BASISWISSEN PLANIMETRIE

BLK-MODELLVERSUCHS PROGRAMM
Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts

SINUS
in Sachsen-Anhalt

„Sicherung von Basiswissen – Verständnisvolles Lernen auf unterschiedlichen Niveaus“

Modul 4

SACHSEN ANHALT

Landesinstitut für Lehrerfortbildung,
Lehrerweiterbildung und Unterrichtsforschung

BASISWISSEN
PLANIMETRIE

„Sicherung von Basiswissen – Verständnisvolles Lernen auf unterschiedlichen Niveaus“

Modul 4

Das BLK-Modellversuchs-Programm „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“ (SINUS) wird durch das Bundesministerium für Bildung und Forschung (BMBF) und durch die Kultusminister der Länder gemeinsam gefördert.
Förderkennzeichen: A 6674

Der Modellversuch hat eine Laufzeit vom 01.04.1998 bis 31.03.2003

Herausgeber:	Sachsen-Anhalt Landesinstitut für Lehrerfortbildung, Lehrerweiterbildung und Unterrichtsforschung von Sachsen-Anhalt Kleine Steinstraße 7 06108 Halle (Saale)	
Projektleiter:	Lichtenberg, Willi	LISA Halle (bis 31.01.2000)
	Dr. Pruzina, Manfred	LISA Halle (ab 06.08.2001)
Redaktion:	Dr. Pruzina, Manfred	LISA Halle
Layout:	Schoebbel, Christiane	
Arbeitsgruppe:	Eckhardt, Margit	G.-Cantor-Gymnasium Halle
	Grosch, Rolf	IGS „W. Brandt” Magdeburg
	Grünewald, Marlies	Sekundarschule „Adam Ries“ Halle
	Hoffmann, Uwe	Francisceum Zerbst
	Lange, Udo	Sekundarschule „J. W. v. Goethe“ Stendal
	Pralow, Steffi	IGS „W. Brandt” Magdeburg
	Dr. Pruzina, Manfred	LISA Halle
	Rafler, Cornelia	Christian-Wolff-Gymnasium Halle
	Schulze, Martina	Sekundarschule „Adam Ries“ Halle
Druck:	RUPA-DRUCK DESSAU	

LISA HALLE 2002 – 1. Auflage – 900 Exemplare

VORWORT

Der Modellversuch „Steigerung der Effizienz des mathematisch – naturwissenschaftlichen Unterrichts“ (SINUS) wurde von der Bund-Länder-Kommission für Bildungsplanung und Forschungsförderung (BLK) als eine Reaktion auf die 1997 veröffentlichten TIMSS-Ergebnisse aufgelegt.

Das Land Sachsen – Anhalt beteiligte sich mit einem Schulset (6 Schulen) daran, und zwar mit zwei Sekundarschulen, drei Gymnasien und einer Integrierten Gesamtschule.

Die Projektleitung wurde im Auftrage des Kultusministeriums von Mitarbeitern des Landesinstitut für Lehrerfortbildung, Lehrerweiterbildung und Unterrichtsforschung von Sachsen-Anhalt (LISA) wahrgenommen.

In einer überschulischen Arbeitsgruppe entwickelten Lehrkräfte der Modellversuchsschulen Ideen, Konzepte und Materialien für die Unterrichtspraxis, um die Qualität des mathematisch – naturwissenschaftlichen Unterrichts zu verbessern. Diese wurden im Unterricht der Modellversuchsschulen erprobt, überarbeitet und zugehörige methodisch – didaktische Erfahrungen bilanziert.

Bei der Zusammenstellung der entwickelten Materialien, Ergebnisse und Erfahrungen in den vorliegenden Heften wurde großer Wert darauf gelegt, ausreichend Informationen für die Nachnutzung anzubieten.

Auf die Frage, welches die wichtigste Erfahrung der „SINUS-Lehrkräfte“ im Modellversuch ist, ergab sich in der Endphase des Modellversuches folgende Antwort:

„Die Arbeit im Modellversuch forderte und förderte die konkrete und ergebnisorientierte **Kommunikation und Kooperation der Lehrkräfte** verschiedener Schulen. Das Erproben der entwickelten Konzepte auf der Ebene der Schulen stimulierte wiederum das Auseinandersetzen mit inhaltlichen und methodischen Konzepten innerhalb der Schule.“

Die auf die praktische Unterrichtsarbeit zielende Kommunikation einschließlich verbindlicher Absprachen wird als wesentliche Bereicherung empfunden.

Dies ist sicher nicht neu, doch diese alte Erfahrung im schulischen Alltag umzusetzen, sie zu praktizieren, das ist immer wieder eine neue Herausforderung.

In diesem Sinne wünschen sich die Autorinnen und Autoren , das das vorliegende Heft Anlass für Diskussionen in der Fachschaft ist und auf diesem Wege einen Beitrag zur Steigerung der Effizienz des Unterrichts leistet.

Dr. Siegfried Eisenmann
Präsident

Das Programm SINUS

Das BLK-Programm SINUS („Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts") hat zum Ziel, durch Förderung einer schulinternen und schulübergreifenden Kooperation und Zusammenarbeit von Lehrkräften und Mitarbeitern von Bildungseinrichtungen des Bundes und der jeweiligen Länder die Effizienz des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts zu verbessern. Bundesweit beteiligen sich 180 Schulen, die in regionale Schulsets gebündelt sind.
Das Programm wird jeweils zur Hälfte aus Mitteln des Bundes und des Landes Sachsen-Anhalt finanziert.

Für das gesamte Programm auf Bundesebene ist das Institut für die Praxis der Naturwissenschaften Kiel (http://www.ipn.uni-kiel.de/projekte/blk_prog/blkstefr.htm)
in Zusammenarbeit mit dem Staatsinstitut für Schulpädagogik und Bildungsforschung München (http://www.isb.bayern.de/) und dem Lehrstuhl für Mathematik und ihre Didaktik der Universität Bayreuth (http://blk.mat.uni-bayreuth.de/) verantwortlich.

Für Sachsen-Anhalt wurde das Landesinstitut für Lehrerfortbildung, Lehrerweiterbildung und Unterrichtsforschung von Sachsen-Anhalt (LISA) durch das Kultusministerium beauftragt, die Leitung und Koordination des Programms auf Landesebene zu übernehmen (http://www.modellversuche.bildung-lsa.de/).

Seit Beginn des Schuljahres 1998/99 beteiligen sich sechs Schulen aus Sachsen-Anhalt an diesem Programm, deren gemeinsame Arbeit sich auf 3 Module konzentriert:
Modul 2: „Naturwissenschaftliches Arbeiten",
Modul 4: „Sicherung von Basiswissen – Verständnisvolles Lernen auf unterschiedlichen Niveaus",
Modul 5: „Zuwachs von Kompetenz erfahrbar machen: Kumulatives Lernen".

Inhaltsverzeichnis

1 Zum Umgang mit dem Material

Das vorliegende Material hat eine Arbeitsgruppe erstellt, die sich in ihrer Tätigkeit auf die sichere Aneignung von Basiswissen durch verständnisvolles Lernen auf unterschiedlichen Niveaus (Modul 4 des Programms) im Fach Mathematik konzentriert.
Das Material soll zur Umsetzung dieses Schwerpunktes für ausgewählte Stoffgebiete des Mathematikunterrichts (hier: Planimetrie) **Anregung und Unterstützung** geben. Neben **grundlegenden Kenntnissen**, **Fähigkeiten und Fertigkeiten** zu dem Unterrichtsstoff der Planimetrie besteht ein Schwerpunkt in der Entwicklung von **Methodenkompetenz** im Zusammenhang mit dem Lösen von vielfältigen inner- und außermathematischen Aufgaben.

Während der Erprobung einzelner Aufgaben, Unterrichtssequenzen, Projekte und Vorgehensweisen hat sich unmittelbar die Überzeugung herausgebildet, dass

- **kontinuierlich und systematisch durchgeführte Festigungsphasen zur Aneignung grundlegender Kenntnisse und Methoden** über den Zeitraum der Schuljahrgänge 7 bis 10 hinweg notwendig sind. Neben dem Festigen von Basiskenntnissen sind auch solche Methoden zu erlernen, die z. B. die Analyse von Sachverhalten aus gegebenen Texten und anderen Darstellungen ermöglicht, oder die dem selbstständigen Entwickeln von Lösungsstrategien dient,
- ein **verändertes didaktisches Unterrichtsverhalten** der Lehrkräfte notwendig ist. Die Betonung liegt hierbei z. B. auf dem Bearbeiten vielfältiger Varianten ein und derselben Aufgabenstellung, auf der bewussten Anlage von Aufgaben mit unterschiedlichem Anspruchsniveau, auf dem Herausfordern verschiedener Lösungen und die anschließende Rückbesinnung auf erfolgreiche Lösungswege.

Das vorliegende Material soll Lehrkräfte anregen und ihnen helfen, systematisch und beharrlich im Unterricht am Basiswissen zu arbeiten.

Folgende Möglichkeiten für den Einsatz sind denkbar:

- Tägliche Kurzübungen zu <u>einem</u> oder mehreren Schwerpunkten innerhalb der betreffenden Stoffgebiete,
- Konzeption täglicher Kurzübungen/Übungsstunden/Übungseinheiten zur Wiederholung und Festigung bestimmter Schwerpunkte (stoffgebietsübergreifend),
- Durchführung von Projekten (mehrstündig) zu einem Thema bzw. zu verschiedenen verknüpften Themen,
- Durchführung von Gruppenarbeit zu einem Schwerpunkt bzw. einem Stoffgebiet,
- Verwendung der Aufgaben in Leistungskontrollen/Klassenarbeiten,
- Verwendung der Aufgaben als Hausaufgabe.

Zur langfristigen Planung der Übungsphasen ist eine Planungsübersicht (*Kapitel 3* dieses Materials) erstellt worden, die das kontinuierliche Wiederaufgreifen einzelner Schwerpunkte erleichtern soll. Zur besseren Übersicht sind die einzelnen Kompetenzen aus *Kapitel 2* in die Planungstabelle mit aufgenommen. Die Gliederung der Aufgabenvorschläge (*Kapitel 4)* folgt der Gliederung der Schwerpunkte des Basiswissens im *Kapitel 2.*

2 Basiswissen aus den Stoffgebieten zur Planimetrie

Die Geometrie ist als eine der ältesten mathematischen Disziplinen nicht nur aus kulturhistorischer Sicht ein unverzichtbarer Bestandteil im Mathematikunterricht, sondern sie ist in besonderem Maße geeignet, den Abstraktionsprozess von realen Objekten in unserer Umwelt zu idealisierten Objekten nachzuvollziehen. Geometrisches Wissen und Können ist auch darüber hinaus praktisch bedeutsam.

Die Schülerinnen und Schüler lernen hier grundlegende geometrische Begriffe, Sätze und Verfahren kennen (hier eingeschränkt auf die Planimetrie).

Die Rahmenrichtlinien wurden dahingehend analysiert, welches Wissen (und Können) aus der Planimetrie zum Basiswissen zu zählen ist. Dazu wurden folgende Kriterien herangezogen:

a) Hohe Relevanz von Zielen und Inhalten beim Anwenden von Mathematik im Alltag oder in nahezu beliebiger Berufstätigkeit;

b) Notwendiges und „oft“ benötigtes Wissen und Können für das weitere Lernen innerhalb und außerhalb der Mathematik.

Unsere Analyse ergab folgenden Katalog von Basiswissen.

G 1: Grundlegende geometrische Begriffe und Sätze
G 1.1 Lagebeziehungen zwischen geometrischen Objekten (Gerade und Gerade; Gerade und Kreis) erkennen
G 1.2 Erkennen von Winkelarten und von Winkelpaaren an Geraden und Winkel am Kreis
G 1.3 Achsensymmetrische Figuren erkennen
G 1.4 Kenntnis der Dreiecksarten und der Sätze am Dreieck
G 1.5. Erkennen der Vierecksarten (auch Erkennen an Realobjekten, Eigenschaften angeben)
G 1.6 Erkennen von ähnlichen Objekten

G 2: Ebene Figuren konstruieren
G 2.1 Dreiecke konstruieren (Anwendung der Kongruenzsätze)
G 2.2 Vierecke konstruieren (in einfachen Fällen)

G 3: Berechnen von Längen, Flächeninhalten und Winkelgrößen
G 3.1 Berechnen von Winkeln, Flächeninhalten und Umfängen von Dreiecken
G 3.2 Berechnen von Winkeln, Flächeninhalten und Umfängen von Vierecken
G 3.3 Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck mit Hilfe des Satzes des Pythagoras
G 3.4 Berechnen von Flächeninhalt und Umfang von Kreisen (auch Kreisringe)

G 4: Sach- und Anwendungsaufgaben
G 4.1 Textanalysen sicher ausführen und Planfiguren anfertigen können
G 4.2 Elementare praxisbezogenen Aufgaben lösen können

3 Planung von Übungsphasen

3.1 Schuljahrgang 7

Stoffeinheit/Thema	**Inhalt/Aufgabentyp (Lernziel)**	**Hinweise/Material**
Rationale Zahlen, Prozentrechnung	Erkennen und Darstellen von Brüchen;	Wiederholung Kreisteile, 4.1, Nr.10
	Koordinatensystem; Lagebeziehungen. Gerade/Strecke	Lage von Punkten/Geraden, Auswahl aus 4.1, Nr.1-2; 12-14; 19
Gleichungen	Berechnen von Winkeln, Umfang und Flächeninhalt von Dreiecken	Beispiele aus 4.3, Nr. 1-12
Zufall/Häufigkeiten	-	-
Viereck/Kreis	Vierecksarten, Kreisteile, Lagebeziehungen Kreis/Gerade	Auswahl aus 4.1 , Nr. 23-31 Auswahl aus 4.1 , Nr. 10-12
Prismen	Erkennen von Grundfläche, Deckfläche, Berechnen von Flächen	Vierecksarten: Auswahl aus 4.1, Nr. 23-32 Auswahl aus 4.3, Nr. 11-13; 16-29
Anwendungen	Anwendung zu Flächen und Körper	Auswahl aus 4.4, Nr. 1-4

