



ANREGUNGEN ZUR SCHUL- UND UNTERRICHTSENTWICKLUNG 4/2023

VERGLEICH SARBEIT MATHEMATIK SCHULJAHRGANG 3 – AUSWERTUNGSBERICHT GRUNDSCHULE

Schuljahr 2022/23

Grundschule
Sekundarschule
Gemeinschaftsschule
Gesamtschule
Gymnasium
Berufliches Gymnasium
Förderschule
Berufsbildende Schule

ALLGEMEINES

Mit der Vergleichsarbeit Mathematik wird untersucht, inwieweit Schülerinnen und Schüler des 3. Schuljahrganges die in den Bildungsstandards Fach Mathematik für den Primarbereich festgelegten Kompetenzen /1/ bereits erreicht haben. Im Schuljahr 2022/23 nahmen 15 754 Schülerinnen und Schüler an der Vergleichsarbeit teil.

Der modularisierte Test besteht aus zwei Teilen. Im 1. Teil des Tests (Basismodul) befinden sich Aufgaben zu allen Kompetenzbereichen der Bildungsstandards. Im 2. Teil des Tests (Ergänzungsmodul) werden ausschließlich Kompetenzen zum Bereich *Zahlen und Operationen* überprüft. Die Testaufgaben sind dem fünfstufigen Kompetenzstufenmodell /2/ zugeordnet, das eine Interpretation der mathematischen

Kompetenzen unter Berücksichtigung des gesamten Leistungsspektrums der Schülerinnen und Schülern ermöglicht. Als durchschnittliche Erwartung an die Leistungen der Schülerinnen und Schüler gilt der Regelstandard, die Kompetenzstufe III (KS III). Dies ist bei der Interpretation der Arbeitsergebnisse zu beachten. Die Arbeit dient der Diagnose des erreichten Lernstandes und wird deshalb nicht benotet. Die in diesem Bericht zusammengestellten Ergebnisse dienen den Schulen zur Einordnung, Auswertung und Interpretation ihrer erreichten Leistungen. Aus den schulinternen Erkenntnissen sind Förder- und Unterstützungsmaßnahmen für Schülerinnen und Schüler abzuleiten.

ERGEBNISSE IM ÜBERBLICK

Basismodul (Teil 1)

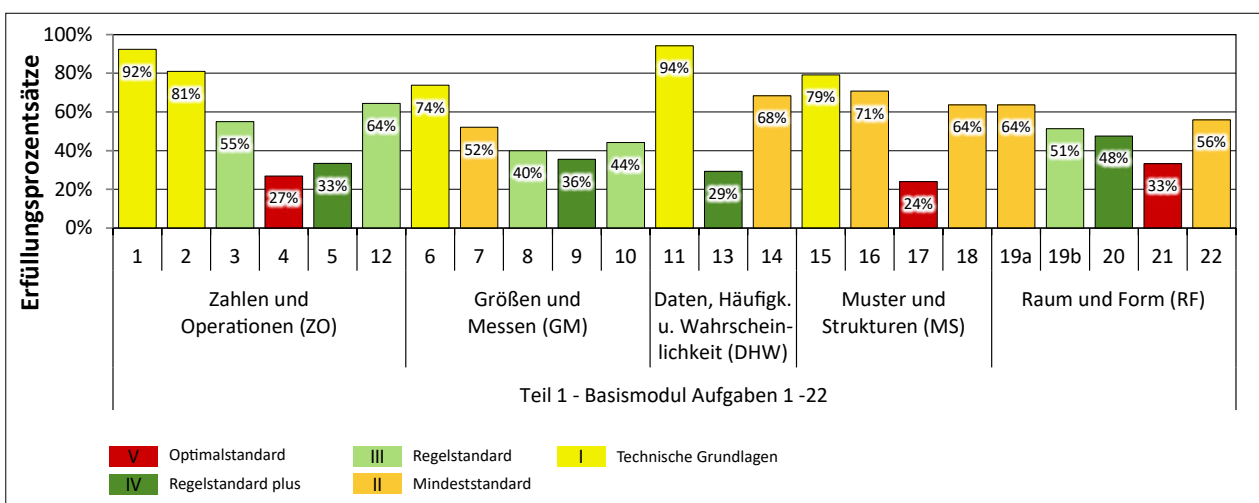


Abb. 1: Landesergebnisse der Vergleichsarbeit Mathematik Schuljahrgang 3, Basismodul (Teil 1), Aufgaben 1 bis 22

