varianten sicher. Zahldarstellungen in Stellenwerttafeln können auch bei sehr großen Zahlen (also im Zahlenraum bis zu einer Million) nach Vorschrift selbstständig manipuliert und systematisch verändert werden. Begriffe der ebenen und räumlichen Geometrie werden flexibel verwendet und geometrische Aussagen können hinterfragt und diskutiert werden. Auch bei komplexen Zahlenmustern wird die dahinterliegende Regel

erkannt und das Muster korrekt fortgesetzt. Das Rechnen mit Größen ist sicher und flexibel und umfasst insbesondere auch Näherungs- und Überschlagsrechnungen. Modellierungsaufgaben werden selbst dann gelöst, wenn sie nicht unmittelbar auf einfachen Alltagserfahrungen basieren. Informationen aus unterschiedlichen Quellen können in einen Zusammenhang gestellt und in Modellierungsaufgaben selbstständig verwendet und manipuliert werden. Komplexere Zufallsexperimente werden angemessen beurteilt, mögliche Ergebnisse werden korrekt bestimmt.

Kompetenzstufe V: Modellierung komplexer Probleme unter selbstständiger Entwicklung geeigneter Strategien

Schülerinnen und Schüler auf der höchsten Kompetenzstufe bearbeiten mathematische Problemstellungen in allen Inhaltsbereichen auch in einem unbekanntem Kontext angemessen, sicher und flexibel. Dabei werden auf hohem Niveau geeignete Strategien angewendet, sinnvolle Bewertungen abgegeben oder Verallgemeinerungen geleistet. Umfangreiches curricular verankertes Wissen wird auch in ungewohnten Situationen flexibel genutzt. Das Vorgehen kann nachvollziehbar kommuniziert und begründet werden. Mathematische Argumentationen werden angemessen bewertet. Komplexe Sachsituationen werden modelliert und bearbeitet, selbst wenn besondere Schwierigkeiten wie die Verwendung von Tabellen, der Umgang mit zusammengesetzten Größen oder das Rechnen mit Zahlen in Kommaschreibweise auftreten. Es können auch ungewohnte funktionale Zusammenhänge analysiert und genutzt werden. Die Lösung von Aufgaben gelingt auch dann, wenn sie ein hohes Maß an räumlichem Denken oder entsprechenden analytischen Fähigkeiten voraussetzt. Der Umgang mit Daten ist genauso wie die mathematische Aufbereitung von Zufallsexperimenten durch selbstständiges Arbeiten geprägt.