3.2 Schuljahrgang 8

Stoffeinheit/Thema	Inhalt/Aufgabentyp (Lernziel)	Hinweise/Material
Variable/Gleichung	Aufstellen und Umstellen von Formeln	Auswahl aus 4.3 , Nr. 5-7; 9-13; 14; 16; 20; 22;: 29
Funktionen	-	-
Zufällige Ereignisse, Wahrscheinlichkeiten	-	-
Berechnungen an Kreisen und Dreiecken	Wiederholung Dreiecksarten Berechnungen an Dreiecken Berechnungen am Kreis	Auswahl aus 4.1, Nr. 16-22 Auswahl aus 4.3, Nr. 1-13 Auswahl aus 4.3, Nr. 36-42
Zylinder, Pyramiden	Kreis, Vierecke, Dreiecke als Grundfläche erkennen und berechnen	Auswahl aus 4.3, Nr. 36-42
Anwendungen	je nach Schwerpunkt	S. Abschnitt 4.4, Nr. 5, 6

3.3 Schuljahrgang 9

Stoffeinheit/Thema	Inhalt/Aufgabentyp (Lernziel)	Hinweise/Material
Arbeiten mit Variablen, Potenzen, Prozentrechnung	siehe Schuljahrgang 8	siehe Schuljahrgang 8
Lineare Gleichungssysteme	-	-
Quadratische Gleichungen und quadratische Funktionen	-	-
Häufigkeitsverteilungen	-	-
Tabellenkalkulation	-	-
Ähnlichkeit	Erkennen ähnlicher Figuren; Maßstab	Auswahl aus 4.1, Nr. 28; 30-32; Nr. 23
Anwendungen	-	4.4, Nr. 2-4

3.4 Schuljahrgang 10

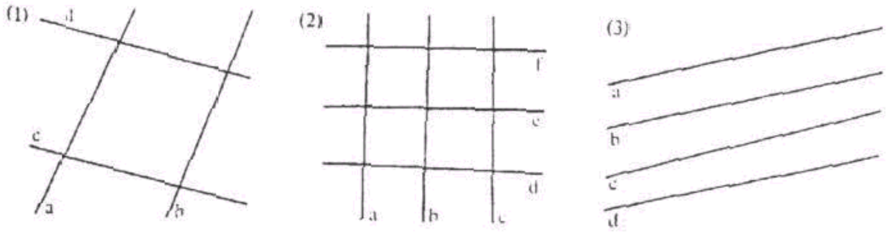
Stoffeinheit/Thema	Inhalt/Aufgabentyp (Lernziel)	Hinweise/Material
Trigonometrie, Winkelfunktionen	-	-
Körperdarstellung, Körperberechnung	Anwendungen zur Flächenberechnung 4.3 und 4.4	In Vorbereitung auf die schriftliche Abschlussprüfung an der Sekundarschule im Schuljahrgang 10 bzw. auf das Eintreten in die Einführungsphase der gymnasialen Oberstufe sollten vielfältige Übungen durchgeführt werden, u. a. Flächen und Körper erkennen, Flächeninhalte bzw. Volumina berechnen.
Gleichungen, Gleichungssysteme und Ungleichungen	-	
Funktionen/Systematisierung	-	
Zufallsversuche	-	
Aufgabenpraktikum	Anwendungen aus 4.3 und 4.4	

4 Aufgabenbeispiele zu den inhaltlichen Schwerpunkten

4.1 Grundlegende geometrische Begriffe und Sätze

<u>Lagebeziehungen zwischen geometrischen Objekten</u>

1. Prüfe, welche Geraden parallel zueinander sind!

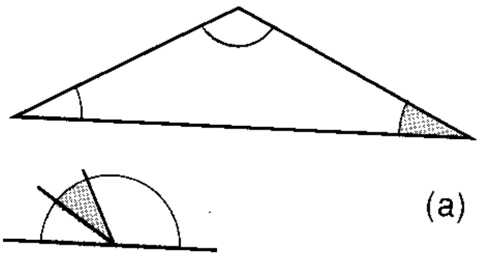


2. Trage die Punkte in ein Koordinatensystem ein

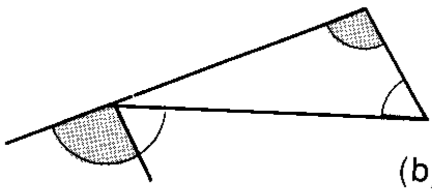
   a) A (2;1); B (10;5); C (0;5); D (12;11)
   b) A (1;4); B (8;7); C (3;2); D (10;4)
   c) A (3;3); B (13;7); C (9;0); D (5;9)
   d) A (2;6); B (0;4); C (8;9), D (10;3)

   Welche Beziehung besteht zwischen den Geraden AB und CD?

3. Betrachte die Abbildungen (a) und (b). Welche Sätze werden durch sie veranschaulicht?



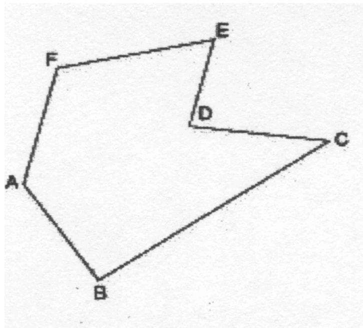
(a)



(b)

Erkennen von Winkelarten und von Winkelpaaren an Geraden und Winkeln am Kreis

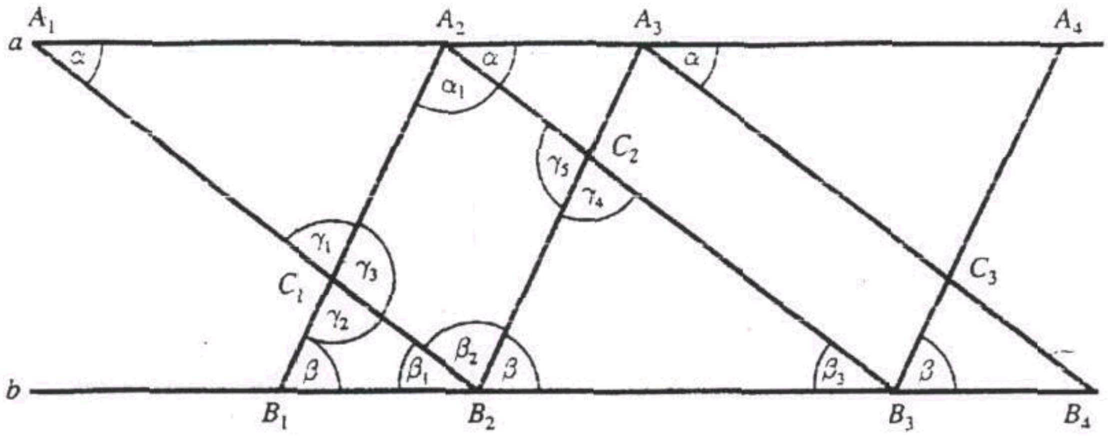
4. a) Bezeichne alle Innenwinkel des Sechsecks !
   b) Schätze die Größe jedes Innenwinkels!
   c) Miss alle Innenwinkel !
   d) Bestimme jeweils die Art des Winkels!



5. Zeichne die Winkel und bestimme jeweils die Art!

   α=27°, β=97°, γ=180°, δ=290°

6. Es soll gelten: a II b; α=37°, β=65°.



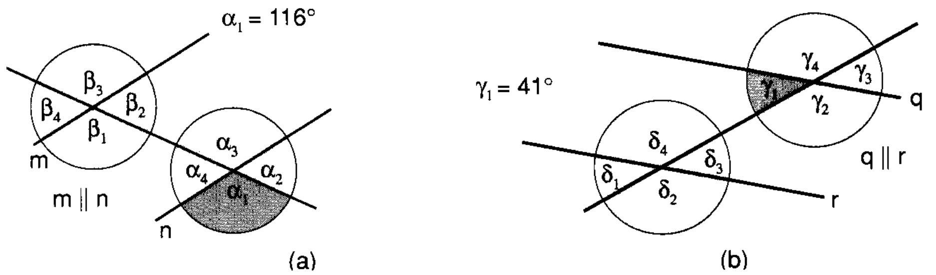
a) Ermittle die Größen folgender Winkel! Begründe!

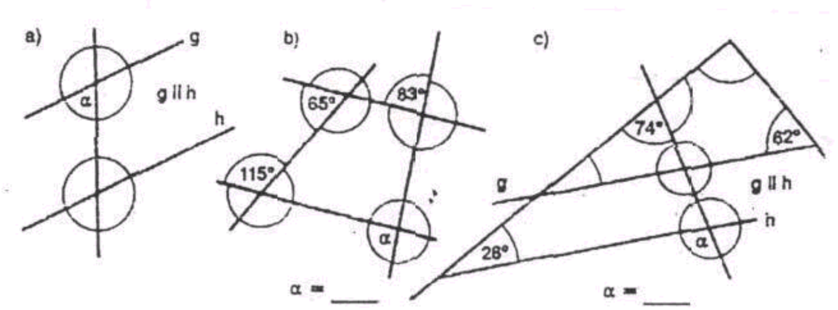
Winkel	Begründung
β_1= 37°	β_1= α, Wechselwinkelsatz
β_2=	
γ_1=	
γ_2=	
γ_3=	
β_3=	
γ_4=	
γ_5=	
α_1=	

b) Was für ein Viereck ist $C_1B_2C_2A_2$? Begründe!

c) Gib mindestens vier Trapeze mit Hilfe ihrer Eckpunkte an, die keine Parallelogramme sind.

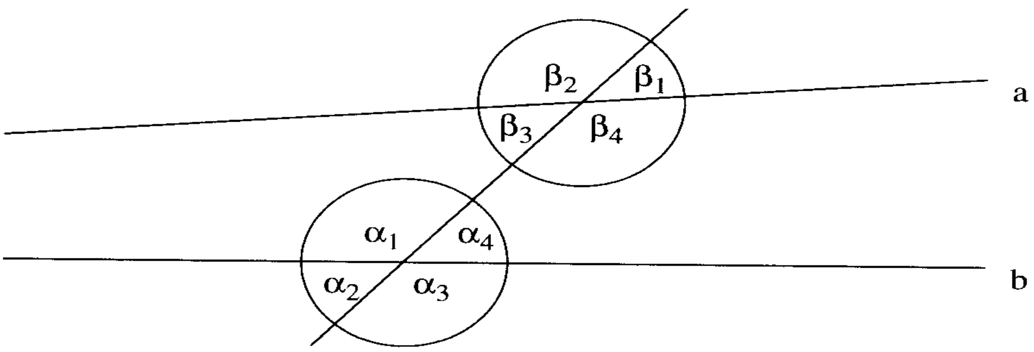
7. Kennzeichne in a), b) und c) jeweils verschiedenfarbig Stufenwinkelpaare, Wechselwinkelpaare, Nebenwinkelpaare und Scheitelwinkelpaare!





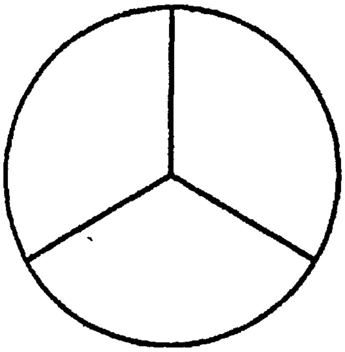
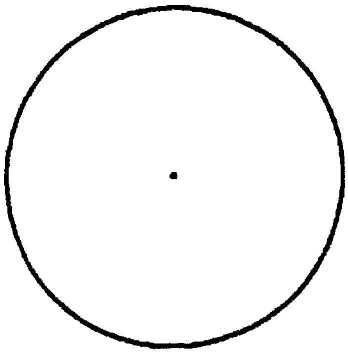
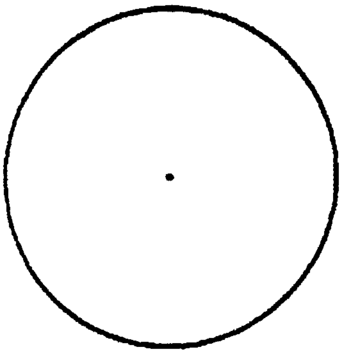
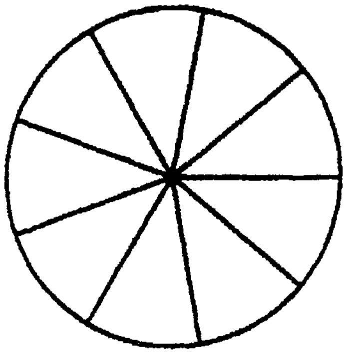
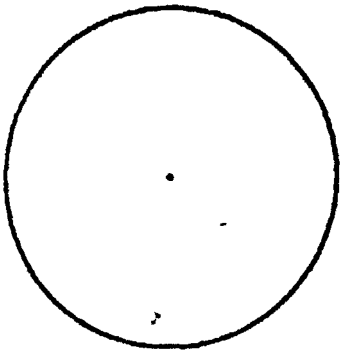
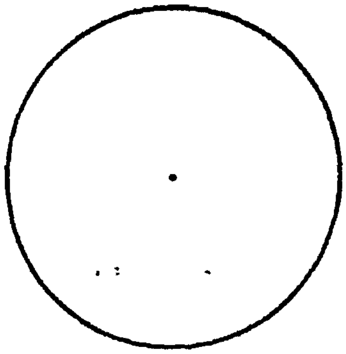
8. Bestimme die Größe aller Winkel. Begründe.