Die landesweiten Erfüllungsprozente der getesteten Kompetenzen im Basismodul (Teil 1) stellen sich wie folgt dar (Abb. 1): Fast drei Viertel der Schülerinnen und Schüler (74 %) konnten die Mindestanforderungen (KS I und II) erfüllen. Das Berechnen von Zeit- bzw. Größenangaben sowie das Erfas-

sen von Mustern und Strukturen bereiteten hier die größten Schwierigkeiten. Die Regelanforderungen (KS III) wurden von den Schülerinnen und Schülern zu 50 % bewältigt. Aufgaben mit Optimalanforderungen (KS IV und V) wurden zu einem Drittel von den Lernenden gelöst.

Für die einzelnen Kompetenzbereiche sind folgende Ergebnisse festzustellen:

Zahlen und Operationen

• **Zahldarstellungen und Zahlbeziehungen verstehen**

Fast alle Schülerinnen und Schüler (92 %) konnten die Aufgabe 1 (KS I) richtig lösen. Dies zeigt, dass die meisten von ihnen ein grundlegendes Verständnis des Stellenwertsystems haben und Bündelung sowie Stellenwerte als zentrale Prinzipien erkennen (vgl. Padberg & Benz, 2011, S. 86).

• **Rechenoperationen verstehen und beherrschen**

Ein Großteil der Schülerinnen und Schüler war in der Lage, Rechenoperationen und ihre Zusammenhänge zu verstehen und korrekt zu lösen (Aufg. 2, KS I, 81 %). Die Lösungshäufigkeit sank deutlich, wenn das Ergebnis durch die Bildung der Umkehraufgabe gefunden werden musste (Aufg. 3, KS III, 55 %).

Sollten verschiedene Rechenwege miteinander verglichen und bewertet werden, sank die Lösungshäufigkeit (Aufg. 4, KS V, 27 %). Beim Erkennen verschiedener Rechenstrategien und Rechenvorteile zeigten sich Unsicherheiten. Das Entwickeln einer Vorstellung zu einer Sachsituation und der Transfer in den passenden mathematischen Kontext (Aufg. 5, KS V, 33 %) gelangen einem Drittel der Schülerinnen und Schüler.

• **in Kontexten rechnen**

Das Lösen einer einfachen kombinatorischen Aufgabe durch systematisches Vorgehen (Aufg. 12, KS III) gelang 64 % der Schülerinnen und Schüler. Eine bereits vorgegebene strukturierte Dokumentation zum Finden aller Möglichkeiten unterstützte in dieser Aufgabe den Problemlösungsprozess.

Größen und Messen

• **Größenvorstellungen besitzen**

Fast drei Viertel der Kinder erfüllten den Standard *Repräsentanten für Standardeinheiten kennen* (Aufg. 6, KS I, 74 %). Damit liegt hier die höchste Lösungshäufigkeit im Bereich Größen und Messen vor. Es musste Alltagswissen angewandt werden, um die geeignete Größe durch mathematisches Modellieren zu ermitteln.

• **mit Größen in Sachsituationen umgehen**

Mit weniger als 50 % Erfüllung konnten die Kinder Sachaufgaben mit Größen lösen (Aufg. 8, KS III, 40 % und Aufg. 9, KS IV, 36 %). Beide Aufgaben erforderten Wissen zu den Einheiten des Geldes. Trotz unterschiedlicher Darstellung und Komplexität der Aufgaben (Tabelle mit Daten bei Aufg. 8, Text bei Aufg. 9) sind die Lösungshäufigkeiten ähnlich. Etwa die Hälfte der Schülerinnen und Schüler kann nicht sachgerecht mit gebräuchlichen Zeitangaben umgehen (Aufg. 7, KS II, 52 %).

Raum und Form

• **sich im Raum orientieren**

Räumliche Beziehungen zu erkennen, zu beschreiben, zu nutzen (Aufg. 22, KS II) gelang 56 % der Schülerinnen und

Schüler. Die Herausforderung bestand darin, verschiedene Ansichten von Körpern miteinander zu verknüpfen.