9. Gib alle Paare von Stufenwinkeln, Wechselwinkeln und Scheitelwinkeln an:

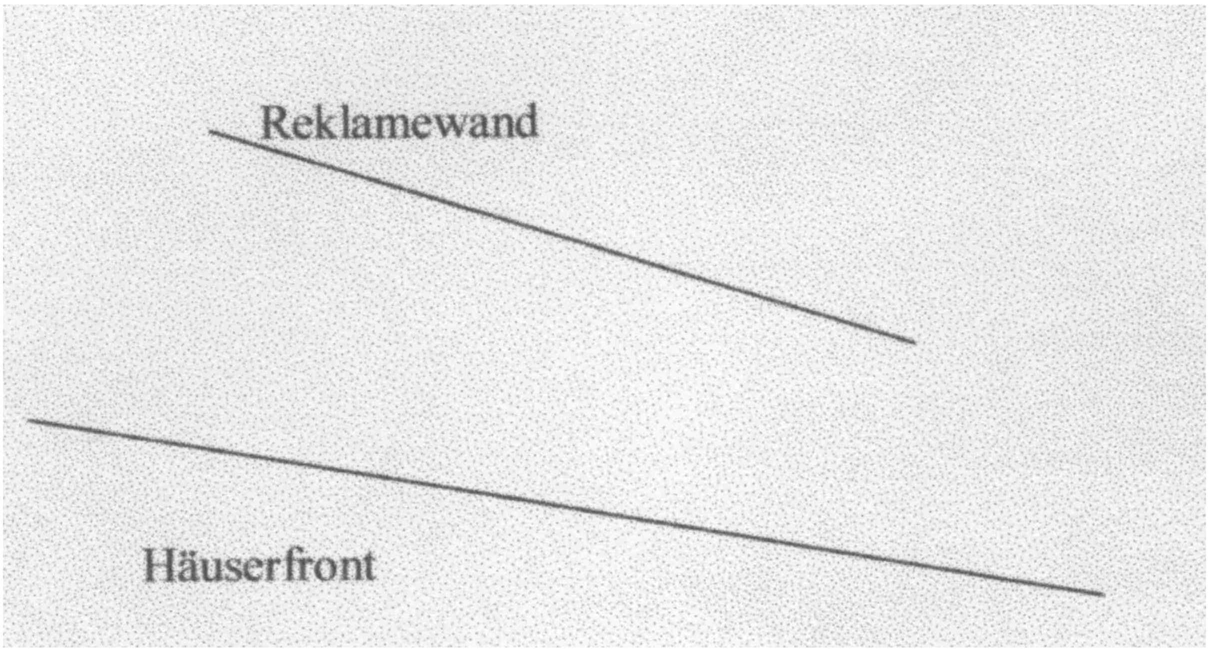


Stufenwinkel	Wechselwinkel	Scheitelwinkel

10. Eine Torte wird jeweils in gleich große Stücke geteilt.
Vervollständige die Zeichnungen und ergänze!

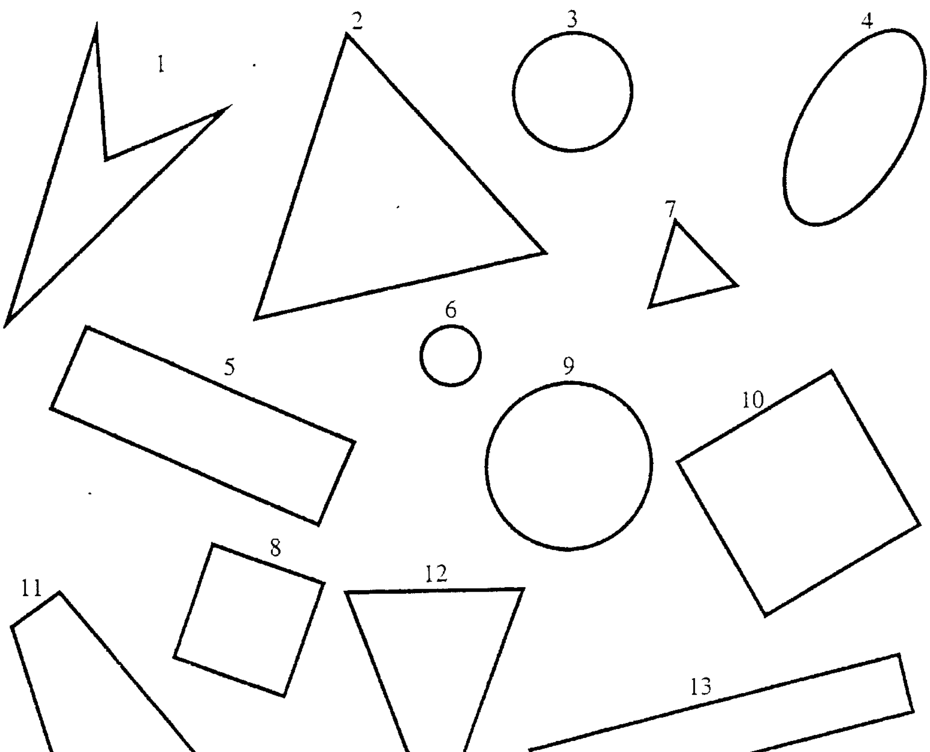
		
Anzahl der Stücke:		4
Winkelgröße an der Spitze der Stücke:		
		
Anzahl der Stücke:		
Winkelgrößen an der Spitze der Stücke:	30°	
		
Anzahl der Stücke:	6	
Winkelgröße an der Spitze der Stücke:		

11. Ein Scheinwerfer mit einem Öffnungswinkel von 90° soll die Reklamewand genau ausleuchten.
Wo muss der Scheinwerfer an der Häuserfront angebracht werden?
Es gibt zwei Stellungen!

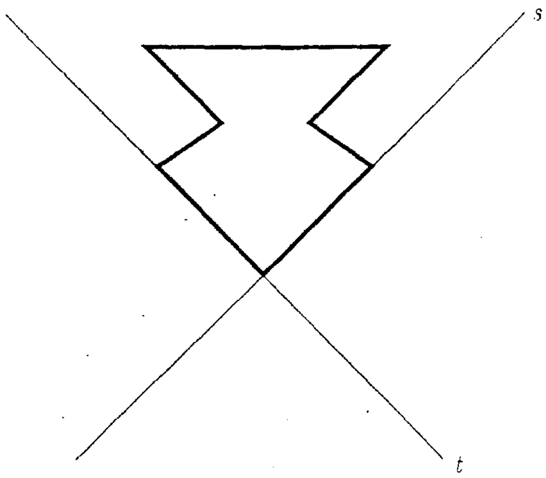


Achsensymmetrische Figuren erkennen

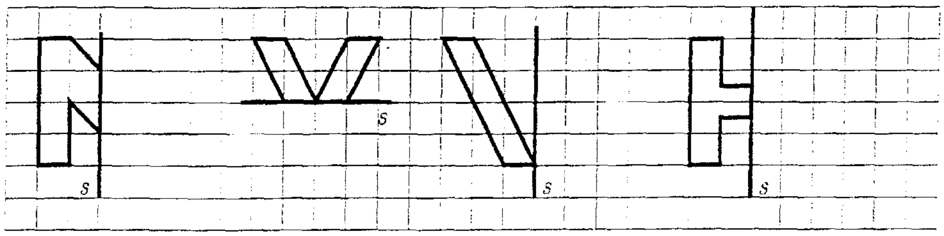
12. Zeichne in die Figuren alle Symmetrieachsen ein, sofern dies möglich ist!



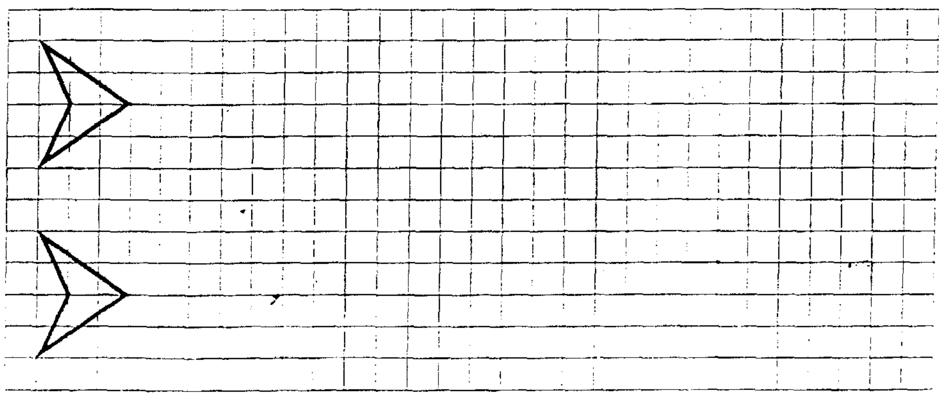
13. Spiegele an der Geraden s und danach die aus Original und Bild bestehende Figur an der Geraden t.



14. Ergänze durch Spiegeln an der Geraden s! Suche nach weiteren Buchstaben!



15. Zeichne fortlaufende Muster durch Verschieben oder Spiegeln!
Male die Figuren mit verschiedenen Farben aus!



Kenntnisse der Dreiecksarten und der Sätze am Dreieck

16. Kreuze an und begründe!

Gegeben	Ein Dreieck ABC mit den gegebenen Stücken ist		
	eindeutig konstruierbar	konstruierbar, aber nicht eindeutig	nicht konstruierbar
a = 4 cm, b = 5 cm, γ = 85°			
a = 3, 8 cm, b = 2,4 cm, c = 6,3 cm			
c = 7 cm, α = 38°			
c = 6 cm, α = 117°, β = 75°			

17. In der Tabelle sind in jeder Zeile Innenwinkel sowie Größer- bzw. Kleinerbeziehungen zwischen den Seitenlängen eines Dreiecks ABC gegeben. Fülle die Tabelle aus.

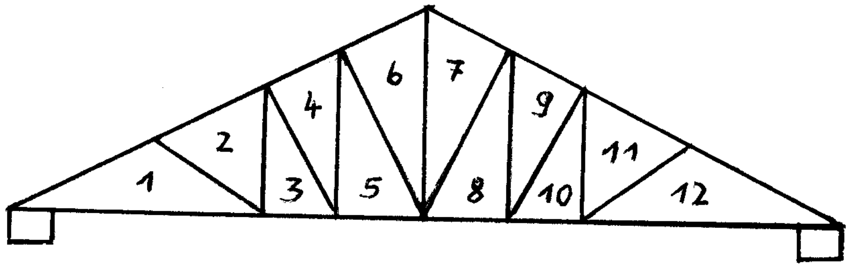
α	β	γ	a □ b	a □ c	b □ c	Dreiecksart nach	
						Winkeln	Seiten
73°	64°						
	35°	55°					
27°		42°					
		110°					gleichschenklig
	44°		a > b	a > c		rechtwinklig	
57°				a = c			
							gleichseitig
60°					b = c		

18. Zeichne ein
    a) rechtwinkliges Dreieck, b) gleichschenkliges Dreieck, c) spitzwinkliges Dreieck,
    d) unregelmäßiges Dreieck, e) stumpfwinkliges Dreieck, f) gleichseitiges Dreieck!

19. Zeichne die folgenden Dreiecke in ein Koordinatensystem!
    a) A (1;1) B (5;1), C (1;8)
    b) L (2;10) M (9;6) N (16;10)
    c) S (10;4) T (17;0) U (17;8)

    Um was für ein Dreieck handelt es sich jeweils? Überlege, ob es mehrere Antwortmöglichkeiten gibt!

20. Solch ein Dachbinder wird bei Dachkonstruktionen oft verwendet, besonders in großen Hallen.



a) Übernimm die Tabelle in dein Heft und trage alle bezeichneten Dreiecke des Dachbinders ein!

Dreiecksarten	spitzwinklig	rechtwinklig	stumpfwinklig
unregelmäßig		3,	
gleichschenklig	2,		1,
gleichseitig	2,		

b) Welche Felder bleiben hier leer?

c) Welche Felder bleiben stets leer?

21. Versuche ein Dreieck zu zeichnen, das die Eigenschaften hat:

a) spitzwinklig und unregelmäßig,
b) spitzwinklig und gleichschenklig,
c) spitzwinklig und gleichseitig,
d) rechtwinklig und unregelmäßig,
e) rechtwinklig und gleichschenklig,
f) rechtwinklig und gleichseitig,
g) stumpfwinklig und unregelmäßig,
h) stumpfwinklig und gleichschenklig,
i) stumpfwinklig und gleichseitig.

22. Welche Aussagen sind wahr, welche falsch?

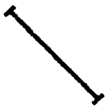
a) Es gibt rechtwinklige Dreiecke, die gleichschenklig sind.
b) Es gibt unregelmäßige Dreiecke, die stumpfwinklig sind.
c) Es gibt gleichseitige Dreiecke, die rechtwinklig sind.
d) Jedes gleichseitige Dreieck ist spitzwinklig.
e) Jedes gleichschenklige Dreieck ist gleichseitig.
f) Wenn ein Dreieck gleichseitig ist, so ist es auch gleichschenklig.
g) Wenn ein Dreieck gleichschenklig ist, so ist es stumpfwinklig.

Erkennen von Vierecksarten

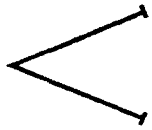
23. Ergänze zu Vierecken der jeweils angegebenen Art!

Parallelogramm

Rechteck

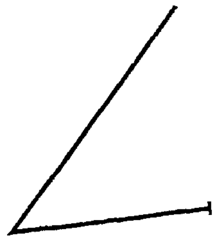


Quadrat

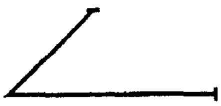


Drachenviereck

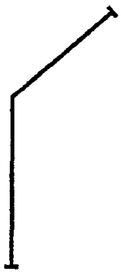
Drachenviereck



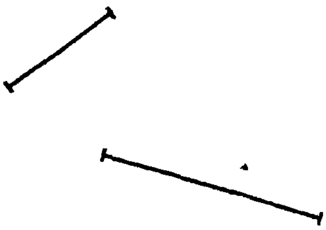
Rhombus



Trapez



Trapez



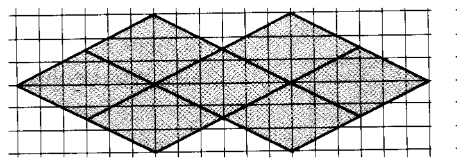
Trapez

Parallelogramm

24. Welche Eigenschaften gelten für ein Parallelogramm?
    a) Gegenüberliegende Seiten sind gleich lang.
    b) Gegenüberliegende Seiten sind parallel.
    c) Die Diagonalen sind senkrecht zueinander.
    d) Die Diagonalen halbieren einander.
    e) Alle Innenwinkel sind gleich groß.

25. Entscheide, ob die folgenden Aussagen wahr sind. Begründe.
    a) Jedes Quadrat ist auch ein Trapez.
    b) Jedes Trapez ist auch ein Rechteck.
    c) Jedes Parallelogramm ist auch ein Trapez.
    d) Jedes Rechteck ist ein Quadrat.

26. a) Wie viele Rauten erkennst du in der Figur?
    b) Wie viele Parallelogramme erkennst du, die keine Rauten sind?



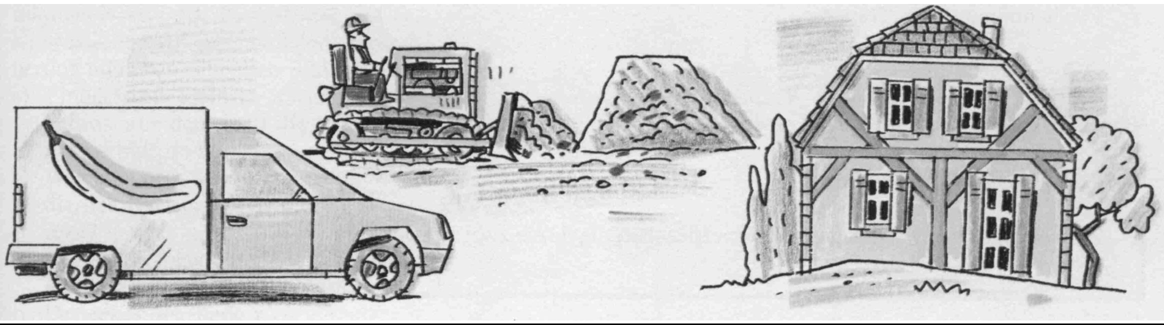
27. Begründe die folgenden Aussagen.
    a) Jeder Rhombus ist auch ein Parallelogramm.
    b) Jeder Rhombus ist auch ein Drachenviereck.

28. Jana und ihre Banknachbarin zeichnen jeder einen Rhombus mit a = 4 cm. Sie sind anschließend erstaunt, dass ihre Rhomben sehr verschieden voneinander aussehen, also nicht kongruent sind. Probiert selbst und gebt eine Erklärung dafür.

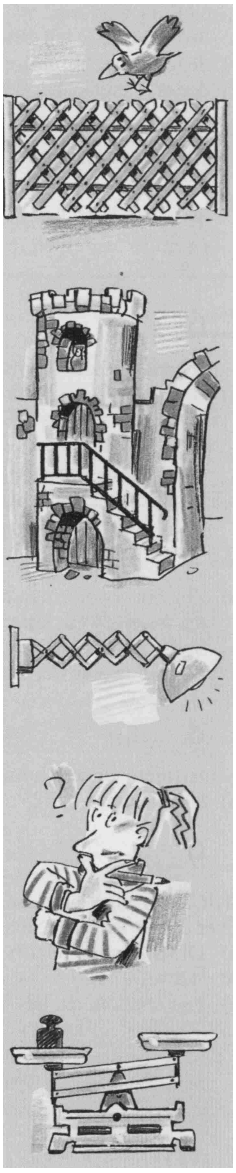
29. Begründe, dass für alle Drachenvierecke das Folgende gilt:
    a) Die Diagonalen stehen senkrecht aufeinander.
    b) Es gibt zwei Paare benachbarter Seiten, die gleich groß sind.
    c) Es gibt ein Paar gegenüberliegender Innenwinkel, die gleich groß sind.

Erkennen von Vierecksarten aus der Praxis

30. Erläutere, wo bei den abgebildeten Gegenständen Trapeze vorkommen. Nenne zwei weitere Gegenstände, an denen Trapeze vorkommen.

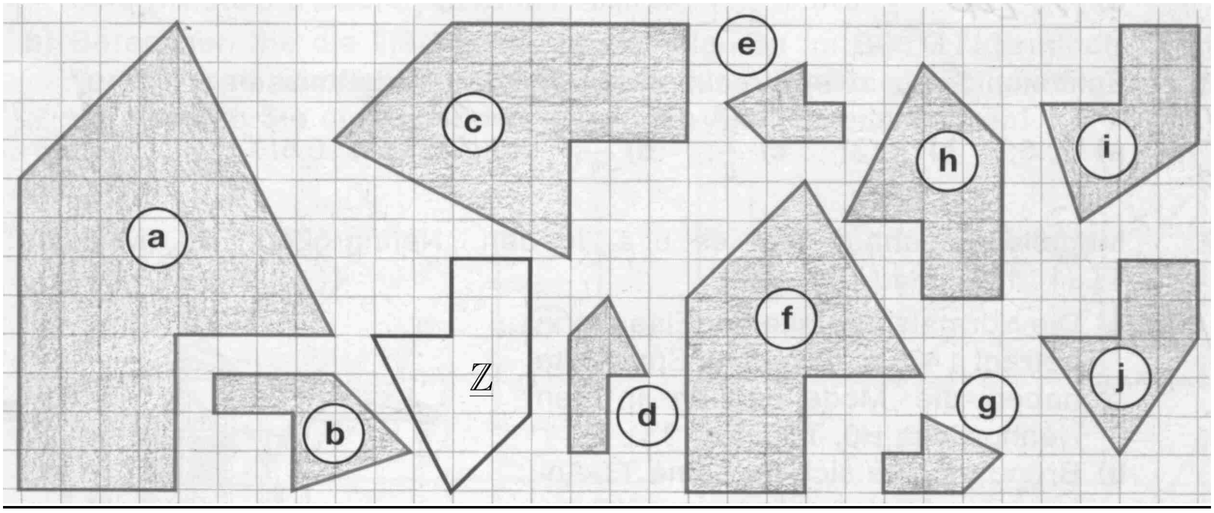


31. Erläutere, wo an den abgebildeten Gegenständen Parallelogramme vorkommen.



Erkennen von ähnlichen Objekten

32. Welche der Figuren **a** bis **j** sind maßstäbliche Darstellungen der Figur **Z** ? Geben Sie jeweils einen Maßstab an!



4.2 Ebene Figuren konstruieren

Dreiecke konstruieren

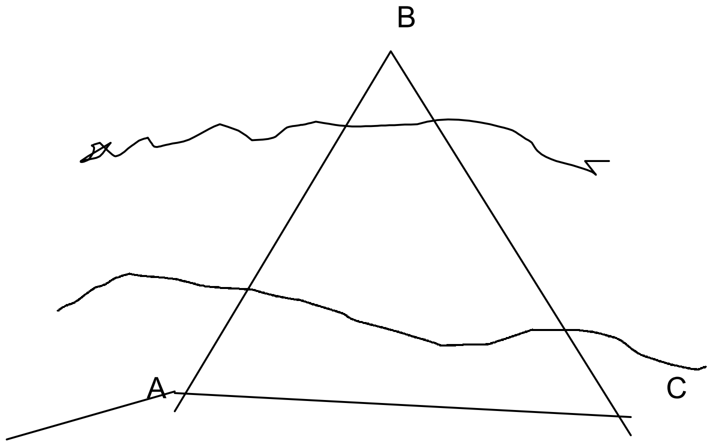
1. Gib ein weiteres mögliches Stück des jeweiligen Dreiecks an, damit es eindeutig konstruierbar wird.
   a) $a = 4{,}2$ cm ; $b = 3{,}6$ cm ; __________________________
   b) $a = 2{,}7$ cm ; $\beta = 63°$; __________________________
   c) $c = 9{,}1$ m ; $\gamma = 73°$; __________________________
   d) $\alpha = 62°$; $\beta = 73°$; __________________________

2. Konstruiere jeweils ein Dreieck ABC. Überprüfe vorher die Konstruierbarkeit.
   a) $a = 4{,}0$ cm ; $b = 5{,}5$ cm ; $c = 6{,}0$ cm
   b) $a = 6{,}0$ cm ; $b = 4{,}0$ cm ; $\gamma = 30°$
   c) $b = 7{,}0$ cm ; $\alpha = 30°$; $\gamma = 27°$
   d) $a = 4{,}0$ m ; $b = 7{,}0$ m ; $\alpha = 37°$

3. Konstruiere jeweils ein gleichschenkliges Dreieck CDE.
   a) $c = 3{,}4$ cm ; $d = e = 4{,}8$ cm
   b) $c = d = 5$ cm ; $\angle$ CED = 30°

4. Von A nach B soll eine Brücke gebaut werden. Man will die Länge bestimmen und misst: $\overline{AC}$ = 100 m ; ∠ BCA = 40° ; ∠ CAB = 60°

   Bestimme durch Konstruktion die Länge von $\overline{AB}$.



5. Entscheide und begründe jeweils, ob aus den folgenden Stücken ein Dreieck ABC konstruierbar ist.

   a) a = 4,7 cm ; b = 3,8 cm ; c = 8,6 cm

   b) a = 4,7 cm ; b = 3,8 cm ; c = 8,3 cm

   c) b = 3,8 cm ; c = 8,6 cm ; β = 170°

   d) a = b = 5,0 cm α = 90°

   e) a = b = 3,0 cm ; $\alpha = \beta$ = 30°

   f) a = b = 3,0 cm ; $\alpha = \gamma$ = 60°

   g) a = 5,0 cm ; b = c = 2,4 cm

<u>Vierecke konstruieren</u>

6. Konstruiere ein Quadrat , wenn die Diagonalen 5,3 cm lang sind!

7. Konstruiere Rechtecke mit

   (1) a = 5,6 cm; b = 3,2 cm,

   (2) $\overline{CD}$ = 4,3 cm; $\overline{BC}$ = 6,1 cm ,

   (3) a = 60 mm; e = 7 cm.

8. Konstruiere ein Parallelogramm ABCD aus folgenden Stücken!

   a) a = 5 cm; b = 4 cm; β = 130°

   b) a = 7,5 cm; d = 5 cm; α = 50°

   c) a = 4,6 cm; α = 60°; b = 3,4 cm

   d) a = 18 mm; b = 27 mm; e = 40 mm

9. Konstruiere ein Trapez ABCD mit den folgenden Maßen (a II c).

   a) a = 5,0 cm; c = 6,4 cm; d = 3,0 cm; α = 105°

   b) a = 6,9 cm; b = 2,4 cm; c = 5,1 cm; β = 78°

   c) a = 5,8 cm; b = 3,2 cm; α = 74°; β = 85 °

10. Konstruiere Drachenvierecke ABCD mit AC$\perp$ BD !

    a) α = 35°; d = 4,2 cm; c = 1,9 cm

    b) a = 2,9 cm; b = 5,1 cm; β = 135°

    c) $\overline{AC}$ = 5,8 cm; a = 3,9 cm; c = 2,8 cm

    d) a = 4 cm; c = 2 cm; α = 70°

    e) d = 37 mm; c = 25 mm; e = 55°

11. Gegeben sind die Diagonalen eines Drachenvierecks mit 6 cm und 4 cm.
    Zeichne drei nicht zueinander kongruente Drachenvierecke.

4.3 Berechnen von Längen, Flächeninhalten und Winkelgrößen

<u>Berechnen von Winkeln, Flächeninhalten und Umfängen von Dreiecken</u>

1. Berechne den dritten Innenwinkel eines Dreiecks ABC.

   a) α = 27°; β = 81° b) β = 57°; γ = 63° c) α = 112°; γ = 63°

2. In einem rechtwinkligen Dreieck ABC ist α = 90° und γ = 17°(43°; 18°; 39°; 64°).
   Wie groß ist β ?

3. Wie groß sind der Winkel α und die Außenwinkel bei einem Dreieck ABC mit γ = 94° und β = 42°?

4. In einem rechtwinkligen Dreieck beträgt ein Außenwinkel 112°. Wie groß sind die Innenwinkel und die beiden anderen Außenwinkel?

5. Ein Dreieck hat einen Außenwinkel von 123° und einen anderen Außenwinkel von 142°.
   Wie groß sind die Innenwinkel dieses Dreiecks?

6. a) In einem Dreieck ABC mit γ = 90° ist α doppelt so groß wie β. Wie groß sind α und β?

   b) Wie groß sind die Winkel eines Dreiecks, bei dem α doppelt und β dreimal so groß ist wie γ?

   c) Berechne die Winkel eines Dreiecks, bei dem β um 15° größer und γ um 30° größer ist als α.

7 a) In einem gleichschenkligen Dreieck ABC ist ein Basiswinkel gegeben:
$\alpha = 46°$ [27°; 58°]. Berechne den Winkel an der Spitze.

b) In einem gleichschenkligen Dreieck ABC ist der Winkel an der Spitze gegeben:
$\gamma = 40°$ [80°; 130°]. Berechne den Basiswinkel α.

c) In einem rechtwinklig- gleichschenkligen Dreieck ABC ist der Winkel an der Spitze 90°.
Wie groß ist jeder Basiswinkel?

d) In einem gleichschenkligen Dreieck ABC ist ein Basiswinkel gegeben: $\alpha = 37°$. Wie groß ist ein Außenwinkel des Winkels an der Spitze?

e) In einem gleichschenkligen Dreieck ABC ist der Winkel an der Spitze gegeben: $\gamma = 46°$.
Wie groß ist ein Außenwinkel eines Basiswinkels?

f) Wie groß ist ein Außenwinkel eines Innenwinkels im gleichseitigen Dreieck?

8. Ordne die vier Dreiecke nach ihrem Umfang.

(1) a = 3,2 cm, b = 6,4 cm, c = 3,8 cm
(2) a = 4,9 cm, b = 4,2 cm, c = 4,0 cm
(3) a = 7,1 cm, b = 3,3 cm, c = 3,9 cm
(4) a = 5,0 cm, b = 6,0 cm, c = 7,4 cm

9. Ermittle den Umfang des Dreiecks.

a) a = 3,7 cm, b = 4,2 cm, c = 5,1 cm
b) a = 1,2 km, b = 960 m, c = 0,8 km
c) a = 4,2 km, c = 5,6 km, $\alpha = \beta$
d) $\alpha = \beta = \gamma$, b = 703 m
e) a = 5 cm, $\gamma = 60°$, b = 5 cm

10. Ermittle die Länge der fehlenden Seiten.

a) Der Umfang eines gleichseitigen Dreiecks beträgt 38,4 cm.
b) Die Basis eines gleichschenkligen Dreiecks ist 234 m lang, sein Umfang beträgt 584 m.

11. Berechne den Flächeninhalt der Dreiecke, von denen eine Seite und die dazugehörende Höhe gegeben sind.

a) c = 23 cm; h_c = 0,45 m
b) a = 0,347 km; h_a = 167 m
b) b = 624 mm; h_b = 0,34 m

12. A sei der Flächeninhalt eines Dreiecks ABC. Berechne jeweils die in Klammern genannte Größe.

a) A = 46 cm^2; a = 12,4 cm (h_a)
b) h_b = 47 mm; A = 2290 mm^2 (b)
c) c = 6,7 cm; a = 4,3 cm; h_a = 5,6 cm (h_c)

13. Das dreieckige Segel eines Bootes hat eine Fläche von 5,5 m^2. Die untere Kante des Segels beträgt 2,70 m. Wie hoch ist es?