Den Bildungsstandard *zwei- und dreidimensionale Darstellungen von Bauwerken zueinander in Beziehung setzen* repräsentierten zwei Teilaufgaben. Beide Teilaufgaben setzten kopfgeometrische Fähigkeiten voraus, um zu ermitteln, welche Seiten des Würfels gegenüberliegen. Es ist zu vermuten, dass die Lösungshäufigkeit in Aufgabe 19 a (KS II, 64 %) auf Grund der gebräuchlichen Darstellung des Würfelnetzes höher war als bei Aufgabe 19 b (KS III, 51 %).

• **einfache geometrische Abbildungen erkennen, benennen und darstellen**

Knapp die Hälfte der Schülerinnen und Schüler konnte einfache geometrische Abbildungen erkennen und diese an einer vorgegebenen senkrechten Symmetrieachse spiegeln (Aufg. 20, KS IV, 47 %). Dies verdeutlicht noch unsichere Kenntnisse und Fähigkeiten beim Zeichnen ebener Figuren und Umgang mit Symmetrie.

• **Flächen- und Rauminhalte vergleichen und messen**

Das Vergleichen und Messen von Flächen- und Rauminhalten wurde mit einer Aufgabe getestet (Aufg. 21, KS V) und weist die niedrigste Lösungshäufigkeit (34 %) im Bereich Raum und Form auf. Die Herausforderung der Aufgabe bestand einerseits in der Kenntnis des Fachbegriffs „Flächeninhalt“ und andererseits darin, weitere Figuren gleicher Größe zu finden.

Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit

• **Daten erfassen und darstellen**

Die Mehrzahl der Lernenden war in der Lage, Daten aus einem Schaubild zu entnehmen (Aufg. 11, KS I, 94 %), d. h., statistische Darstellungsformen (Strichliste) zu lesen, Daten zu vergleichen und miteinander in Beziehung zu setzen. Im Schaubild in Aufgabe 14 (KS II) wurden unterschiedliche Symbole zur grafischen Darstellung einer bestimmten Menge zugeordnet. Zwei Drittel der Kinder (68 %) konnten die Daten aus einer Tabelle in einem Schaubild darstellen.

• **Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen in Zufallsexperimenten vergleichen**

Die Gewinnchancen bei einem einfachen Zufallsexperiment (Würfelspiel) mussten in Aufgabe 13 (KS IV) eingeschätzt werden. Knapp ein Drittel der Kinder (29 %) erkannte, dass genau zwei Gewinnzahlen festgelegt werden müssen, um die gleiche Gewinnchance zu haben. Diese geringe Lösungshäufigkeit begründet sich vermutlich darin, dass bei der Angabe der Lösung beide Gewinnzahlen mit dem Wort „ODER“ zu notieren waren, da nur so die Gewinnchance von $2/6$ zum Ausdruck gebracht wird.

Muster und Strukturen

• **Gesetzmäßigkeiten erkennen, beschreiben und darstellen**

Die Gesetzmäßigkeit in einem arithmetischen Muster sollte in Aufgabe 15 (KS I) erkannt und fortgesetzt werden.

Fast 80 % der Kinder erkannten, dass der erste Summand stets um 11 vergrößert und der zweite Summand um 11 verkleinert wird und so die Summe gleich bleibt. Das Erkennen und Fortsetzen der Gesetzmäßigkeit in geometrischen Mustern verlangten die Aufgaben 16 (71 %, KS II) und 18 (64 %, KS II).

- **funktionale Beziehungen erkennen, beschreiben und darstellen**

Die geringste Lösungshäufigkeit aller Aufgaben konnte in Aufgabe 17 (KS V) festgestellt werden. Hier sollten funktionale Beziehungen in einer Tabelle untersucht und dargestellt werden. Diese direkte Proportionalität beschreibt eine Beziehung zwischen zwei Werten. Dem Wert der Anzahl der Flaschen ist ein Wert der Anzahl der Gläser zugeordnet. Nur 24 % der Lernenden konnten hier eine geeignete Lösungsstrategie entwickeln.