<u>Berechnen von Winkeln, Flächeninhalten und Umfängen von Vierecken</u>

14. Berechne den Umfang und den Flächeninhalt eines Quadrats mit der Seitenlänge:

a) 6 cm   b) 5 m   c) 10 km   d) 4,1 m   e) 1,5 cm   f) 1,1 dm

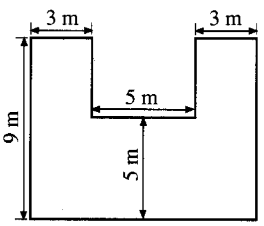
15. Berechne die fehlenden Größen eines Rechtecks!

Seitenlänge a	5 cm	11 cm	13 m	11 cm	25 mm	4,5 cm		6,6 m
Seitenlänge b	8 cm	7 cm	9 m		16 mm	2 cm	5 m	5 m
Flächeninhalt A				121 cm²			85 m²	
Umfang u								

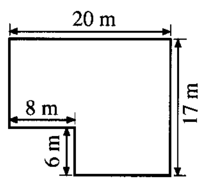
16. Berechne den Flächeninhalt!

Berechne den Flächeninhalt als Summe.

a)

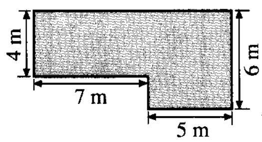


b)

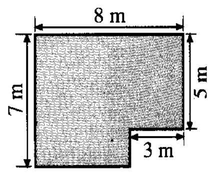


Berechne den Flächeninhalt als Differenz.

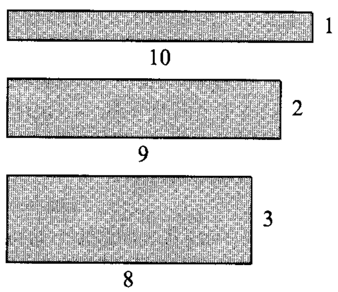
a)



b)



17. Vergleiche die Flächeninhalte der umfangsgleichen Rechtecke!



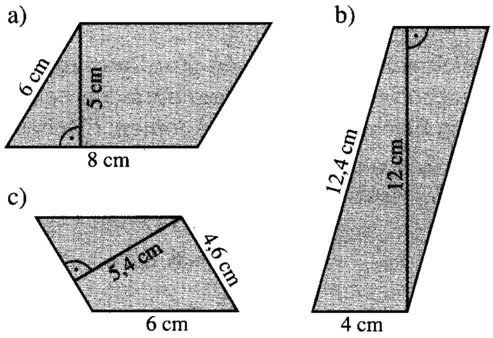
18. Gegeben ist ein Trapez mit

a) $\alpha = 57°$, $\gamma = 134°$ ges: β , δ b) $\alpha = 85°$, $\beta = 42°$ ges: γ , δ

19. Berechne im Parallelogramm ABCD die übrigen Winkel.

a) $\alpha = 53°$ b) $\beta = 112°$ c) $\gamma = 127°$ d) $\delta = 64°$

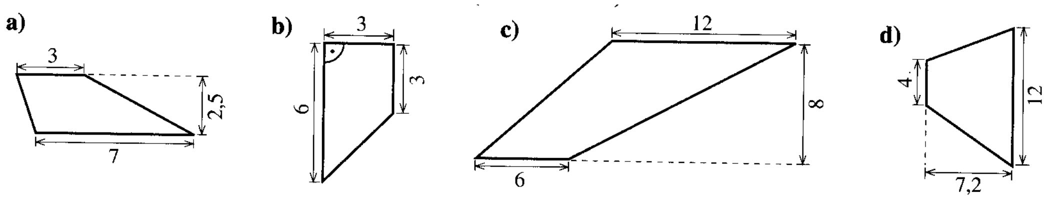
20. Berechne Umfang und Flächeninhalt des Parallelogramms und konstruiere!



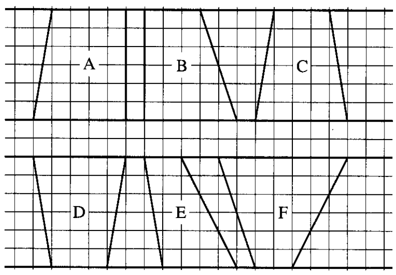
21. Berechne den Flächeninhalt und Umfang des Parallelogramms ABCD im Koordinatensystem (Längeneinheit 1 cm). Entnimm die notwendigen Längen aus der Zeichnung!

a) A(1;1), B(4;1), C(7;6), D(4;6) b) A(1;2), B(7;1), C(6;5), D(0;6)

22. Berechne den Flächeninhalt des Trapezes (Maße in cm).



23. Welche Trapeze haben den gleichen Flächeninhalt?



24. Zeichne die Trapeze ABCD aus den gegebenen Punkten in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm.
Ermittle die notwendigen Größen und berechne den Umfang und Flächeninhalt.

a) A(2;1), B(11;1), C(4;5), D(7;5)

b) A(0;2), B(9;2), C(0;6), D(6;6)

25. Berechne die fehlenden Winkel in einem Rhombus, wenn

a) $\alpha = 57°$; b) $\beta = 128°$; c) $\gamma = 135°$; d) $\delta = 36°$.

26. Berechne den Flächeninhalt und den Umfang folgender Rhomben.

Grundseite g	3,5 m	7,2 m	6,8 m
Höhe h	2,4 m	4,6 m	5,6 m

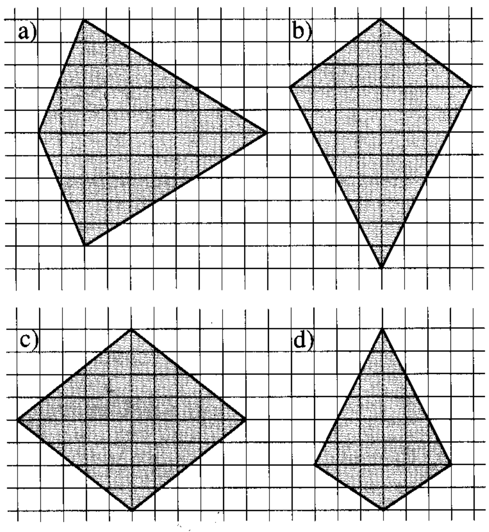
27. Lege aus vier gleich langen Streichhölzern verschiedene Rhomben.

a) Lege den Rhombus mit dem größten Flächeninhalt und beschreibe ihn.

b) Lege die Streichhölzer so um, dass der Flächeninhalt nur noch halb so groß ist. Wie gehst du vor?

28. Zeichne einen Rhombus mit den Maßen a = 3 cm und $\alpha = 25°$.
Zeichne die Symmetrieachsen ein. Berechne Umfang und Flächeninhalt.
Entnimm die erforderlichen Maße der Zeichnung.

29. Übertrage die Figuren in dein Heft. Miss die Längen der entsprechenden Strecken und berechne Umfang und Flächeninhalt.



Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck mit Hilfe des Satzes des Pythagoras

30. Es sind jeweils die Seitenlängen eines rechtwinkligen Dreiecks gegeben. Zwischen welchen Seiten liegt der rechte Winkel?

    a) a = 5 cm, b = 3 cm, c = 4 cm b) x = 8 cm, y = 10 cm, z = 6 cm

    c) u = 90 cm, v = 150 cm, w = 120 cm

31. Von einem rechtwinkligen Dreieck sind die Längen zweier Seiten (in cm) und der rechte Winkel angegeben, wobei α zwischen b und c, β zwischen a und c und γ zwischen a und b liegt. Berechne die Länge der dritten Seite.

    a) a = 4, b =9, γ = 90° b) b = 5, c = 7, α = 90° c) a = 3, b = 6, β = 90°

32. Berechne die Seitenlänge eines Quadrates, dessen Diagonalenlänge angegeben ist.

    a) 5 cm b) 7 m c) 1 km d) 14 dm e) 8 mm f) 36 cm

33. Berechne den Flächeninhalt eines Quadrates, dessen Diagonale die Länge d hat.

    a) d = 5,8 cm b) d = 124 mm c) d = 4 km d) d = 24,2 m

34. Berechne die Länge der Diagonalen eines Rechtecks mit den angegebenen Seitenlängen.

    a) 4 cm und 5 cm b) 2,5 m und 3,8 m c) 1,5 km und 0,8 km

35. Welche der folgenden Dreiecke sind rechtwinklig? Gib gegebenenfalls an, welcher Winkel ein rechter ist.

    a) a = 4 cm, b = 5 cm, c = 3 cm b) o = 13 cm, p = 5 cm, q = 12 cm

    c) x = 85 m, y = 84 m, z = 13 cm

Berechnen von Flächeninhalt und Umfang von Kreisen (auch Kreisringe)

36. Berechne den Umfang des Kreises. Runde das Ergebnis.

    a) r = 3,5 cm b) d = 124 mm c) r = 0,45 m d) d = 25 cm e) r = 1,22 m

37. Berechne Durchmesser und Radius für Kreise mit folgendem Umfang, runde das Ergebnis sinnvoll.

    a) u = 0,44 m b) u = 12,6 dm c) u = 26,8 mm d) u = 444 m e) u = 0,35 km

38. Berechne den Flächeninhalt der Kreise, runde sinnvoll.

a) $r = 8{,}4$ cm   b) $r = 65$ m   c) $r = 0{,}8$ cm   d) $d = 12{,}6$ cm   e) $d = 66$ mm

39. Von einem Kreis ist der Flächeninhalt A gegeben.
Berechne jeweils den Radius des Kreises, runde sinnvoll.

a) $A = 52\ cm^2$ b) $A = 0{,}124\ m^2$ c) $A = 376\ km^2$ d) $A = 12\ mm^2$

40. Berechne den Flächeninhalt eines Kreises, wenn der Umfang bekannt ist.

a) $u = 12{,}4$ cm   b) $u = 66{,}2$ m   c) $u = 1{,}2$ km   d) $u = 400$ m

41. Berechne den Umfang eines Kreises, wenn der Flächeninhalt bekannt ist.

a) $A = 246\ cm^2$ b) $A = 85{,}3\ m^2$ c) $A = 128\ km^2$ d) $A = 55{,}3\ dm^2$

42. Berechne den Flächeninhalt des Kreisringes.

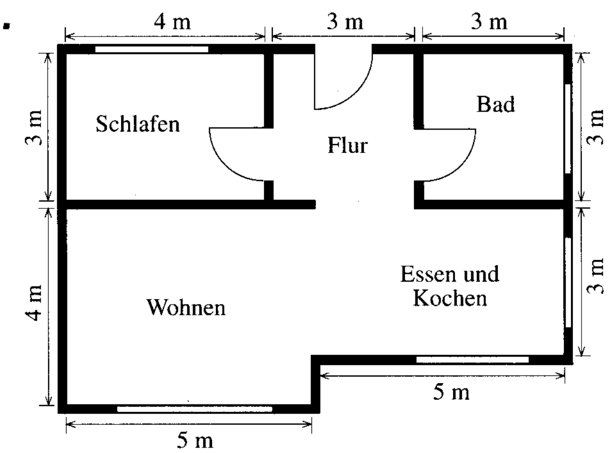
a) $r_a = 4{,}2$ cm, $r_i = 3{,}5$ cm   b) $d_a = 33$ mm, $d_i = 24$ mm

c) $r_a = 0{,}45$ m, $r_i = 0{,}39$ m   d) $d_a = 12{,}4$ cm, $d_i = 11{,}7$ cm

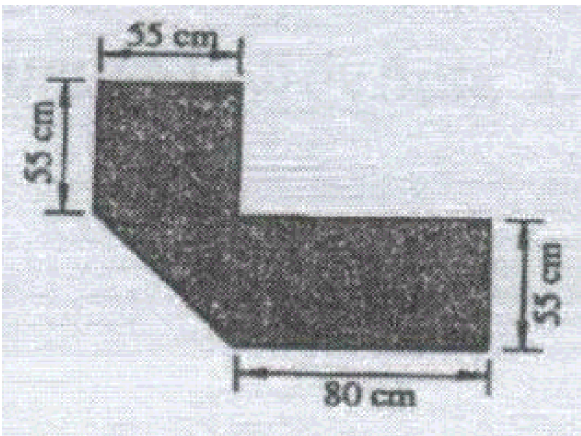
4.4 Sach- und Anwendungsaufgaben

1. Ein Blumengeschäft hat 3 Schaufenster. Jedes Fenster ist 4 m hoch und 5 m breit. Eine Reinigungsfirma berechnet 1,09 € für das Putzen der Fenster pro m² (Nettopreis). Wie hoch sind die Gesamtkosten (also einschließlich von 16 % Mehrwertsteuer)?

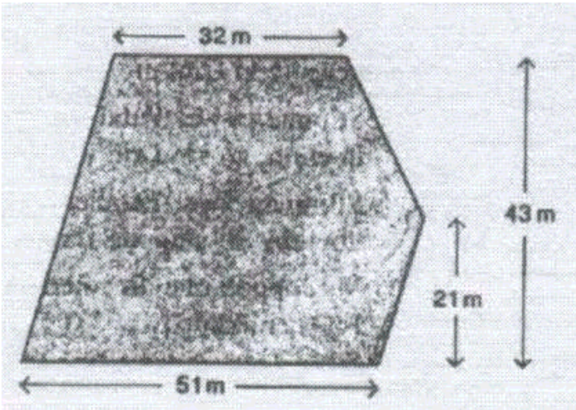
2. Gegeben ist die Grundfläche einer Wohnung (s. Grundriss). Berechne die Größe der Wohnungsfläche! Berechne den Mietpreis, wenn man pro Quadratmeter 5,50 € Miete zahlen muss (ohne Nebenkosten)!



3. Tischplatten sind nicht immer rechteckig. Berechne die Größe der abgebildetenTischplatte! Berechne den Preis dieser Tischplatte, wenn der Quadratmeterpreis 63,50 € beträgt! (Berechnung über Zerlegen in mehrere Teilfiguren – Addition der Teilergebnisse oder Ergänzen zu einem vollen Rechteck und anschließender Differenzbildung)



4. Auf die Rasenfläche (s. Abbildung) sollen je Quadratmeter 60 g Dünger aufgebracht werden. Wie viel kg Dünger werden benötigt?