Ergänzungsmodul (Teil 2)

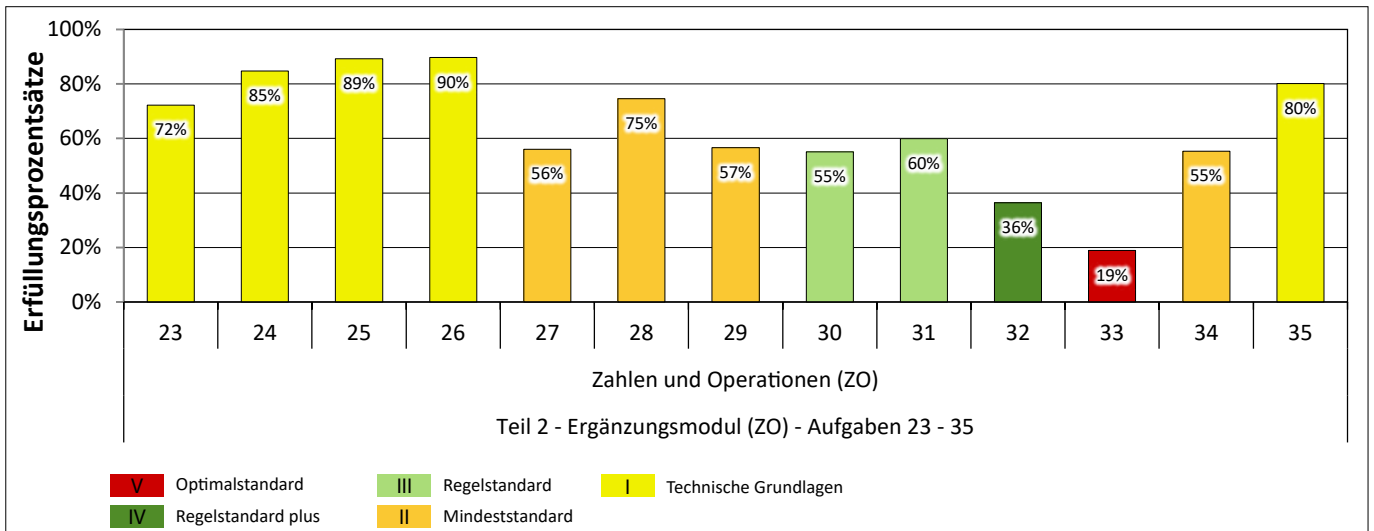


Abb. 2: Landesergebnisse der Vergleichsarbeit Mathematik Schuljahrgang 3, Ergänzungsmodul (Teil 2), Bereich Zahlen und Operationen (ZO), Aufgaben 23 bis 35

Die durchschnittlichen Erfüllungsprozentsätze im Land weisen für das Ergänzungsmodul (Teil 2) im Bereich *Zahlen und Operationen* eine Streuung von 19 % bis 90% auf (Abb. 2). In den Kompetenzstufen I und II (Mindestanforderungen), die Routinen auf Grundlage einfachen begrifflichen Wissens in einem klar strukturierten Kontext verlangen, lag die Lösungshäufigkeit bei durchschnittlich 74 %.

Aufgaben der Kompetenzstufe III (Regelanforderungen), die das Erkennen und Nutzen von Zusammenhängen in einem vertrauten mathematischen und sachbezogenen Kontext erforderten, lösten die Schülerinnen und Schüler zu ca. 58 %. Aufgaben der Kompetenzstufen IV und V (Optimalanforderungen), die das sichere Anwenden von begrifflichem Wissen und das Modellieren komplexer Probleme verlangten, lösten die Schülerinnen und Schüler zu etwa einem Viertel.

Die landesweiten Erfüllungsprozentsätze der getesteten Teilkompetenzen stellen sich wie folgt dar:

- **Zahldarstellungen und Zahlbeziehungen verstehen**

In den Aufgaben 24, 33, 34 und 35 mussten sich die Schülerinnen und Schüler im Zahlenraum bis 1 000 000 orientieren, Zahlen auf verschiedene Weise darstellen und zueinander in Beziehung setzen. Auf Grund einer durchschnittlichen Lösungshäufigkeit von 74 % in den Aufgaben 24, 34 und 35 ist festzustellen, dass die meisten Schülerinnen und Schüler den Aufbau des dezimalen Stellenwertsystems verstehen und somit die Mindestanforderungen (Aufg. 24 und 35, KS I und Aufg. 34, KS II) erfüllen. Damit zeigt sich, dass die

Schülerinnen und Schüler adäquate Vorstellungen zum dekadischen Stellenwertsystem besitzen und Analogien im Aufbau von Zahlen erkennen. Eine höhere Anforderung stellte die Aufgabe 33 (KS V). Hier musste eine Lösungsstrategie entwickelt und genutzt werden (z. B. durch systematisches Probieren). Dies gelang 19 % der Schülerinnen und Schüler.