5. Anke und Gerd fahren mit dem Fahrrad zur Schule.
Ihr Schulweg ist 4,8 km lang. Der Durchmesser von Ankes Felgen beträgt 26 Zoll, der von Gerds 28 Zoll.
Die Reifen sind jeweils ca. 4 cm dick. Wie oft dreht sich Ankes Vorderrad auf dem Schulweg, wie oft Gerds? (1 Zoll = 2,54 cm)

6. Stelle dir vor, um den Äquator wird ein Seil gespannt. Nun verlängere in Gedanken das Seil um einen Meter und spanne es so, dass es überall gleichweit von der (Erd-)Kugel entfernt ist!
Was meinst du, ob wohl eine Maus unter dem Seil durchschlüpfen kann?

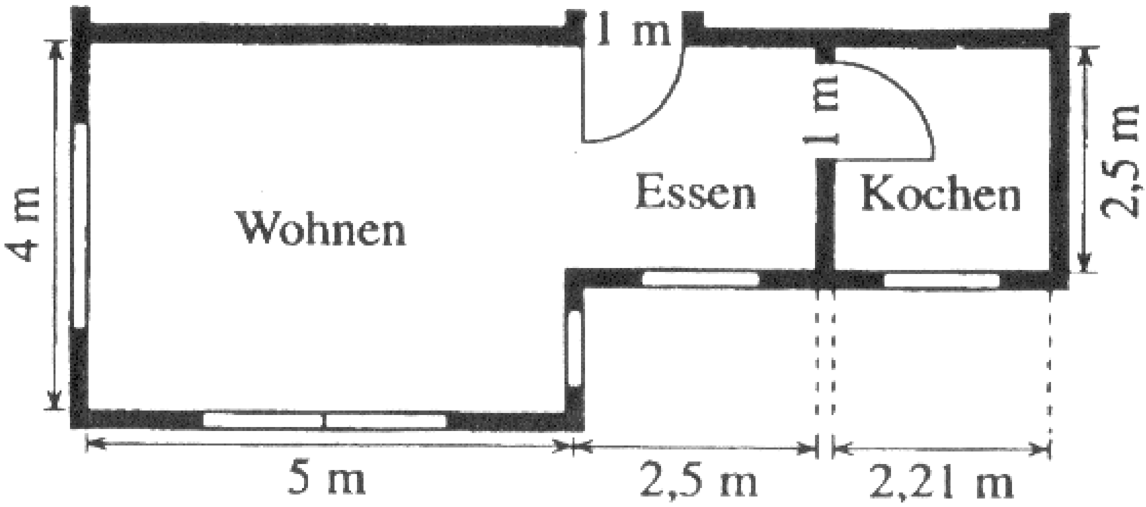
5 Methodische Aspekte des Einsatzes von Aufgaben

5.1 Zur Differenzierung des Anforderungsniveaus bei Sach- und Anwendungsaufgaben

Sach- und Anwendungsaufgaben bieten z. B. durch unterschiedliche Komplexität des Sachverhaltes oder durch das Angeben von mehr oder weniger konkreten Arbeitsaufträgen viele Möglichkeiten, differenziert zu arbeiten. In den folgenden Aufgabenbeispielen wurde der Schwierigkeitsgrad von A (einfach, kurzschrittig, überschaubar, geschlossen) bis C (anspruchsvoll, komplex, offen) gestaltet. Die „eigentliche“ Aufgabe ist durch den Schüler bzw. die Schülerin oft selbst erst zu formulieren.
Der bewusste Einsatz unterschiedlicher Frage- bzw. Aufgabenstellung zu ein und demselben Problem bietet neben der Differenzierung nach dem Leistungsniveau auch besondere Möglichkeiten für die selbständige Arbeit an einem Problem, z. B. in Schülergruppen. Die Sachverhalte ohne ganz konkrete Vorgabe einer Fragestellung bieten sich auch als häusliche Aufgabe an.

Aufgabenbeispiele

1. Gegeben ist die Grundfläche einer Wohnung (s. Grundriss).



Wohnzimmer und Essplatz sollen
a) mit quadratischen Teppichfliesen von 50 cm Seitenlänge ausgelegt werden.
b) mit einer Teppichsockelleiste versehen werden.

A: Berechne den Flächeninhalt des Wohnzimmers mit Essplatz.
Wie viel Fliesen werden benötigt, wenn kein Verschnitt berücksichtigt wird?
Berechne die erforderliche Länge der Sockelleiste.
Die Leisten werden nur in 2 m Länge hergestellt.
Wie viel Leisten muss man kaufen?
B: Wie viel Fliesen werden benötigt, wenn mit 5 % Verschnitt gerechnet wird?

Die Leisten werden nur in 2 m Länge hergestellt.
Wie viel Leisten muss man kaufen?

C: Gegeben ist die Grundfläche einer Wohnung (s. Grundriss).
Formuliere zu diesem Sachverhalt mindestens eine sinnvolle Frage bzw. Aufgabe. Beantworte bzw. löse sie dann.

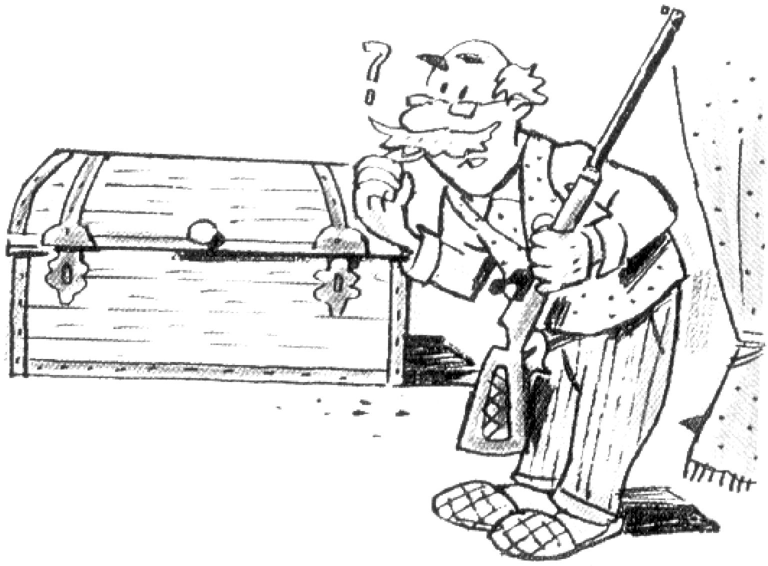
2.

A: Wie groß müsste der Radius eines Kreises sein, auf dem eine Million Menschen stehen könnte?
   a) Gib zuerst den Flächeninhalt des Kreises an. Gehe davon aus, dass auf einem Quadratmeter vier Menschen Platz haben.
   b) Berechne den Radius des Kreises.

B: Wie groß müsste der Radius eines Kreises sein, auf dem eine Million Menschen stehen könnte? Man rechnet, dass auf einem Quadratmeter vier Menschen Platz haben. Schätze zuerst.

C: Wie groß müsste der Radius eines Kreises sein, auf dem eine Million Menschen stehen könnte?

3.



.

Herr Gustav hat in seinem Wohnzimmer an der Wand ein 1,60 m langes, altes Jagdgewehr hängen. Weil sein 14-jähriger Neffe zu Besuch kommt, will er es vorsichtshalber in einer quaderförmigen Truhe verstecken.

A: Ist dies überhaupt möglich, wenn die Truhe 1,50 m lang, 60 cm breit und 50 cm hoch ist?
Skizziere die quaderförmige Truhe. Zeichne die Raumdiagonale ein und berechne ihre Länge.

B: Ist dies überhaupt möglich, wenn die Truhe 1,50 m lang, 60 cm breit und 50 cm hoch ist?

C: Welche Maße könnte diese quaderförmige Truhe haben. Gib verschiedene Möglichkeiten an.

5.2 Zur Gestaltung von Kurzübungen

Die kontinuierliche Festigung ist ein wichtiges Unterrichtsprinzip, um sicheres Wissen und Können herauszubilden. Dabei dienen Übungsphasen der Sicherung des Ausgangsniveaus, der Festigung des aktuellen Unterrichtsstoffes sowie der längerfristigen Wiederholung. **Unerlässlich in diesem Festigungsprozess sind kontinuierlich eingesetzte Kurzübungen.**

Diese Aufgabenkomplexe müssen leicht einsetzbar und ebenso vergleichbar sein. Sie sollten nur ein geringes Zeitvolumen beanspruchen. Folien und Arbeitsblätter bieten sich besonders an. Kurzübungen erfordern eine gründliche Vorbereitung, denn sie sollten eine treffende Auswahl an Aufgaben enthalten und so abwechslungsreich wie nur möglich gestaltet werden.

Die Aufgabenbeispiele zu den inhaltlichen Schwerpunkten aus dem Abschnitt 4 enthalten eine Fülle an Aufgaben, die in vielseitigen Übungsphasen einsetzbar sind.

Beispiele für Kurzübungen in Partnerarbeit

Ein Schüler skizziert mehrere Winkel unterschiedlicher Größe. Der Nachbar wird aufgefordert, die jeweilige Winkelart zu nennen.

Ein Schüler kennzeichnet in einer Skizze (geschnittene Parallelen) einen Winkel. Der Nachbar wird aufgefordert, Stufen-, Neben-, Wechsel- und Scheitelwinkelpaare zu nennen.

Ein Schüler skizziert ein Dreieck und lässt seinen Nachbarn die Dreiecksart nach Seiten und Winkeln einschätzen.

Das Umwandeln von Größen (Längen, Flächeninhalte) kann auch in Partnerarbeit trainiert werden.

Die Nachbarn fordern sich gegenseitig auf, die Formeln zur Berechnung des Umfangs und des Flächeninhalts vom Quadrat, Rechteck, Trapez, Dreieck und Kreis anzugeben bzw. im Tafelwerk aufzusuchen und nach bestimmten Größen umzustellen. Die Partner kontrollieren sich gegenseitig.

Diese Variante hängt stark von der Klassensituation und von der Erfahrung der Schüler bezüglich solcher Methoden und Kooperationsformen ab.

Schülerinnen/Schüler formulieren selbst Aufgaben-Vorschläge

Unter vorgegebenen Schwerpunkten planen Schüler als längerfristige Hausarbeit eine tägliche Übung mit Lösungen.
Z. B.: Eine Übung soll zu Dreiecksarten geplant werden.
Der Schüler soll die Dreiecke durch ihre Eckpunkte im Koordinatensystem vorgeben oder Dreiecke auf einer Folie vorbereiten.

Z. B.: Eine Übung zu Winkeln im Dreieck bzw. Viereck soll geplant werden.
Der Schüler soll selbstständig eine Skizze vorbereiten und entscheiden, welche Winkel zu bestimmen sind.

Z. B.: Den Schülern wird ein Sachverhalt (z. B. Satz des Pythagoras) vorgegeben. Sie formulieren einen passenden Text.

Diese Varianten tragen dazu bei, dass die Schülerinnen und Schüler stärker in die Gestaltung der Aufgaben und deren Kontrolle einbezogen werden. Erfahrungsgemäß identifizieren sie sich dadurch stärker mit den Aufgaben. Der Lehrer hat in diesen Übungsphasen die schwierige Aufgabe der differenzierten Hilfestellung. Zusätzlich muss er die von den Schülern erarbeiteten Übungen genau sichten, damit keine wichtige Aufgabenstellung vergessen wird.

5.3 Aufgabenvielfalt

Die angegebenen Aufgaben des vorangestellten Teils und auch die Sach- und Anwendungsaufgaben des nachfolgenden Abschnitts verdeutlichen bereits ein zentrales Anliegen: Vielfältige Aufgabenstellungen hinsichtlich verschiedener Aspekte (u. a. Aufgabenumfang, Komplexität, Schwierigkeitsgrad, Art der Einbettung in Zusammenhänge).

Mit dem folgenden Beispiel „Märchen von den Vierecken" soll gezeigt werden, dass auch die Darbietungsform für das Lernen wichtig ist.

Das „Märchen von den Vierecken" kann im Unterricht in verschiedenen didaktischen Situationen eingesetzt werden, z. B.:

- Vor der Behandlung der Vierecke als Motivation für den Einstieg in die neue Unterrichtsproblematik

Da die im Märchen genannten Vierecksarten bereits bekannt sind, sollen die neuen Begriffe „konkav", „Trapez" usw. herausgefunden werden. Es können auch bereits spezifische Eigenschaften einiger Vierecke besprochen werden. Eine systematische Behandlung der Vierecke kann sich anschließen.

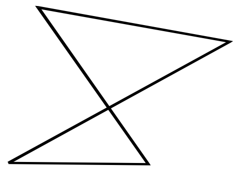
- Zur Festigung und Systematisierung

Nach dem Lesen des Märchens werden die Schüler aufgefordert, über die Zusammenhänge zwischen den genannten Vierecksarten zu sprechen und typische Eigenschaften zu nennen.

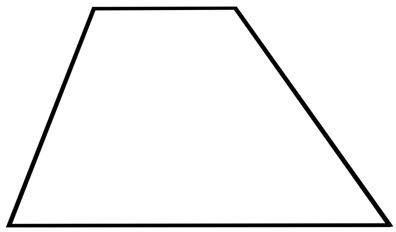
Das Märchen von den Vierecken

Lange vor den Menschen beherrschten die Dinos die Erde. Das weiß heute jedes Kind. Was aber kaum jemand weiß: Die Welt war lange vor den Dinosauriern völlig in der Hand der Vierecke. Sie hatten kaum natürliche Feinde. Die Dreiecke waren zwar spitzer aber dafür auch viel dümmer. Na und die Fünf- und Sechsecke waren den ganzen Tag damit beschäftigt, ihre Ecken zu zählen.
Die Vierecke lebten in großen Stammesgruppen und betrieben regen Handel, z. B. mit Diagonalen.

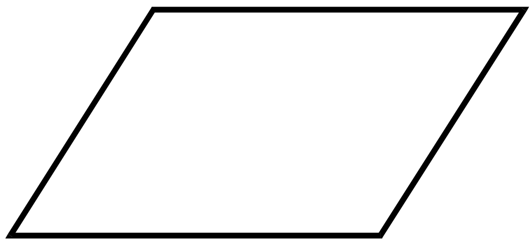
Ein Stammesverband lebte sehr abgeschieden in einem Tal. Oft heirateten Vierecke, die eigentlich verwandt waren. Manchmal ging es daneben und die Kinder waren konkav.