- **Rechenoperationen verstehen und beherrschen**

Fast alle Schülerinnen und Schüler (90 %) beherrschten die Grundaufgaben der Multiplikation (Aufg. 26, KS I). In Aufgabe 27 (KS II) musste ein vorgegebener Rechenweg überprüft werden. Hier erkannten 56 % der Lernenden den Fehler in der schriftlichen Addition und konnten diesen mathematisch begründen. Ein großer Teil der Schülerinnen und Schüler beherrschte den Algorithmus der schriftlichen Subtraktion nicht sicher (Aufg. 29, 57 %, KS II). Eine Überschlagsrechnung durchführen und sich so eine Vorstellung des Ergebnisses erschließen, konnten 55 % der Schülerinnen und Schüler (Aufg. 30, KS III).

Das Anwenden, Übertragen und Verstehen mündlicher und halbschriftlicher Rechenstrategien (Aufg. 32, 36 %, KS IV) fiel noch vielen Schülerinnen und Schülern schwer, Voraussetzung dafür ist ein anwendungsbereites Wissen über Zahlen und Zahlbeziehungen.

- **in Kontexten rechnen**

Jeweils rund drei Viertel der Lernenden erkannten in den Sachaufgaben die relevanten Informationen sowie die Beziehungen zwischen der Sache und den einzelnen Lösungs-

schritten und konnten diese für die Übertragung in eine Rechnung nutzen (Aufg. 23, KS I und Aufg. 28, KS II). Die Sachaufgabe zu variieren und korrekt zu lösen (Aufg. 25, KS I) gelang 89 % der Schülerinnen und Schüler. Das Prüfen des Ergebnisses auf Plausibilität in Aufgabe 31 gelang 60 % (KS III). Hier mussten die Lernenden die dargestellte Situation in einen mathematischen Kontext über-

HINWEISE ZUR WEITERARBEIT

Auf Grundlage der Auswertungsergebnisse werden Möglichkeiten zur Weiterentwicklung des Mathematikunterrichts aufgezeigt.

Insgesamt fiel auf, dass es vielen Kinder nicht gelang, vorhandenes Grundwissen in unbekanntem Aufgabenformaten und Sachsituationen flexibel anzuwenden. Nach wie vor muss es besser gelingen, Schülerinnen und Schüler zu verantwortungsbewusstem Denken und Handeln anzuregen, indem sie mathematische Probleme selbstständig lösen und nicht nur reproduzierbares Faktenwissen auswendig lernen. Erst die Entwicklung von *inhalts- und prozessbezogenen Kompetenzen* in jeder Unterrichtsstunde macht einen guten Mathematikunterricht aus und unterstützt nachhaltig Verständnisprozesse (z. B. durch Mathekonferenzen, einsehbar unter: <https://kurzelinks.de/2epv>).

Zahlen und Operationen

In diesem Bereich fallen die geringen Lösungshäufigkeiten beim schriftlichen Rechnen (Mindestanforderungen) auf. Damit die Schülerinnen und Schüler ein *Verständnis für die Strategie der schriftlichen Rechenverfahren* aufbauen, ist es wichtig, diese immer wieder mit den halbschriftlichen Verfahren in Beziehung zu setzen. So erkennen die Lernenden Gemeinsamkeiten beider Rechenwege und deren Strategien. Dies vermeidet ein ausschließlich auswendig gelerntes Abarbeiten des Algorithmus. Praktische Unterstützungsangebote sind unter folgender Seite einsehbar: <https://kurzelinks.de/fch1>.