Immer öfter hatten die Kleinen aber ein schönes Aussehen durch zwei völlig parallele Seiten. Man nannte sie Trapeze. Viele Vierecke hängten sich Bilder von diesen Zeitgenossen an die Höhlenwände. Noch heute sprechen wir dabei vom TRAPEZIEREN.



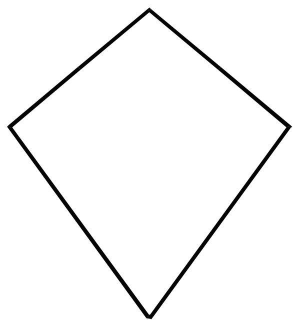
Als es nach mehreren Generationen zu Ehen zwischen zwei Trapezen kam, gab es sogar Kinder. Weil bei ihnen zwei Seitenpaare zueinander parallel waren, nannte man sie Parallelogramme. Diese führten ihren Stamm zu Reichtum und Macht.



Drei Täler weiter war die Entwicklung nicht so günstig abgelaufen. Hier herrschte

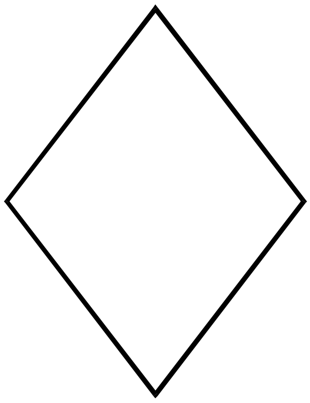
Anarchie.

Besonders arg trieb es eine Gruppe von Vierecken, die auf Grund ihrer Körperform (ihre Diagonalen waren senkrecht zueinander und eine spitze Ecke machte sie gefährlich im Nahkampf) zu Gewalt neigten. Sie nannten sich Drachen.

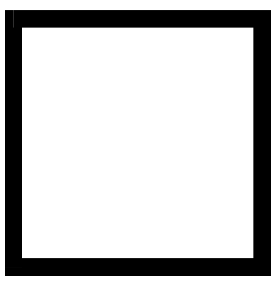


Die Parallelogramme sahen nur einen Ausweg. Durch ein Bündnis mussten sie einer Eroberung entgehen. Und so schickten sie die schöne Königstochter zu den Drachen, um deren Prinzen zu heiraten. So bildhübsch wie sie war, gelang es ihr natürlich auch den Königssohn für sich zu gewinnen. Der Drachenprinz war so angetan, dass er bald sehr zahm wurde. Er ging nicht mehr zu wilden Partys mit losen Vierecksbräuten, sondern half seiner Frau beim Waschen und Stopfen der Eckenschoner.

Und was hatten sie für schöne Kinder. Sie hatten die zwei Paar parallelen Seiten von ihrer Mutter und die senkrechten Diagonalen von ihrem Vater. Dadurch waren auch alle ihre Seiten gleichlang. Man rief sie Rhombus und Raute.



Als Rhombus nun herangewachsen war und König werden sollte, konnte er einfach keine Frau finden, die ihm so richtig gefiel. Deshalb wurde der allwissende Professor Eckstein beauftragt, mit seiner neuen Methode der Gentechnik eine dem Prinzen ebenbürtige Vierecksfrau zu schaffen. Es gelang ihm. Sie war ein rassiges Parallelogramm und hatte vier wunderbare rechte Winkel. Sogar die linken Ecken waren Rechte.
Rhombus war hin und weg, als er diese Frau mit dem wohlklingenden Namen Rechteck zum ersten Mal sah. Das Retortenzeichen auf Ihrer Schulter störte ihn nicht. Sie wurden glücklich und hatten viele Kinder. Diese hatten allesamt vier gleich lange und parallele Seiten, senkrechte Diagonalen und vier rechte Winkel. Und wenn sie nicht gestorben sind, so quadrieren sie noch heute.



5.4 Befähigung zum Lösen von Sach- und Anwendungsaufgaben

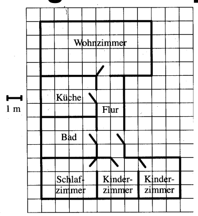
Zur Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts gehört u. E. auch, **Fähigkeiten zur Textanalyse**, zur **Entwicklung eigener Lösungsstrategien** sowie zur **Akzeptanz verschiedener Lösungswege** der Schülerinnen und Schülern zu fördern.

Um dieses Ziel zu erreichen, ist das systematische Vermitteln von Methodenkompetenz wichtig.
Dabei hat sich auch das Verwenden von Arbeitsblättern bewährt (s. dazu den Vorschlag aus dem Arbeitsmaterial „Basiswissen Prozentrechnung“). Diese Variante ist auch in der Planimetrie prinzipiell anwendbar (s. S. 43).

Weder dieses Arbeitsblatt selbst noch die darauf befindlichen Handlungsschritte sind zwingend bei der Lösung aller Anwendungsaufgaben explizit zu nutzen. Es kommt vielmehr darauf an, diese Lösungsstrategien zu verinnerlichen und als Orientierungsgrundlage für die „passfähige“ Anwendung im Einzelfall zu verwenden.

So kann es sinnvoll sein, den Schülerinnen und Schülern auch andere Varianten für ein systematisches Vorgehen anzubieten, so dass sie zum einen den gemeinsamen Kern erkennen, und zum anderen eventuell das ihrem „Lösertyp“ eher entsprechende Angebot nutzen (s. S. 44).

Arbeitsblatt mit Lösung

<table>
<tr><td colspan="4">Aufgabenbeispiel:

Wie hoch ist die monatliche Miete (11 DM pro m²)?</td></tr>
<tr><td colspan="4">Ich verstehe die Aufgabe besser, wenn ich .....</td></tr>
<tr>
<td>......eine Skizze anfertige.
- bereits in der Aufgabenstellung vorhanden</td>
<td>.....überlege, was gegeben ist.
- Maßstab
- Grundriss mit Zimmeraufteilung</td>
<td>.....überlege, welche Zusammen-hänge bestehen.
- Rechtecke und Quadrate als geometrische Figuren
- Miete für 1 m² : 11 DM</td>
<td>....überlege, was sonst noch wichtig ist.
- Gesamtfläche der Wohnung muss mit dem Quadratmeter-preis multipliziert werden</td>
</tr>
<tr>
<td>Mein Lösungsweg:
- $A_{ges} = A_W + A_{Kü} + A_F + A_B + A_S + 2 \cdot A_{Ki}$
- $A_{ges} = 98\ m^2$
- Miete: 1078 DM
- (Nebenrechnung: $98 \cdot 11$)</td>
<td>Ich kontrolliere über einen anderen Lösungsweg
- Auszählen der Kästchen der Wohnung
- 98 Kästchen entspricht 98 m²
- Miete: 1078 DM</td>
<td>Ein Lösungsweg meiner Mitschüler, der mir gut gefällt
- Differenzberechnung
- Gesamtfläche: 130 m²
Restfläche: 32 m²
Differenz: 98 m²</td>
<td>Bemerkungen:</td>
</tr>
<tr><td colspan="4">Mein Ergebnis ist richtig, weil ....</td></tr>
</table>

Handlungsorientierung für das Lösen von Anwendungsaufgaben

1. Lies dir den Text gründlich durch!
   Worum geht es in der Aufgabe? Suche die wesentlichen Angaben heraus!

2. Fertige ggf. eine Skizze an (oder vervollständige sie, trage dir bekannte Größen ein)!
   Kann die Figur eventuell zerlegt oder ergänzt werden? Können Hilfslinien eingezeichnet werden?
   Was ist gegeben/gesucht? Welche Beziehungen gibt es zwischen den Größen?
   Müssen Einheiten umgerechnet werden?

3. Überlege dir einen Lösungsplan!
   Wie kannst du fehlende Angaben ermitteln? Findest du eine Lösung durch Probieren?
   Benötigst du eine Gleichung oder Formel?

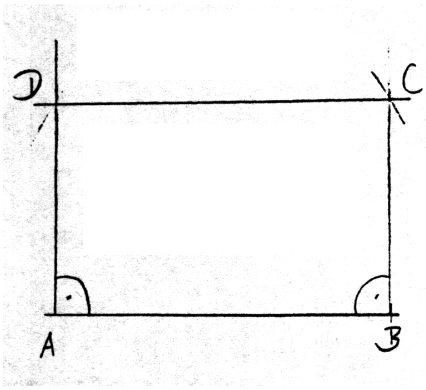
4. Jetzt versuche die Aufgabe zu lösen! Wie gehst du am günstigsten vor?
   Kannst du schon vor der Rechnung einen Überschlag machen?

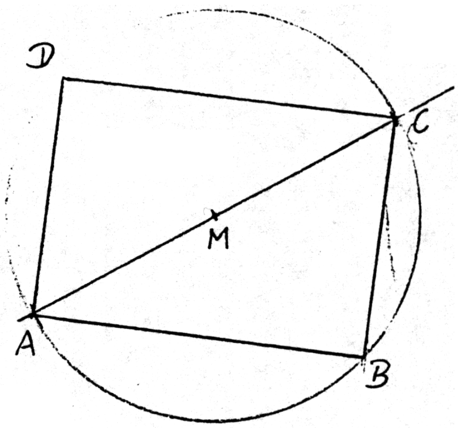
5. Kontrolliere das Ergebnis! Kann diese Lösung richtig sein? (Kontrolle an Hand der Zeichnung, Überschlag, am Text . . . .)
   Beachte die sinnvolle Genauigkeit!
   Wie heißt die Antwort?

Während die Arbeitsblätter auf den Seiten 42 f. eine allgemeine Lösungsstrategie enthalten, kann es in anderen Fällen sinnvoll sein, zu einzelnen Aufgaben speziell aufbereitete Arbeitsblätter zu verwenden, um z. B. die Schüler bewusst an andere Aspekte beim Lösen von Aufgaben heranzuführen.

Beispiel:

Konstruiere ein Rechteck, das 5 cm lang ist und eine 6 cm lange Diagonale hat.





Das Ziel ist, die beiden in der Abbildung angedeuteten Lösungswege zu entwickeln und zu vergleichen.

Man könnte zunächst die Aufgaben ganz offen stellen (s. oben).

Folgende Aufgabenformulierung orientiert bereits gezielter:

Konstruiere ein Rechteck, das 5 cm lang ist und eine 6 cm lange Diagonale hat. Versuche zwei Lösungswege zu finden.

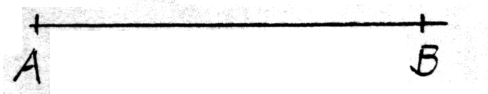
Eine größere Hilfe bietet folgendes Arbeitsblatt:

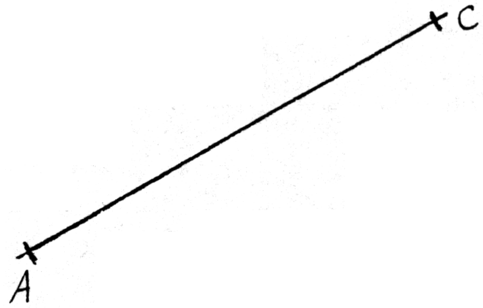
Verschiedene Konstruktionen führen zum Ziel

<u>Aufgabe:</u>

Konstruiere ein Rechteck, das 5 cm lang ist und eine 6 cm lange Diagonale hat.

Vervollständige dazu die beiden Konstruktionsansätze.
Gib wichtige Eigenschaften oder Sätze an, die du zur Konstruktion nutzen kannst.





Beschreibe die beiden Konstruktionsmöglichkeiten.

Die Erfahrungen zeigten, dass Schüler sich durchaus der Untersuchung verschiedener Lösungsvarianten aufgeschlossen gegenüber verhalten.

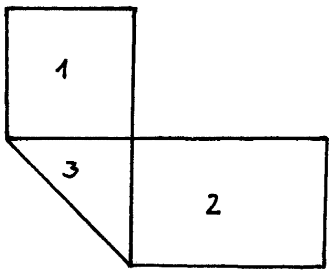
Zum Beispiel wurden mit **Aufgabe 3 aus dem Abschnitt 4.4** folgende Erfahrungen in einer Klasse mit 23 Schülern gesammelt. Es ergab sich folgendes Bild:

Aufgabe richtig gelöst: 16 Schüler

Aufgabe falsch gelöst: 7 Schüler

Beim Lösen der Aufgabe kamen folgende Varianten zur Anwendung:

1.Variante:



Zerlegen der Figur in drei Teilfiguren (Quadrat, Rechteck, Dreieck)

Berechnen des Flächeninhalts der drei Teilfiguren

$$A_1 = 55\text{ cm} \cdot 55\text{ cm} = 3025\text{ cm}^2$$
$$A_2 = 55\text{ cm} \cdot 80\text{ cm} = 4400\text{ cm}^2$$
$$A_3 = \frac{1}{2} \cdot 55\text{ cm} \cdot 55\text{ cm} = 1512{,}5\text{ cm}^2$$

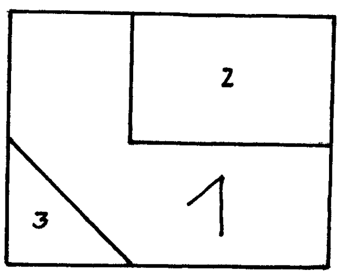
Addieren der Teilergebnisse

$$A = A_1 + A_2 + A_3$$
$$A = 8937{,}5\text{ cm}^2$$
$$A \approx 0{,}89\text{ m}^2$$

Berechnen des Preises

$$P = 0{,}89\text{ m}^2 \cdot 125\text{ DM/m}^2$$
$$P = 111{,}25\text{ DM}$$

2. Variante:



Ergänzen der Figur zu einem Rechteck

Berechnen des Flächeninhalts der drei entstandenen Figuren (2 Rechtecke, Dreieck)

$A_1 = 110\text{ cm} \cdot 135\text{ cm} = 14850\text{ cm}^2$

$A_2 = 55\text{ cm} \cdot 80\text{ cm} = 4400\text{ cm}^2$

$A_3 = \frac{1}{2} \cdot 55\text{ cm} \cdot 55\text{ cm} = 1512{,}5\text{ cm}^2$

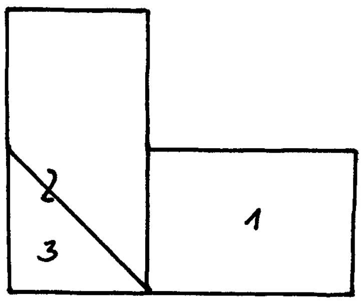
Subtrahieren der Flächeninhalte A_2 und A_3 von A_1

$A = A_1 - (A_2 + A_3)$
$A \approx 0{,}89\text{ m}^2$

Berechnen des Preises

P = 111,25 DM

<u>3. Variante:</u>



Ergänzen der Figur zu zwei Rechtecken

Berechnen des Flächeninhalts der beiden Rechtecke

$A_1 = 80\text{ cm} \cdot 55\text{ cm} = 4400\text{ cm}^2$

$A_2 = 110\text{ cm} \cdot 55\text{ cm} = 6050\text{ cm}^2$

Berechnen des Flächeninhalts vom Dreieck

$A_3 = \frac{1}{2} \cdot 55\text{ cm} \cdot 55\text{ cm} = 1512{,}5\text{ cm}^2$

Subtrahieren des Flächeninhalts vom Dreieck von der Summe der beiden Rechtecke

$A = A_1 + A_2 - A_3$

$A \approx 0{,}89\text{ m}^2$

Berechnen des Preises

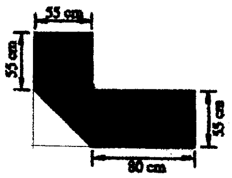
P = 111,25 DM

Nach Variante 1 lösten 19 Schüler die Aufgabe,
nach Variante 2 drei Schüler und
nach Variante 3 nur ein Schüler.
Unsicherheiten beim Lösen der Aufgabe zeigten sich an den folgenden Stellen:

- Umwandeln der Flächeneinheiten (von cm^2 in m^2)
- Ergebnis mit sinnvoller Genauigkeit angeben
- Darstellung des Lösungsweges („mathematische Form")

Beispiel einer Schülerlösung

3. Tischplatten sind nicht immer rechteckig.
- **Berechne die Größe der Tischplatte!**
- **Berechne den Preis der Tischplatte, wenn 1 m² 125 DM kostet!**



$A = a \cdot b$

$55 cm \cdot 55 cm = 3025 cm^2$

$55 cm \cdot 80 cm = 4400 cm^2$

$55 cm \cdot 55 cm = 3025 cm^2$

$3025 cm : 2 = 1512{,}5 cm^2$

$3025 cm^2 + 4400 cm^2 + 1512{,}5 cm^2 = 8937{,}5 cm^2 =$

$0{,}89375 m^2$

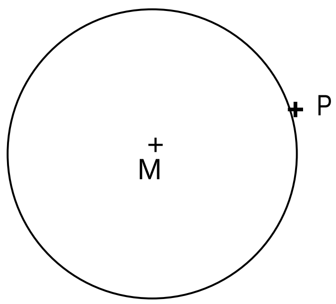
$0{,}89375 m^2 \cdot 125 DM = 111{,}71875 DM$

6 Kontrollaufgaben

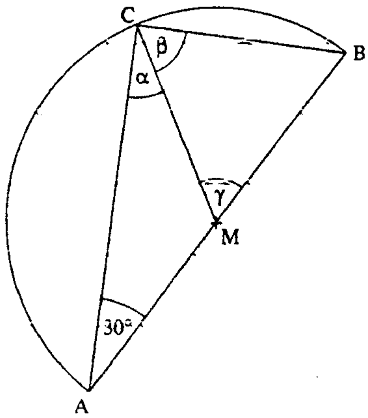
Test zur Planimetrie (Vierecke, Kreis, Körper)

Name: ______________________________ Klasse: ____________________

1. Konstruiere die Tangente an den Kreis um M durch den Punkt P.



2. Benenne die Dreiecksarten der Dreiecke ABC, AMC und ABM nach Seiten und Winkeln. Berechne die fehlenden Winkelgrößen. Begründe.



Δ ABC: ____

____

Δ MBC: ____

____

Δ AMC: ____

____

α = ____________ β = ____________ γ = ____________

3. Entscheide, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind!

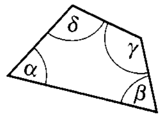
   a) Wenn in einem Viereck alle Seiten gleich lang sind, so ist es ein Quadrat.

   b) Ein Parallelogramm, in dem zwei benachbarte Seiten gleich lang sind, ist ein Rhombus.

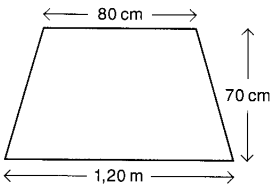
   c) Ein Trapez mit zwei rechten Innenwinkeln ist ein Rechteck.

4. Ergänze!

	α	β	γ	δ
Trapez	30°	70°		
Parallelogramm	30°			
Rhombus			90°	
Trapez	45°		110°	



5. Wie teuer ist die neue Fensterscheibe (siehe Skizze), wenn für ein Quadratmeter Glas 70 € berechnet werden?



6. Konstruiere folgendes Dreieck. Zeichne eine Planfigur und gib den verwendeten Kongruenzsatz an.

Gegeben: $a = 3{,}5$ cm
$\gamma = 76°$
$b = 4{,}8$ cm

a) Planfigur:

b) Kongruenzsatz:

c) Konstruktion:

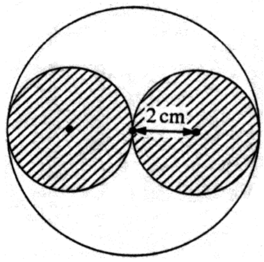
Test zur Planimetrie (Basiswissen Klasse 8)
(Umfang und Flächeninhalt eines Kreises, Satz des Pythagoras)

Name: ____________________________ Klasse: ______________

1. a) Berechne den Flächeninhalt des großen Kreises.

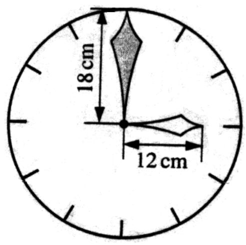
   b) Berechne den Flächeninhalt der schraffierten Fläche.

   c) Vergleiche die Flächeninhalte.



2. a) Berechne die Weglänge, die die Spitze des großen Zeigers in einer Stunde zurück legt.

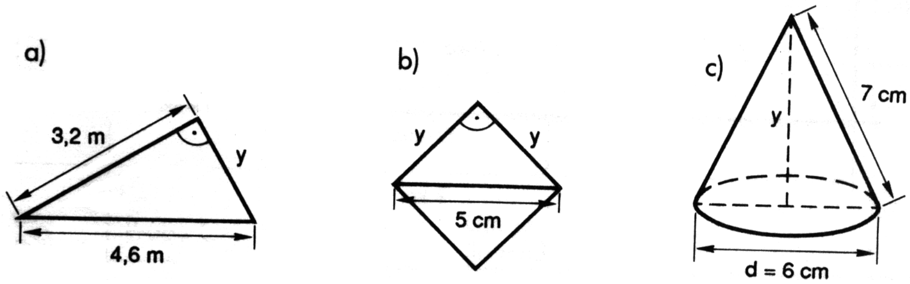
   b) Berechne die Weglänge, die die Spitze des kleinen Zeigers an an einem Tag zurück legt.



3. Der in Amerika stehende „Big Tree“ soll der „dickste“ Baum der Welt sein. Er hat einen Umfang von 20,6 m.
   a) Berechne den Durchmesser des Baumes.

   b) Wie groß ist seine Schnittfläche?

4. Berechne y!

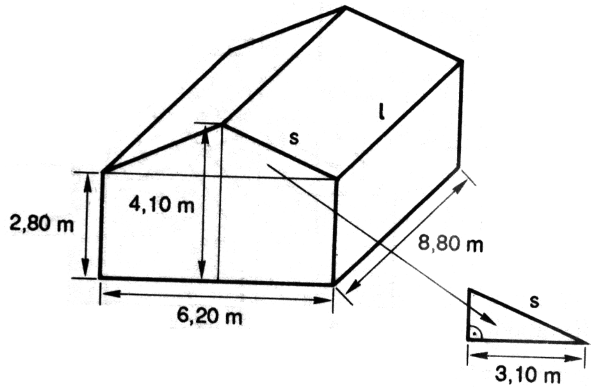


5. Überprüfe durch Rechnung, ob ein Dreieck mit den angegebenen Seitenlängen rechtwinklig ist (Maßangaben in mm).

   a) 2,5; 6; 6,5 b) 4; 5; 6

6. a) Berechne die Länge von s.

   b) Berechne die Dachfläche.



Literaturverzeichnis

(1) Elemente der Mathematik 5, Lehrbuch, Schroedel Schulbuchverlag GmbH, Hannover 1994, ISBN 3-507-83725-0

(2) Elemente der Mathematik 6, Lehrbuch, Schroedel Schulbuchverlag GmbH, Hannover 1994, ISBN 3-507-83726-9

(3) Mathematik 6 entdecken•verstehen•anwenden, Lehrbuch, Oldenbourg Verlag GmbH, München 1993, ISBN 3-486-13006-4

(4) Mathematik 7 entdecken•verstehen•anwenden, Lehrbuch, Oldenbourg Verlag GmbH, München 1993, ISBN 3-486-13007-2

(5) Mathematik 5 entdecken•verstehen•anwenden, Arbeitsheft, Oldenbourg Verlag GmbH, München 1994, ISBN 3-486-13105-2

(6) Mathematik 6 entdecken•verstehen•anwenden, Arbeitsheft, Oldenbourg Verlag GmbH, München 1994, ISBN 3-486-13106-0

(7) Mathematik 6, Arbeitsheft, Volk und Wissen Verlag GmbH, Berlin 1992, ISBN 3-06-000610-5

(8) Mathematik plus, Gymnasium Kl.7 Sachsen-Anhalt, Lehrbuch, Volk und Wissen Verlag GmbH, Berlin 2000, ISBN 3-06-000757-8

(9) Mathematik plus, Gymnasium Kl.8 Sachsen-Anhalt, Lehrbuch, Volk und Wissen Verlag GmbH, Berlin 2000, ISBN 3-06-000851-5

(10) Mathematik 9, Gymnasium, Lehrbuch, Volk und Wissen Verlag GmbH, Berlin 1995, ISBN 3-06-000924-4

(11) Meine täglichen Übungen in Mathematik , Klasse 8, Heft 1, Paetec Gesellschaft für Bildung und Technik mbH, Berlin 1994, ISBN 3-89517-112-3

(12) Mathematik 8, Lehrbuch - Gymnasium Sachsen- Anhalt, Paetec Gesellschaft für Bildung und Technik mbH, Berlin 2001, ISBN 3-89517-198-0

(13) Ernst Klett Schulbuchverlag GmbH, Lambacher Schweizer Sachsen- Anhalt 6, Lehrbuch, Stuttgart 1995, ISBN 3-12-730920-1

(14) Ernst Klett Schulbuchverlag GmbH, Arbeitsheft Mathematik Band 4, Stuttgart 1994, ISBN 3-12-748180-

(15) Mat(h)erialien 7-10 Geometrie, Schroedel Schulbuchverlag GmbH, Hannover 1996, ISBN 3-507-73503-2

(16) Schnittpunkt 6, Sachsen- Anhalt, Lehrbuch, Ernst Klett Schulbuchverlag GmbH Leipzig 1995, ISBN 3-12-742260-1

(17) Mathematik plus Kl.6 Förderstufe, Lehrbuch, Volk und Wissen Verlag GmbH, Berlin 1999, ISBN 3-06-000656-3

(18) Mathematik heute Kl.7, Lehrbuch, Schroedel Schulbuchverlag GmbH, Hannover 1995, ISBN 3-507-83237-2

(19) Mathematik heute Kl. 7, Arbeitsheft, Schroedel Schulbuchverlag GmbH, Hannover 1995, ISBN 3-507-83247-X

(20) Schnittpunkt 7 Sachsen- Anhalt, Lehrbuch, Ernst Klett Schulbuchverlag GmbH, Leipzig 1996, ISBN 3-12-742270-9

(21) Mathematik heute Kl. 9, Arbeitsheft, Schroedel Schulbuchverlag GmbH, Hannover 1996, ISBN 3-507-83249-6

(22) Mathematik 8, Arbeitsheft, Volk und Wissen Verlag GmbH, Berlin 1992, ISBN 3-06-000816-7

Quellenangaben

Dieses Material entstand in einem Diskussionsprozess, an dem alle Arbeitsgruppenmitglieder beteiligt waren. Die Aufgaben wurden zusammengetragen auf Grund der Erfahrungen. Ursprünge und Quellen lassen sich daher in der Regel nicht mehr genau lokalisieren. Zahlreiche Aufgaben können wohl auch als Allgemeingut angesehen werden.

Im folgenden werden von solchen Aufgaben die Quellen angegeben, bei denen diese Annahme „Allgemeingut" u. E. nicht zutrifft.

Im Abschnitt 4.1

Seite	Aufgabe	Quellenangabe
14	6	(6), S. 11
15	7	(7), S. 22
16	10	(6), S. 10
17, 18	12, 13, 14, 15	(5), S. 27, 28
19	16	(7), S. 24
19	17	(2), S. 235
20	20	(3), S. 65
21	23	(6), S. 19
22	26	(16), S. 164
23	30, 31	(8), S. 135, 134
24	32	(10), S. 129

Im Abschnitt 4.2

Seite	Aufgabe	Quellenangabe
25	4	(3), S. 83

Im Abschnitt 4.3

Seite	Aufgabe	Quellenangabe
28	16, 17	(20), S. 122, 121
29	20	(20), S. 128
29	22	(18), S. 169
29	23	(20), S. 131
30	29	(20), S. 134

Im Abschnitt 4.4

Seite	Aufgabe	Quellenangabe
33	2	(19), S. 30
33	3	(21), S. 89

Im Abschnitt 5.1

Seite	Aufgabe	Quellenangabe
36	Aufgabenbeispiel 2	(12), S. 133
36	Aufgabenbeispiel 3	(9), S. 134

Im Test 1 und 2

Seite	Aufgabe	Quellenangabe
49, 50	4, 5	(4), S. 123, 152
52	1 u. 2	(14), S. 56
53	6	(22), S. 34