Das *Darstellen von Zahlen am Zahlenstrahl* setzt ein gefestigtes Vorstellungsvermögen voraus (Aufg. 34). Um dieses zu erreichen, ist es notwendig, dass die Kinder in den Anfangsklassen mit konkreten Materialien arbeiten. Für den Aufbau eines Zahlenstrahls eignet sich besonders gut die Hunderterkette. Hier können die Lernenden parallel zu den Handlungen am Material den Zahlenstrahl erarbeiten und so schrittweise in die Abstraktion übergehen. Um abstrakt am leeren Zahlenstrahl arbeiten zu können, empfiehlt sich folgende Vorgehensweise: <https://primakom.dzlm.de/node/329>.

Größen und Messen

Hier zeigte sich, dass es den Kindern noch schwerfällt, im *Alltag gebräuchliche einfache Bruchzahlen im Zusammenhang mit Größen* zu verstehen (Aufg. 7). Nicht nur fehlendes Grundwissen (15 Minuten entsprechen einer Viertelstunde) scheint dabei eine Schwierigkeit darzustellen, sondern auch das Erlesen der Bruchzahlwörter. Ein verstärktes Darbieten von Aufgabentexten im Zusammenhang mit gebräuchlichen Bruchzahlen ($\frac{3}{4}$ l Milch; $\frac{1}{2}$ kg Mehl; eine Dreiviertelstunde;

setzen, die Rechenaufgabe lösen, auf die Sachsituation zurückbeziehen und dann auf Plausibilität überprüfen. Erschwerend kam bei dieser Aufgabe hinzu, dass die Kinder die Lösung begründen, also mathematisch argumentieren, mussten.

0,5 m; ...) unterstützt das Lesen von Bruchzahlen. Für die Entwicklung von Größenvorstellungen ist es hilfreich, Größenergebnisse „sichtbar“ zu machen, z. B. mithilfe von Messgeräten (Kurzzeitwecker, Stundenkerze, Uhr, Messbecher, Waage, ...).

Raum und Form

Besondere Probleme sind beim *Erfassen räumlicher Beziehungen* (Aufg. 19) und *Zuordnen von Körperansichten* (Aufg. 22) zu erkennen. Wertvolle Übungsangebote für den Unterricht werden in der Broschüre des LISA „Dialog 31: Entwicklung räumlicher Vorstellungen – Aufgabensammlung für den Mathematikunterricht der Schuljahrgänge 1 bis 6“ beschrieben, einsehbar unter: <https://kurzelinks.de/5v2k>.

Muster und Strukturen

Das *Entnehmen und Interpretieren von Informationen aus Tabellen, Darstellungen und Schaubildern* (Aufg. 8, 14 und 18) stellte eine Herausforderung dar. Zum Lösen der Aufgaben war ein Verständnis für die jeweiligen Darstellungsformen gefordert. Darstellungen mit ähnlichem Sachverhalten bieten mögliche Übungsansätze für den Unterricht, um Sicherheit im Lesen und Verstehen mathematischer Zusammenhänge zu bekommen. Dabei sollten verschiedene Beziehungen und Strukturen zwischen den Darstellungen und Rechenoperationen erkundet werden. Ein materialgestütztes Arbeiten sowie die Verwendung unterschiedlicher Darstellungsformen (Punktebilder, Würfelbilder, Zahlenstrahl, Sachsituationen, ...) unterstützen die Anschauung und bieten verschiedene Übungsmöglichkeiten.

Quellen:

- 1/ KMK (2004): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Beschluss vom 15.10.2004. Berlin. URL: <https://kurzelinks.de/4djy> (28.06.2023)
- 2/ KMK (2017): Kompetenzstufenmodell zu den Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich (Jahrgangsstufe 4). Auf Grundlage des Ländervergleichs 2011 überarbeitete Version in der Fassung vom 11. Februar 2013, URL: <http://www.iqb.hu-berlin.de/bista/ksm> (07.04.2017)

Impressum

Herausgeber: Landesinstitut für Schulqualität und Lehrerbildung Sachsen-Anhalt (LISA)

Redaktion: Sabine Schmidt

© ⓘ © Sie dürfen das Material weiterverbreiten, bearbeiten, verändern und erweitern. Sie müssen den Urheber nennen und kennzeichnen, welche Änderungen Sie vorgenommen haben. Sie müssen das Material und Veränderungen unter den gleichen Lizenzbedingungen weitergeben. Die Rechte für Fotos, Abbildungen und Zitate für Quellen Dritter bleiben bei den jeweiligen Rechteinhabern.

<https://lisa.sachsen-anhalt.de>